

Портреты
Леонард Эйлер, Даниил Бернулли, Иоганн Генрих
Ламберт

Составитель и переводчик О. Б. Шейнин

Берлин 2009

ISBN 3-938417-87-0 Copyright Oscar Sheynin 2009

Содержание

От переводчика	2
I. Н. И. Фусс, Похвальное слово Леонарду Эйлеру, 1783	6
II. М. Ж. А. Н. Кондорсе, Похвальное слово Эйлеру, 1786	45
III. М. Ж. А. Н. Кондорсе, Похвальное слово [Даниилу] Бернулли, 1785	69
IV. Р. Вольф, Даниил Бернулли из Базеля, 1700 – 1782, 1860	92
V. Ж. А. С. Формей, Похвальное слово Ламберту, 1780	134
VI. Р. Вольф, И.-Г. Ламберт из Мюльхаузена, 1860	149
VII. Г. К. Михайлов, Жизнь и труды Даниила Бернулли, 2005	189
VIII. Приложение: О. Б. Шейнин, Работы Л. Эйлера по теории вероятностей и статистике, 2007	194

От переводчика

К статье [i]

Исходный французский текст Похвального слова, *Éloge de Monsieur Léonhard Euler*, сразу же вышел в свет отдельной брошюрой и позже был включен в ежегодник Петербургской академии наук, *Nova Acta Acad. Scient. Imp. Petropolitanae*, 1787, pp. 159 – 212. В 1801 г. С. К. Румовский перевел этот французский текст, и его перевод был перепечатан в книге Боголюбов и др. (1988, с. 352 – 382). В редакционных примечаниях (с. 380) там указано, что переговоры Эйлера с адмиралом Сиверсом (см. п. 14 нашего перевода) не подтверждаются никакими источниками и что Эйлер потерял глаз в 1738 г., а не в 1735 г. (ср. п. 15).

Наш перевод сделан с расширенного, исправленного и дополненного самим автором немецкого перевода. Одним из редакторов тома 1 серии 1 *Полного собрания сочинений* Эйлера (см. выходные данные *Слова*), равно как некоторых других томов этого издания, был Фердинанд Рудио, примечания которого к *Похвальному слову* помечены его инициалами. Несколько примечаний добавили мы сами (помечены инициалами О. Ш.), остальные же написаны автором. На с. XL общего Введения в том Рудио указал, что после появления в свет списка сочинений Эйлера, составленного Энестрёмом (1910/1913), список самого Фусса (упомянутый им на титульном листе своего *Похвального слова* и в его тексте) устарел и не был воспроизведен в 1911 г.

Там же Рудио сообщил, что фотография портрета Эйлера, предваряющая титульный лист тома, сделана с портрета, изображенного в исходном немецком издании. На фотографии видна подпись von Mechel, которого с благодарностью упомянул Фусс в своем Предисловии (см. ниже).

Автор подразделил свое сочинение по смыслу на абзацы (отделив их друг от друга интервалами), которые мы перенумеровали. Слишком длинные абзацы мы всё-таки разбили на две или больше частей и добавили в Библиографию несколько источников, в том числе и не названных в тексте.

Профессор Gautschi выслал нам черновой вариант своего английского перевода *Похвального слова*, который мы использовали для проверки своей работы. В частности, в примечании к п. 29 Фусс привел длинную выдержку из латинского письма Иоганна Бернулли, которую мы перевели с английского перевода Gautschi.

Николай Иванович Фусс, 1755 – 1826, ученик Эйлера, академик, известен своими работами по геометрии, но в основном как “Малый спутник” Эйлера (Юшкевич 1968, с. 196). В самом текста *Похвального слова* он невольно описывает и свое сотрудничество со своим учителем. См. о нем Лысенко (1975).

Два критических замечаний об этом *Слове*. Фусс весьма нечетко ссылался на работы Эйлера (а во многих случаях они и не были еще опубликованы), и мы не всегда смогли их установить. Там, где это удалось, мы указываем номер сочинения Эйлера по перечню Энестрёма (1910/1913/1962). Почти все они теперь перепечатаны в вышедших с тех пор томах Полного собрания сочинений Эйлера (из 72 запланированных томов вышло 70).

Во-вторых, Фусс, видимо, идеализировал Фридриха II. Вот что пишет Юшкевич (1968, с. 108): Эйлер и Фридрих II “слишком расходились во всем” и, в частности, по отношению к математике: Фридрих II “не ценил сколько-нибудь отвлеченных изысканий”. Кроме того, он “постоянно вмешивался” в управление Берлинской академии наук.

В Приложении к переводу мы привели даты жизни некоторых упомянутых в *Слове* лиц, а также указания о небольших населенных пунктах Германии, названных там же.

Об Эйлере написано громадное число книг и статей, и некоторые из них указаны в приложенной здесь Библиографии. Одним из основных авторов, описавших работы Эйлера, был К. Труделл, см., в частности, его обзоры в Полном собрании сочинений Эйлера, тт. 11 и 12 второй серии.

Описание научных открытий и идей Эйлера, данное Фуссом, никак нельзя считать теперь удовлетворительным, но его *Похвальное слово* до сих пор является важным свидетельством современника великого человека и его “малого спутника” (см. выше).

Признательность. О помощи профессора Гаучи мы упомянули выше. Профессор Г. К. Михайлов заметил некоторые ошибки и неточности в нашем вступительном слове и наших примечаниях и указал не известную нам прежде литературу об Эйлере.

К статье [ii]

Похвальное слово Кондорсе (Eloge de M. Euler) написано несколько небрежно; в наших примечаниях мы указали, например, что в необходимом выражении *дифференциальное уравнение* он опустил прилагательное. Мы также подразделили авторский текст на пункты. Несколько фраз у обоих авторов, Фусса и Кондорсе, по существу совпадают, и можно только сказать, что *Похвальное слово* Фусса вышло в свет раньше. Термины *геометрия* и *математика* Кондорсе, как можно понять, применяет по обычаю своего времени в одном и том же смысле, и мы не изменили здесь ничего. Не вполне определен и термин автора *calcul*, который обозначает то *вычисление* (как в нашем переводе), то *исчисление*, то даже *теоретические рассуждения*.

Во многих подробностях Фусс и Кондорсе противоречат друг другу (например, при указании дат смерти обеих дочерей Эйлера), и в таких случаях мы, естественно, склонны доверять Фуссу (но опять-таки ничего не стали изменять).

К статье [iii]

Даниил Бернулли (1700 – 1782) был крупнейшим ученым в области физико-математических наук. Его биография хорошо известна, см. Смирнов (1959) и Straub (1970), но переводы Похвальных слов о нем безусловно интересны, поскольку содержат массу вряд ли известных фактов. Как и в случае биографий Эйлера [i и ii], они изредка противоречат друг другу, но и здесь нетрудно будет решить, кто из двух авторов прав.

Научную деятельность Д. Б. описал тот же Смирнов, а его труды по теории вероятностей и статистике исследовали Todhunter (1865), мы сами (1972) и Hald (1998). Труды Бернулли издаются в Базеле, и до сего времени вышли в свет не менее пяти томов, а его единственная книга, фундаментальная *Гидродинамика* (1738), переведена в 1959 г. Почти полный перечень его публикаций приложен к переводу статьи [iii]. Там же описаны все упомянутые здесь источники.

Существует немецкий перевод Кондорсе [iii], на который ссылаются Вольф и Михайлов [vii], но которого мы не видели. Есть в Интернете и английский перевод, автор которого не понимал математической сути оригинала и вообще допустил ряд грубейших ошибок, а многие его фразы лишены всякого смысла.

Кондорсе несколько небрежен, что нетрудно понять: в качестве неперменного секретаря Парижской академии наук ему приходилось составлять похвальные слова на смерть своих коллег, ученых самых разных специальностей, а теорией вероятностей, как усматривается из его текста, он в то время совершенно не владел.

К статье [iv]

Астроном Вольф проделал громадную и весьма полезную работу по изучению истории науки в своей стране, Швейцарии, см. Библиографию, а в данном случае сообщил и большое число сведений о династии Бернулли вообще и об ученых, так или иначе связанных с Д. Б. В частности, он привел выдержки из переписки многих ученых; французские тексты он оставил без перевода, вряд ли необходимого в то время.

Любопытно в этой связи вспомнить о письме Ляпунова Маркову 1895 г. (Шейнин 2002, с. 313, прим. 1), написанном по поводу готовящегося собрания сочинений Чебышева на русском и французском языках: “Издание их еще на русском языке являлось бы излишней роскошью, ибо полагаю, что всякий математик в состоянии читать по-французски”.
Времена изменились...

Вольф, к сожалению, весьма скверно документировал цитируемые им источники, подчас ссылаясь только на *переписку* и никогда, даже в случае книг, не сообщал номеров страниц. Кроме того, он упоминал многих ученых просто по фамилии (которые часто весьма распространены), и уточнить эти ссылки удалось не всегда.

Во многих случаях некоторые места в приводимых выдержках выделены разрядкой или курсивом, но неясно кем именно, соответствующим автором или самим Вольфом. Мы эти выделенные места подчеркнули. Недостатки, указанные в этом абзаце, полностью относятся и к очерку Вольфа [vi].

Далее, Вольф снабдил свой очерк многими комментариями, часто просто библиографическими ссылками, и их мы ввели в основной текст. Большое число других комментариев, да и отдельных мест в основном тексте, не относились к его главной теме, и мы их выпустили. Сохраненные комментарии мы поместили двойной нумерацией (римскими цифрами, а номер Вольфа – на втором месте), остальные же комментарии добавили мы сами. Все комментарии к очерку Кондорсе мы также добавили сами. Ссылки на сочинения Даниила Бернулли типа 1735/14 указывают его год издания и номер в Библиографии.

К статьям [v] и [vi]

Иоганн Генрих Ламберт известен недостаточно; из современных авторов его биографию по существу представил лишь Scriba (1973), хотя, впрочем, библиографию его сочинений составил Steck (1943/1970). Ниже мы приводим переводы похвального слова о нем (Формей) и его биографию (Вольф). Как и в случае биографий Эйлера и Даниила Бернулли, между этими авторами имеются некоторые расхождения, и, что важнее, они описывали Ламберта с различных точек зрения: Формей был философом, а Вольф, в первую очередь, – астрономом.

Общим недостатком и этих биографий является пренебрежение точными (а подчас даже приближенными) библиографическими ссылками, в чем особо повинен Вольф; чуть подробнее мы отметили этот же факт в нашем вступительном слове к статьям [iii] и [iv]. Вольф, кроме того, упомянул многие населенные пункты, которые мы не смогли найти; трудно было и с политическими единицами тогдашней Швейцарии и Германии.

Здесь тоже, в обоих случаях, мы подразделил изложение на пункты. В § 6 Формей указал, что двое его коллег уже охарактеризовали творчество Ламберта, – но где? Во всяком случае, в том же томе *Новых мемуаров* мы этих высказываний не нашли. Чуть ниже в п. 6 Формей сообщил, что считал желательным публикацию *Дневника* Ламберта. Его желание сбылось, но только в 1915 г., см. Библиографию сочинений этого ученого.

I

**Похвальное слово Леонарду Эйлеру
зачитано
в собрании Императорской академии наук в Петербурге
23 октября 1783 г.**

Переведено с французского самим автором,
расширено многочисленными дополнениями
и снабжено полным списком трудов Эйлера

N. Fuss, *Lobrede auf Herrn Leonhard Euler*. Basel, 1786. Reprint: Euler L., *Opera omnia*, ser. 1, t. 1. Leipzig – Berlin, 1911, pp. XLV – XCV

Моему отечеству

Поскольку блеск, который великий человек распространяет на свою эпоху, передается также его месту рождения; поскольку город имеет право гордиться заслугами исключительного гения, вышедшего из его стен, чтобы своим отменным талантом приносить пользу миру, – кому же я мог с большим основанием посвятить это похвальное слово, как не Тебе, дорогому незабываемому Базелю. Тебе, колыбели династии Бернулли, Я. Германа и Эйлера, которых Европа упоминает с глубоким уважением и воспоминание о которых священны каждому почитателю науки.

Прими благосклонно это пожертвование, которое с берегов Невы подносит Тебе один из Твоих сыновей с благодарностью и любовью к отечеству как знак своего неизменного расположения и верности.

Прославленные Отцы государства, сограждане, друзья! Вам подношу я это священное для отечества сочинение, которое предназначено, чтобы воспоминания об одном из величайших людей, порожденных Базелем, остались у вас, как и повсюду, где он косвенно или непосредственно трудился, незабываемыми.

Петербург, 28 апреля 1785 г. Николай Фусс

Предисловие

Незаслуженный успех, который мой очерк жизни Эйлера имел повсюду, был мне очень лестен, но ожидаем. Десятилетнее ежедневное общение с великим человеком дало мне возможность узнать многое об обстоятельствах его жизни, которые не общеизвестны несмотря на нынешнюю страсть к анекдотам, а столь же длительное изучение, под его руководством, его сочинений ознакомило меня не только с их содержанием, но и с побуждениями к большинству из них. Но история его сочинений – это почти вся история его жизни, наполненной трудом. И я могу быть уверен, даже при весьма заурядном таланте, который природа даровала мне для произнесения похвального слова, что ни один почитатель Эйлера не прочтет эту его биографию без сочувствия.

Я пишу это как ввиду той медлительности, с которой наши академические труды распространяются в книготорговле¹, так и потому, что многие мои зарубежные друзья побудили меня подготовить немецкий перевод этого похвального слова. К счастью, я имел свободное время, которое предоставили мне прошедшие пасхальные праздники, и я воспользовался предложением моего благородного друга von Mechel, чтобы при помощи его искусства биография Эйлера вышла в свет в отечественном одеянии².

Обманул ли я надежды моих друзей; не вызовет ли недовольства также и в немецком тексте безыскусное выражение моих ощущений; не окажется ли там и сям некоторая натяжка в построении фраз, которая выявит, что мой первоначальный вариант был написан по-французски, и т. д., – всё это я должен оставить на суд читателей. Недостаток времени, которое я был в состоянии посвятить этой работе, быть может извинит ее погрешности, как уже прежде можно было бы извинить несовершенный исходный текст.

Я воспользовался правом автора, переводящего свою собственную работу. Я сокращал, расширял, отбрасывал, добавлял в соответствии с тем, чего, видимо, требовали ясность, связность и другие обстоятельства. Дополнения относятся к вопросам, которые читателю, особенно математикам, не будут вполне безразличными. Я мог бы легко увеличить их число, захоти я сказать всё примечательное, что предлагает подобная плодотворная тема, но цель первоначального варианта указала мне границы, за которые я и при переводе не хотел слишком переходить.

Тот, кто описывает жизнь великого человека, который придал своему веку существенную степень просвещенности, неизменно произносит похвальное слово человеческому разуму. Но никто не должен обрисовывать столь широкое полотно, если его совершенному знанию наук, продвижение которых должно быть при этом отмечено, не сопутствует всё изящество стиля, требуемое от автора похвального слова,

которое, однако, как полагают, редко сочетается с изучением абстрактных наук.

Если биограф избавлен от необходимости приукрашивать свою саму по себе великую тему случайными уборами, то всё же, даже ограничиваясь фактами, он обязан располагать их со вкусом, излагать материал связно, отчетливо и достойно. Он должен указать те средства, которые природа использует для сотворения великих людей; проследить обстоятельства, которые содействовали развитию их превосходного таланта и в то же время показать при помощи подробных ссылок на труды восхваляемого человека, что он сделал для наук. Биограф обязан также описать их прежнее состояние и тем самым наметить исходную точку его трудов.

Уже тогда, когда я вызвался составить очерк жизни бессмертного Эйлера, мне были известны все эти обязательные условия, и я чувствовал, как трудно мне будет выполнить их. Не говоря уже о боли от потери моего незабываемого учителя, я всё более четко предвидел и всё яснее осознавал свою неспособность в достаточной мере выполнить все обязанности биографа в узких рамках академической речи. И я предлагаю здесь то, что позволяют мне обстоятельства, а именно попытку описания жизни великого человека, и я доволен, потому что тем самым возлагаю цветы на могилу моего дорогого учителя. Кому-нибудь, кто почувствует себя достаточно сильным, чтобы составить свое собственное достойное похвальное сочинение, я предоставляю необходимые для этого материалы.

1. Леонард Эйлер, профессор математики, член Императорской академии наук в Петербурге, бывший директор Королевской академии наук в Берлине, член Парижской академии наук и лондонского Королевского общества, равно как и многих других научных обществ, родился в Базеле 4 (15) апреля 1707 г. Его отцом был Пауль Эйлер, назначенный в то время проповедником в Riehen, матерью – Маргарита Брукнер, из рода, который похвально известен миру по нескольким ученым этого имени.

2. Первые годы своего детства Эйлер провел в Riehen. Вероятно этой сельской жизни в стране, в которой вообще нравы ухудшались медленнее, чем в других местах, и примеру родителей он был обязан на всю свою жизнь простотой характера и естественностью нравов, и потому оказался в состоянии завершить свою долгую и блистательную карьеру, сделавшую его имя бессмертным.

3. Первые уроки ему дал отец, который, будучи любителем математических наук и учеником знаменитого Якоба Бернулли, не преминул обучать математике своего сына как только его возраст позволил это. Он не думал, что это обучение, которое должно было служить лишь учебным времяпрепровождением для сына, предназначенного богословию, вскоре окажется предметом самого серьезного и упорного напряже-

ния. Но вскоре семья, раз заложенное в душу молодого геометра, неистребимо укоренилось.

Эйлер был, однако, слишком хорошо организован, чтобы выдавать исключительный талант в математике, но чувствовал, что она была для него настоящей профессией, и оставался верен ей.

4. К счастью, отец длительное время не думал отрывать сына от обучения математике, которую сам слишком сильно любил, и чье влияние на развитие умственных способностей, равно как чью пользу для всех ветвей человеческого познания он слишком хорошо знал, чтобы всерьез запрещать ее. И таким образом гений молодого Эйлера имел всё свободное время для своего развития, которое происходило со скоростью, неизменно предвещавшей исключительное дарование и бывшее провозвестницей его будущего величия.

5. После того, как отцовское образование позволило ему посещать учебные аудитории, Эйлер был послан в Базель, где регулярно слушал лекции профессоров. Его необычная память дала ему возможность быстро усвоить всё, не относящееся к геометрии, чтобы весь остаток своего времени посвящать этой любимой науке. Со столь выраженной склонностью к математике и разумом, всё более воспламенявшимся от крупных успехов, он не мог не обратить на себя внимания крупнейшего в то время математика Иоганна Бернулли.

Тот быстро выделил Эйлера из остальных своих слушателей и, хотя и не согласился с просьбой молодого математика давать ему частные уроки, вызвался каждую субботу разрешать все сомнения, возникающие в течение недели при чтении самых трудных сочинений или при иных обстоятельствах. Прекрасный метод, который, однако, мог оказаться успешным только для столь страстного гения, обладавшего притом, как Эйлер, неутомимым усердием. Уже тогда он, как казалось, превзойдет учителя, хоть тот и составил целую эпоху в истории математики³.

6. В 1723 г.⁴ он получил степень магистра и по этому случаю произнес речь на латинском языке, в которой сравнил философии Ньютона и Декарта. После этого Эйлер по желанию отца начал заниматься богословием и восточными языками под руководством знаменитого Фрея (Frey), притом с немалым успехом, хоть это весьма мало соответствовало его собственным наклонностям.

Вскоре, однако, отец дал ему желанное разрешение полностью посвятить себя математике, от которой ничто не могло его отвлечь. Эйлер использовал полученную свободу с удвоенным усердием, продолжая советоваться с почтенным Иоганном Бернулли и близко познакомился с обоими его сыновьями, Николаем II и Даниилом, которых Академия должна была благодарить за пользу, полученную ей от привлечения Эйлера.

7. Екатерина I как раз осуществила проект Петра I, а именно учредила академию наук в столице. Оба молодых Бернулли

были в 1725 г. приглашены в Петербург на весьма благоприятных условиях, и при своем отъезде обещали юному Эйлеру, который охотно последовал бы за ними, сделать всё возможное, чтобы отыскать для него пристойное место. Через год они сообщили ему, что добились своей цели и посоветовали ему приложить свое математическое знание к физиологии.

8. Отменный талант не предпринимает ничего без успеха, и, чтобы стать физиологом, Эйлеру надо было только захотеть. Он сразу зачислился на медицинский факультет и начал слушать лекции лучших врачей Базеля со всем усердием, которое внушает отважному гению виды на блестящую карьеру.

9. Между тем этого усердия оказалось недостаточно, чтобы полностью занять его столь же деятельный, сколь многосторонний ум. В то же самое время он подготовил мемуар [1728/4] о природе и распространении звука и ответ на конкурсный вопрос Парижской академии наук о наилучших количестве, высоте и расположении мачт на кораблях, за который в 1727 г. был удостоен почетного отзыва. И этот ответ, и один из тезисов, который Эйлер защитил по случаю вакантной кафедры физики в Базеле, доказали, что он очень рано начал размышлять о совершенствовании мореходного дела, впоследствии обогащенного им столь многими открытиями и улучшениями.

10. К счастью нашей Академии тот жребий, который определяет в Базеле замещение как административных, так и научных должностей, оказался для Эйлера неблагоприятным⁵, и через несколько дней он покинул родину, отправившись в Петербург⁶.

Там он нашел себе подходящую арену для той роли, которую ему предстояло сыграть в ученом мире и там он вскоре доказал, что полностью соответствовал ожиданиям, возбужденным в Академии его друзьями и согражданами Германом и Даниилом Бернулли⁷.

11. После своего назначения адъюнктом математического класса, притом без всякого упоминания физиологии, Эйлер по призванию целиком посвятил себя исследованиям, отказаться от которых он не мог ни по воле отца, ни из соображений скромного будущего, которого можно было от них обычно ожидать. Он обогатил первые памятные [ежегодные] академические сборники многими мемуарами, которые оказались главной причиной, чтобы возбудить пожизненный благородный дух соревнования между ним и Даниилом Бернулли, никогда, однако, не вырождавшегося в завистливую ревность, что, конечно же, и подобало благородным сердцам. Впрочем, к сожалению такое поведение редко можно встретить среди ученых.

12. Математическая жизнь Эйлера, как только он вступил в нее, оказалась по меньшей мере не ободряющей. Заурядный ум не смог бы надеяться выделиться в ней; память о великих людях, которые придали такой блеск концу предшествующего

и началу нынешнего века, была еще слишком свежа. Только лишь скончались создатели новой геометрии, Лейбниц и Ньютон, как важные открытия, снова оказавшиеся свежими в памяти, сделали Гюйгенс, династия Бернулли, Муавр, Чирнгауз, Тейлор, Ферма и многие другие математики.

Что же осталось Эйлера после такого блистательного периода? Мог ли он надеяться, что природа, столь бережливая на превосходные дарования, сотворит для него чудо после того, как она уже произвела зараз так много математических умов? Он вступил на свой жизненный путь с благородной уверенностью в себе, произведенной в нем чувством собственной значимости, без которого не может возникнуть ни один великий человек. И вскоре он понял, что его предшественники не исчерпали всех богатств геометрии и анализа и что для ума, подобного его собственному, осталось еще достаточно работы.

13. И по существу ее не могло не оставаться. Исчисление бесконечно малых было еще слишком близко к эпохе своего открытия, чтобы суметь достичь значительной меры совершенства. Механика, динамика⁸ и особенно гидродинамика и физическая астрономия еще ощущали несовершенство этого нового вида исчисления. Приложение дифференциального исчисления хоть и не приводило ни к каким затруднениям, но тем более трудным было искусство интегрирования. Большое число обоснований свойств и природы чисел, открытых Ферма, умерло вместе с ним. Артиллерия и навигация полагались более на груды неподходящего и часто взаимно противоречивого опыта, а не на четкий систематизированный научный материал. Неправильности в движении небесных тел, и прежде всего запутанность сил, действующих на движение Луны, часто были предметом бесплодных усилий даже великих математиков.

Практической или наблюдательной астрономии приходилось еще преодолевать несовершенство инструментов, особенно телескопов, для изготовления которых еще не существовало никаких надежных правил. Эйлер вновь и вновь обращал свой взгляд на все эти различные темы. Он расширил область столь несовершенного интегрального исчисления, изобрел исчисление тригонометрических функций, воспроизвел многие доказательства Ферма, облегчил неопишное множество аналитических операций. И эти [?] мощные вспомогательные средства в сочетании с поразительной легкостью, с которой он умел обращаться с самыми запутанными выражениями, позволили ему пролить новый свет на все ветви математики.

14. Эйлер еще не успел долго пробыть в Академии, как стечение различных обстоятельств начало угрожать навсегда сбить его с того пути, на который он вступил в соответствии со своими собственными наклонностями. Смерть императрицы Екатерины I [1727 г.] могла означать конец Академии как института, на который государство тратило значительные

средства, не получая взамен никакой ощутимой пользы. При этом, как часто бывает, либо упускали из вида верный подход для рассмотрения пользы и влияния подобных научных обществ, либо он вообще не был известен.

Тем временем академики должны были подумать о себе, чтобы упразднение их корпуса не застало их врасплох, и Эйлер решил поступить на флот. Адмирал Сиверс, который представлял себе значимость Эйлера и считал его находкой для зарождавшегося российского флота, предложил ему место и звание лейтенанта с обещанием незамедлительного повышения.

К счастью, обстоятельства изменились с выгодой для Академии, которая при императрице Анне [Ивановне] вновь упрочила свое положение. И, когда в 1730 г. Герман и Бюльфингер вернулись к себе на родину, Эйлер получил должность профессора физических наук, но в 1733 г. стал преемником своего друга Даниила Бернулли, покинувшего Академию.

15. Необычное число мемуаров, зачитанных Эйлером вплоть до того времени в Академии уже в тот первый период его научного пути, доказывало его плодовитость, работоспособность и легкость, с которой он умел решать самые трудные и запутанные проблемы. Особым примером его железного усердия оказались вычисления в 1735 г.⁹, которые были срочными и которые он действительно выполнил быстро, за три дня, тогда как некоторые академики хотели бы затратить на них несколько месяцев.

Но как дорого ему пришлось заплатить за свое напряжение! У него сильно повысилась температура, и от сильной лихорадки он почти умер. Хоть его конституция выдержала болезнь и он выздоровел, но потерял правый глаз, которого его лишил возникший при этом нарыв.

16. Для любого другого потеря такого важного органа оказалась бы серьезной причиной внимательно следить за собой, чтобы сохранить оставшийся глаз, но ввиду неизменной привычки работа стала для него необходима, так что он часто забывал даже первейшие человеческие потребности, пищу и сон.

17. Его первый обширный труд, *Механика* [1736/15; 16], вышел в двух томах, в четвертую долю листа каждый, всего лишь через год после описанной несчастливой потери. Открытие дифференциального и интегрального исчисления привело к революции во всех ветвях математических наук, а потому к заметному изменению в учении о движении. Ньютон, Бернулли [?], Герман и др., включая и Эйлера, обогатили эту важную область прикладной высшей математики большим числом открытий. Но тем временем кроме двух или трех сочинений по механике, чье несовершенство должно было стать известным Эйлеру, не было ничего, что могло бы заслужить название учебника.

Эйлер с огорчением заметил, что ввиду своих загадочных искусственных одеяний основные положения Ньютона о

натуральной философии [о физике] и *Форономия* [наука о силах и движении твердых и жидких тел], Германа [Hermann 1716], как бы превосходны эти сочинения ни были в других отношениях, не настолько пригодны, как того заслуживали бы: эти авторы почти умышленно скрыли пути, по которым они подошли к своим столь важным открытиям. И, чтобы отыскать эти пути, Эйлер пустил в ход все те аналитические приемы, которыми он так хорошо владел. С их же помощью он смог решить многие проблемы, которых до него никто и рассматривать не осмеливался. Он объединил свои открытия с результатами своих предшественников, систематизировал всё это и в 1736 г. Академия издала [его *Механику*, см. выше].

18. Коль скоро четкость понятий, определенность манеры выражения и методическое расположение являются необходимыми качествами классического труда, то сочинение Эйлера по механике в высокой степени заслуживает этого наименования. И как можно заподозрить неясность и путаницу в работе того, кто знал, как осветить самые отвлеченные и глубокие исследования?

Но указанные качества вовсе не являлись самыми важными в его труде. Он укрепил свою репутацию и обеспечил себе место в ряду первых из живущих математиков, и этим будет сказано многое, если вспомнить, что был еще жив Иоганн Бернулли. Лишь особый ум мог продвигаться вперед так быстро, чтобы догнать крепкого старика, украшенного одобрением своих современников и славой столь многих побед, бросившего и принявшего столько математических вызовов и никогда не покидавшего поля боя без почета.

19. Я уже заметил, что со времени своего прихода в Академию Эйлер обогатил *Commentarii* большим числом мемуаров, каждый из которых носил отпечаток его особого таланта. Он существенно продвинул теорию кривых, на которой в то время все математики испытывали свои силы и преимущества нового исчисления бесконечных, равно как и интегральное исчисление, учение о свойствах чисел, бесконечные ряды, движение небесных тел и притяжение сфероидических тел и опубликовал многие другие исследования, сотой доли которых хватило бы, чтобы сделать знаменитым любого иного. Но завершило репутацию Эйлера и вне всякого сомнения установило его серьезное превосходство в анализе решение изопериметрической задачи, которая стала столь знаменитой ввиду спора братьев Якоба и Иоганна Бернулли. Каждый из этих великих математиков хотел решить ее, но ни один, ни другой не смог достичь этого в полном объеме.

Количество и значимость мемуаров, вышедших в течение этого периода, должно поражать каждого, кто хоть бросит взгляд на их перечень. И вряд ли можно представить себе, что так много трудов оказалось под силу одному-единственному ученому.

20. Ясно, что такой исключительно трудолюбивый человек не принимал участия ни в каких развлечениях, в вихрь кото-

рых так легко мог вовлечься поражающий всех ученый. Его легко простили бы из-за его молодости и характера, созданного для общественной отрады, но свои часы досуга он посвящал музыке, хотя и к фортепьяно приносил свой геометрический ум. Уступая приятным ощущениям гармонии, он погружался в исследование причин их воздействия и вычислял в их созвучиях музыкальные соотношения. Можно действительно сказать, что его попытка создать новую теорию музыки, которая вышла в свет в 1739 г. [33; есть русский и французский переводы], была плодом часов его отдыха.

21. Этот глубоко продуманный труд, полный новых или рассмотренных с иной точки зрения идей, не обратил, однако, особого внимания на себя, быть может только потому, что для музыкантов в нем было слишком много математики, а для математиков – музыки. А между тем в нем можно найти, кроме теории, частично построенной на основных положениях Пифагора, большое число важных указаний для изготовителей музыкальных инструментов и композиторов, а учение о тональностях и т. д. изложено там с той же отчетливостью и определенностью, с какой отмечены все труды Эйлера.

22. Что касается самой теории, чья физическая часть не вызывает никаких сомнений, то Эйлер исходил из следующего основного положения: представление каждого совершенства радует нас; порядок является одним из совершенств, он вызывает в наших душах приятные ощущения. Поэтому удовольствие, которое доставляет нам хорошая музыка, основано на соотношениях между звуками как в смысле их длительности, так и в количестве [частоте] приводящих к ним колебаний воздуха. Это главное психологическое положение, приложенное ко всем частям музыки как искусства, служило основанием теории Эйлера.

23. Его объяснение было признано неудовлетворительным, и, поскольку математик не может исчислять чувства [ср., однако, закон Вебера – Фехнера] трудно было бы обосновать указанное главное предложение. Если же, однако, согласиться с ним, то придется признать, что его применение ко всей теории музыки было насколько возможно удачным.

24. Уже до публикации этого труда Эйлер составил руководство по вычислениям (*gemeinen Rechenkunst*) [1738/17; 17A]. По желанию Президента некоторые академики вызвались написать учебники для обучения молодежи, и великий аналитик не считал подобную работу унижительной. Хотя она и была намного ниже его способностей, но ее облагораживала цель. Готовность и усердие, с которыми Эйлер привык принимать на себя и исполнять необычные поручения, приводили к новым многочисленным заданиям, среди которых в 1740 г. оказалось поручение Правительствующего Сената надзирать за географическим департаментом.

25. Уже в 1738 г. Парижская королевская академия наук наградила Эйлера за мемуар о природе и свойствах огня [1739/34], а в 1740 г. она предложила важный конкурсный

вопрос о приливах и отливах, что дало Эйлеру новый повод напрячь все силы своего таланта. Его мемуар [1741/57] об этой трудной и потребовавшей запутаннейшего вычисления задаче явился шедевром геометрии и анализа. Он, правда, получил не всю премию, а разделил ее с двумя своими достойными соперниками, Даниилом Бернулли и Маклореном. Вряд ли Парижская академия видела когда-либо раньше подобное блистательное соперничество, и я вполне могу утверждать, что ни на один свой предыдущий вопрос она раньше не получала три столь значимых мемуара.

26. Ответ Эйлера особо рекомендовал себя отчетливостью пояснений силы действия Солнца и Луны на море, превосходным установлением фигуры Земли, поскольку она изменяется этими силами, мастерством, с которым он дополнил изложение учетом действия инерции вод, вначале поневоле пренебрегаемым, большим числом удачных интегрирований, которые потребовались при исследовании колебания уровня моря, и, наконец, особой проницательностью, с которой он смог на основе своей теории объяснить главные проявления приливов и отливов.

27. Ничто не может сильнее укрепить доверие, которого заслуживает выдающееся и столь согласующееся с наблюдениями исследование Эйлера об этом великом явлении природы, чем его совпадение с результатами Бернулли. Насколько различны были основные исходные положения этих великих математиков, настолько же их выводы во многом согласовались, как, например, при установлении приливов и отливов в полярных поясах. Так иногда повторяется тайна природы, чтобы сообщить о себе истинно доверенным и тогда, когда они устанавливают ее различными путями.

28. Вообще Эйлер и Даниил Бернулли, которые, как я выше заметил, постоянно и благородно состязались друг с другом, часто сталкиваясь в физико-математических исследованиях. Иногда Бернулли имел преимущество благодаря своей большей уверенности в основных физических законах. Он не жалел никаких усилий, чтобы подправлять предположения, которые требовались его вычислениями, большим числом опытов, производя их искусно и после предварительного обдумывания.

Эйлер, подстегиваемый к завершению своих трудов пламенным духом, лишь изредка прибегал к опытам. Вполне уверенный в своем природном чутье на отличие истины от фальши и в навыке оценивать сочетания и схожести, он принимал предположения, которые часто оказывались слишком смелыми, однако в большинстве случаев его мастерство в анализе всё исправляло. А при упрощении аналитических формул, в искусстве применять их к опыту и таким образом получать верные результаты он намного превосходил Бернулли и любого другого математика своего времени.

29. Богатая переписка не всегда является самым верным мерилом научной славы, хотя иные могли быть обязаны своей славе только ей. И не так важно заметить здесь, что заслуги Эйлера уже в раннем периоде его деятельности письменно связали его с крупнейшими математиками. Более примечательно, что его переписка с великим Иоганном Бернулли началась уже в 1727 г. и продолжалась без перерыва до смерти последнего в 1748 г. Нестор геометров не считал ниже своего достоинства спрашивать совета у своего бывшего ученика и часто подвергал свои работы его приговору¹⁰.

30. Здесь мы подходим к примечательному периоду в жизни Эйлера. Разносторонний и блестящий успех его трудов сделал его имя известным по всей Европе, и ему уже были направлены различные выгодные предложения, которые он, однако, неизменно отклонял. И вот в 1741 г. прусский посланник граф фон Мардефельд предложил ему перейти на службу королю Пруссии.

Прежнее Королевское общество, учрежденное Лейбницем, обрело в те годы новые силы вниманием, которое ему оказывал Фридрих II с момента своего вступления на трон. Он принял достойное решение преобразовать прежнее общество и создать академию наук, и с этой целью призвал Эйлера к себе на службу. Шаткое положение нашей Академии при регентстве¹¹ придало еще больше веса предложенным и уже благоприятным самим по себе условиям. Эйлер принял королевское приглашение и в июне 1741 г. покинул Петербург со своей семьей, чтобы придать блеск академии, развивающейся под покровительством коронованного мыслителя и добыть себе славу в этом сообществе.

31. По прибытии Эйлера в Берлин король сразу же оказал ему лестный знак внимания письмом, написанным им в лагере возле Рейхенбаха во время своих воинских занятий. С другой стороны, Эйлер выяснил, что Королевское общество наук находилось почти при последнем издыхании; война, неизменно сказывающаяся отрицательно на науке, отложила или даже перечеркнула благосклонное намерение монарха.

Тем временем установилось новое научное общество, частично состоящее из членов старого Общества, а частично из других ученых, среди которых был и Эйлер. Он обогатил последний выпуск *Miscellanea Berolinensia* пятью мемуарами [1743/58 – 62], которые без сомнения оказались лучшими из всех, вошедших в него. За ними непостижимо быстро последовало большое число важнейших исследований, рассыпанных в *Mém. Acad. Roy. Sci. et Belles-Lettres*, которые начали регулярно ежегодно выходить со времени учреждения академии [с 1746 г.].

32. Это необычное число мемуаров обо всем, что важно, трудно и величественно в математических науках, в которых неизменно находились новые идеи, часто – возвышенные истины, а иногда и важнейшие открытия, должно поражать нас тем более, что Эйлер не отказывался регулярно посылать

мемуары и в нашу Академию, которая с 1742 г. установила для него пенсию [содержание, выплачиваемое вне зависимости от места жизни академика]. *Commentarii* наполовину заполнены плодами его достойной удивления работоспособности. Тот, кто рассмотрит это быстрое возрастание объема его трудов, вряд ли удержится от мысли, что для самых возвышенных мыслей и самых запутанных вычислений он тратил время лишь на соответствующие записи. И потомки с трудом поверят, что жизни одного человека хватило, чтобы выпустить столько сочинений, список которых приложен к этому похвальному слову¹².

33. Исключительные или особые работы этого периода включают общий метод нахождения кривых, обладающих каким-либо свойством максимума или минимума¹³. Уже тогда Эйлер занимался решением изопериметрической задачи и представлял себе значимость этого исследования как для чистого анализа, так и при рассмотрении физических задач. Он заметил, что все кривые, которые представляют задачи подобного рода, содержат какой-либо максимум или минимум и что многие экстремумы могут быть найдены методом изопериметрии. Он даже заявил, что все естественные явления можно пояснять по первопричинам при помощи учения о наибольших и наименьших так же хорошо, как и по действующим причинам, следует лишь неизменно устанавливать вид максимумов или минимумов, которые применила природа¹⁴.

Даниил Бернулли также применил этот метод для определения формы искривления гибкой ленты, что, однако, привело его к дифференциальному уравнению четвертого порядка, из которого он не смог вывести общего уравнения гибкой кривой. Он сообщил об этом Эйлеру с предположением, что траектории, описанные около одного или нескольких центров сил¹⁵, могут быть найдены тем же методом.

Эйлер снова взялся за эту важную тему и в Лозанне [Швейцария], в 1744-м году, вышел его общий трактат об изопериметрической задаче, и можно утверждать, что он здесь применил всю сокровищницу самого тонкого анализа. Трактат также содержит первые идеи о вариационном исчислении, которое Эйлер вместе с прославленным Лагранжем разработал впоследствии.

34. В том же 1744-м году, в котором была заново учреждена [Берлинская] академия и Эйлер назначен директором ее математического класса, вышла в свет и его общая теория движения комет и планет [1744/66], а Парижская академия премировала его мемуар о магнитах [1748/109]¹⁶.

35. Учение о причинах магнитных явлений, которое Эйлер описал в своем ответе на вопрос Парижской академии, слишком известно, чтобы было необходимо останавливаться на нем. Однако, поскольку эта тема окажется в большей степени понятной каждому читателю, чем любая иная описанная здесь, я не могу полностью обойти ее молчанием. Эйлер исходил из основных положений Декарта о том, что прохождение беско-

нечно тонкой и гибкой материи сквозь неощутимые каналы магнитных тел является причиной особых видимых нами явлений. Магнитные поры он представлял себе как отверстия связанных друг с другом параллельных и узких трубочек, снабженных изнутри клапанами наподобие вен и лимфатических сосудов животных тел. Эти узкие трубочки, полагал Эйлер, пропускают только находящуюся в эфире¹⁷ тонкую материю, которая проталкивается его упругостью, обратно же ее не пропускают клапаны.

Сопротивление эфира выталкивает материю при ее истечении по обе стороны магнитного тела, а оттуда она возвращается к отверстиям ввиду сопротивления эфира и снова проталкивается сквозь них эфиром. Таким образом и порождается магнитный вихрь, видимый по образованию лучей на бумаге с рассыпанными на ней железными опилками и положенной на магнит. Этой идеей, разработанной с большой проницательностью, Эйлер объясняет все свойства магнита, а согласие [магнитных] явлений с гипотезой, столь соответствующей общим законам природы, обеспечило ей многих сторонников.

36. В этом же [?] заполненном трудом 1744-м году вышел в свет переведенный Эйлером [1745/77] трактат Робинса [1742]. Король запросил его мнение о наиболее подходящей книге по артиллерии, Робинс же за несколько лет до этого, не разобравшись в *Механике* Эйлера, вульгарно напал на нее, затем опубликовал на английском языке новые основные положения артиллерии. Его книгу и похвалил королю Эйлер и вызвался перевести ее с дополнениями и пояснениями, которые включили полную теорию полета снарядов, и за 38 прошедших с того времени лет сделанное Эйлером в этой трудной части механики не произошло ничего, что бы было отброшено.

Значимость его прекрасной работы стала общепризнанной. Просвещенный государственный деятель, морской министр и министр [главный контролер] финансов [Франции], Тюрго распорядился перевести ее на французский язык и обучать ей в артиллерийских училищах¹⁸. Почти в то же время вышел в свет и английский перевод в великолепном типографском исполнении, на которое были способны только английские типографии. В этом [всё-таки очевидно в исходном немецком] переводе Эйлер неизменно при каждом удобном случае поступал справедливо по отношению к Робинсу, с редкой скромностью исправил его ошибки, и вся его месть противнику за прежнюю обиду проявилась в том, что он сделал этот труд таким знаменитым, каким он в противном случае никогда бы не стал. Я воздержусь от любых замечаний о столь достойном поведении великого человека! Кто же откажет ему в одобрении и удивлении?

37. За этой работой последовали различные физические исследования, в том числе новая теория света и цвета [1746/88], одна из самых примечательных из них. В эфире Эйлер отыскал причину огня, силы тяжести, электричества и магнетизма. Он даже вычислил слабое сопротивление, кото-

рому подвержены небесные тела при своем движении сквозь эту тонкую материю. Легко понять, что ньютонова теория излучения света никак не могла быть достаточной для его объяснения световых явлений. При ее проверке, которая послужила предисловием к его теории света и цвета, он показал, насколько предположение о пустоте пространства противоречит истеканию вещества из Солнца и звезд, чьи пересекающиеся со всех сторон лучи наверняка заполнят всё пространство и должны будут оказывать небесным телам несравненно больше сопротивления, чем эфир.

Именно по этой причине Ньютон отрицал существование эфира¹⁹, Эйлер же показал, как невозможно было бы частичкам вещества двигаться с такой непостижимой скоростью без взаимных столкновений; вычислил потерю вещества, которую Солнце должно было бы при этом испытывать и показал, что вся его громаднейшая масса была бы исчерпана за несколько секунд. И, наконец, он высказал еще одно столь же серьезное возражение, заметив, что, допуская со всех сторон свободное прохождение сквозь себя материальных лучей света, сами прозрачные тела лишаются всякой материи, или, что сводится к тому же, уже не должны быть телами.

38. Уже Декарт подозревал, что свет распространяется так же, как и звук. По существу нельзя не заметить бросающуюся в глаза схожесть впечатлений зрения и слуха. Звук и свет доходят до нас с расстояний, недоступных другим органам чувств, они распространяются прямолинейно, и оба могут отражаться. Эйлер [1750/121?] учел эту схожесть и при дальнейшем их сравнении [1750/151] показал, что свет происходит от вибрирующих движений эфира, а причиной звука является аналогичное сотрясение воздуха; что различие цветов, так же, как и тональностей, зависит от скорости [от длины волны, частоты] колебаний; и что звук, поскольку он проходит через подходящие тела, как и луч света изменяет свое направление и определенным образом преломляется. Это основное положение, доказанное со всей строгостью, возможной при физических рассуждениях, легко позволило Эйлеру подходящим образом и естественно истолковать все проявления света. Даже различие в преломлениях лучей света, которое Ньютон так и не объяснил, сразу следовало из теории Эйлера, а потому могло бы быть из нее выведено априорно, не будь оно уже издавна известно по опыту.

39. Как раз в то время, когда Эйлер занимался опровержением теории света Ньютона, философия Вольфа приобрела в Берлине свой ярчайший блеск, и говорили лишь о монадах и достаточных основаниях. Размах, который Вольф и его последователи придавали принципу [Ньютона], был для Эйлера лишь предметом дружеских шуток, но учение о монадах являлось в его глазах слишком серьезным заблуждением, чтобы не заявить об этом открыто. Так он [1746/90; 91; 81] и сделал в своих размышлениях об элементах тел, показав, что

их частицы [монады] не могут быть малыми, не становясь бесконечно малыми или ничем; что сила инерции столь же важное свойство тел, как и его протяжение и непроницаемость; что эта сила противоречит приписываемой частицам способности непрестанно изменять свое положение; что таким образом частицы могут существовать не более, чем атомы Эпикура²⁰.

После опровержения возведенной теории, которая с тех пор разделила судьбу многих других, более возвышенных, но ошибочных, Эйлер заменил свойства, приписываемые Лейбницем и Вольфом монадам, силой инерции или сопротивления как одним из свойств вещества, признанным уже Лейбницем. Он представлял себе эту силу как причину всех обнаруженных в природе изменений, а впоследствии применил тот же принцип для объяснения действия давления и столкновений и для доказательства того, что вещество лишено способности мыслить. Выпад Эйлера против в то время столь излюбленного учения о монадах встретил различных противников, чьи работы теперь позабыты вместе с этим учением, которое они пытались защитить. Их еще вспоминают только как яркий пример заблуждений, которым иногда подвержен человеческий разум.

40. Что касается принципа силы инерции, которая по Эйлеру служит причиной всех сил и всех законов движения, то весьма общее понятие о ней соответствует простоте, проявляемой природой во всех своих законах. Хоть ее познание является чисто метафизическим, ее действие может быть вычислено, а ведь всё, что можно требовать от гипотезы, это быть достаточной для объяснения явлений.

41. Здесь было бы как раз подходящее место, чтобы вспомнить о большом числе других философских исследований, которые Эйлер в то время опубликовал в журналах Академии и в которых можно найти столько удовольствия и удивления, сколько доставит самая здравая физика, соединенная с самой возвышенной геометрией. Сюда относятся исследования кометных хвостов [1748/103], северного и южного зодиакального света [там же], распространения звука и света [1748/104]; исследования по поводу пространства и времени [1750/149]; о возникновении сил [1752/181] и т. д. Но границы этой академической речи не позволяют указать все примечательности, содержащиеся в большом числе мемуаров, которые Эйлер содержащихся в сборниках и нашей, и берлинской академии. Насколько он был счастлив и плодовит в открытии математических истин, настолько же проницателен в объяснении физических явлений. Хоть он был отважен в предположениях, которые могли быть оправданы вычислением, но осмотрителен в гипотезах, которые им неподвластны. В то же время он стал основателем блистательных и возвышенных теорий, и мир распознал значимость некоторых из них, потомки же вынесут приговор остальным. Биограф стремился облегчить но не предрешать его.

42. Возвратимся от философа к математику. Среди всех полезных познаний, которые могут достичь значительной доли совершенства объединенными усилиями геометрии и анализа, одно только судоходство еще не получило никакой пользы от общего продвижения физико-математических наук. Не считая гидрографической части и искусства навигации, профессиональные математики ничего не разработали, потому что несовершенные попытки Гюйгенса и шевалье De Renau [1689], относящиеся к управлению судов и скорости их движения, вряд ли могут быть приняты во внимание²¹. Эйлер оказался первым, осмелившимся поднять судоходство до уровня законченной (vollständigen) науки.

Опубликованный мемуар о движении плавающих тел [La Croix 1735], посланный автором в Петербургскую академию, навел его на первые мысли об этом, и после удачного исследования о равновесии судов ему удалось частично установить меру их остойчивости. Успех этих первых попыток побудил его рассмотреть навигацию в ее полном объеме, и таким образом появился большой труд [1749/110; 110A]. Ее первая часть включала в систематизированном порядке всё, что было трудным и возвышенным в теории равновесия и движения плавающих тел, равно как и в учении о сопротивлении жидкостей.

43. Эти общие основные положения не были еще достаточны. Навигация имеет дело с плавающими телами определенной формы, и здесь нельзя было ограничиваться подсчетом сопротивлений и сил [мощностей]. Судно должно быть устроено так, чтобы по возможности уменьшить первое и увеличить второе.

Оно должно сопротивляться стремлению воды согнуть и раскачивать его и обладать всеми свойствами, которые требуются и делаются возможным его назначением. И кроме общего обучения постройке и обращению с судном теория должна научить, как объединить все свойства хорошего транспортного средства, одни из которых могут быть достигнуты лишь за счет других. Так, к примеру, наивысшая остойчивость и быстрейшая скорость не могут сочетаться друг с другом.

И поэтому исключительно важно знать, какой долей каждого выгодного свойства следует пожертвовать для улучшения остальных. Этому учит вторая часть труда Эйлера, которая рассматривает всё, чего может ожидать от новой теории судостроитель и штурман. Впоследствии он обогатил эту важную ветвь прикладной математики многими новыми и полезными идеями, рассеянными в периодических изданиях Петербургской и Берлинской академий. Здесь можно назвать еще два опубликованных там же мемуара, о наилучшем способе движения крупных судов при отсутствии ветра [1771/413] и о действии килевой и боковой качки [1771/415], последний из которых получил в 1759 г. премию Парижской академии.

44. Эти разнообразные труды сразу же теоретически обосновали искусство судостроения, которое ввиду отсутствия надежных положений столь длительное время придерживалось лишь традиционных правил, в то время как другие прикладные дисциплины достигли того же лишь постепенно, после многих попыток вслепую.

45. Его теория не была, однако, написана на языке, типичном для профессионалов и предполагала у них такие математические знания, которых от судостроителя или штурмана нельзя было ожидать. И воспользоваться преимуществами важных открытий Эйлера можно было бы только после их отделения от слишком сложных вычислений и слишком запутанных и глубокомысленных рассуждений. Эйлер сам это чувствовал, и это соображение, а также его частые беседы после возвращения в Петербург с адмиралом Knowles побудили его исключить из своей теории всё, что не было связано всерьез со знаниями, действительно необходимыми моряку или же было менее понятно ему. И таким образом в 1773 г. вышла в свет первая полная теория постройки и обращения с суднами, написанная понятным для всех моряков языком [426; 426С].

46. Никогда еще труд геометра не имел такого блестящего успеха. В Париже тотчас же вышло ее новое издание, которое ввели в королевские морские школы, и король вознаграждал автора подарком 6000 ливров²² за пользу от его многочисленных открытий на пользу французской нации, равно как и всех просвещенных народов (таковы были почетные выражения французского издателя). И почти в то же время вышли в свет итальянский, английский и русский переводы этой превосходной работы, последний же побудил нашу великую императрицу подарить Эйлеру 2000 рублей.

47. Я здесь умышленно подытожил наилучшие труды Эйлера по указанной теме, хоть они и относились к весьма различным периодам, потому что приятно и интересно заметить сразу, как благодарны должны быть великому человеку две столь важные отрасли знания, судостроение и судовождение.

48. Теперь нам следует вернуться на двадцать лет назад, чтобы вспомнить прежние работы Эйлера. И там я прежде всего нахожу многочисленные королевские поручения непосредственно ему, касающиеся нивелирования вдоль канала Finow между рекой Хафель и Одером, солеварни в Шёнебеке, водопроводной [насосной?] станции в Сан-Суси, проекта лотереи, составленного Calzapighi²³, и других финансовых проектов. Эти поручения дали Эйлеру повод проявить свою проницательность непосредственно для нужд государства, поскольку он [в частности] предохранил от выполнения многих вредных проектов и многих ненужных или обременительных задач. Собрание 54 писем короля Эйлеру, частично написанных им собственноручно, доказывает сильное доверие, питаемое монархом взглядам и

правдивости этого достойного человека, у которого он часто спрашивал совета также и по поводу Академии и университета в Галле²⁴.

49. Чтобы законченные и рассеянные в академических изданиях в течение почти 30 лет важные открытия в дифференциальном и интегральном исчислениях и при расширении их области свести в единое целое, как Эйлер заранее и имел это в виду, ему предстояло вначале подготовить предваряющее сочинение. Этой цели послужило *Введение* [102], вышедшее в Лозанне [Швейцария] в 1748 г.

Оно содержало всё учение об алгебраических и трансцендентных функциях с обсуждением их преобразований и разложений (*Umformung, Auflösung und Entwicklung*), излагало всё необходимое и достойное о свойствах и суммировании бесконечных рядов и указало новый и примечательный метод обращения с экспоненциальными величинами. Там находится четкое и плодотворное понятие о логарифмах и об их применении и пояснение новых, открытых Эйлером правил, относящихся к тригонометрическим функциям. Во второй части дается общее учение о кривых с их разделением на виды и подвиды, а в дополнении – теория тел и их поверхностей и соответствующие уравнения с тремя переменными. В заключение в этом важном труде определяется понятие линий двойкой кривизны, возникающих при пересечении двух поверхностей.

50. За этим *Введением* последовало руководство по дифференциальному [1755/212] и интегральному [1768/342; 1769/366; 1770/385] исчислениям, которое наша Академия издала за свой счет. Главная заслуга первого из них, предмет которого уже у своих творцов содержал довольно таки совершенную часть исчисления бесконечно малых²⁵, состояла в той точке зрения, с которой Эйлер рассматривал основные положения дифференциального исчисления; в их систематической связности; в царящем в книге методичном изложении; в четкости, с которой показана польза этого исчисления для теории бесконечных рядов и учения о максимумах и минимумах. Его собственные открытия там перемешаны с открытиями творцов исчисления, но следы его гения неистребимы. И там, где великий ум не смог ничего создать, он завершает открытия других, делает их основные положения проще и очевиднее и выводит из них новые следствия. Кто же не осознает этих признаков гениальности в трудах Эйлера? Каждая страница содержит что-то, принадлежащее только ему, но указание всего нового оказалось бы слишком пространством для этого очерка.

51. Интегральное исчисление, первые следы которого теряются в происхождении анализа бесконечно малых, еще далеко от совершенства дифференциального исчисления. Общих правил для перехода от элементов к величинам²⁶, существующих для обратного перехода, еще нет. Будь они найдены, справедливые потомки осознают, что своим

бесчисленным удачным интегрированием, которое удавалось только ему одному, Эйлер подготовил почву для этого. Ему принадлежит слава громадного расширения границ этой возвышенной науки по сравнению с ожиданиями первооткрывателей. И даже Ньютон, приди он снова, был бы поражен теми бесконечными трудностями, которые этот необычный человек смог преодолеть.

52. Третья часть интегрального исчисления содержит новую ветвь, которой он обогатил анализ, а именно вариационное исчисление. Я уже выше заметил, что первые мысли о нем навеяла Эйлеру изопериметрическая задача, когда он рассматривал кривые, бесконечно мало отличающиеся от заданной. Эту идею воспринял Лагранж, достойный преемник Эйлера в Берлине, который представил эту задачу в аналитическом виде, отделенном от любых геометрических соображений и решил ее, применив новый вид исчисления, который впоследствии под названием вариационного оказался в руках Эйлера столь плодотворным при поисках новых истин.

53. Мы уже имели повод заметить, что всеобъемлющий и деятельный ум Эйлера не всегда ограничивался областью математики, хоть она и чрезвычайно обширна. Он занимался всем, что имело малейшее отношение к ней, и вычислил всё, что только допускало вычисление, и мы увидим, насколько оптика, естественные науки и звёздная астрономия должны быть благодарны его бесподобной теории света и цвета. Проверка теории Ньютона уже дала ему возможность исследовать различия в преломлении света и вредное воздействие дифракции света в рефракторных телескопах, от применения которых по этой причине полностью отказались, поскольку более успешным было использование рефлекторных.

Размышления об удивительном строении глаза обратило его внимание на составление различных прозрачных тел, и в 1747 г. Эйлер [93] предложил составной объектив из двух линз с промежутком между ними, который мог быть заполнен водой, полагая, что он устранит недостаток рефракторных телескопов. Ему возразил известный английский оптик Доллонд, который противопоставил его мнению авторитет Ньютона. Эйлер не замедлил указать на ничтожность его утверждений, а большое число опытов с менисками [с выпукло-вогнутыми или вогнуто-выпуклыми линзами] с промежутком между ними, заполненным различными жидкостями, укрепили его предположение, а Доллонд тем временем [нашел удачную комбинацию собирающей линзы из кронгласа и рассеивающей линзы из флингласа], которая смогла послужить для подтверждения мнения Эйлера. Он завершил свое открытие в 1757 г., сконструировав так называемый ахроматический телескоп, который составил эпоху в астрономии и диоптрике.

54. Счастливым успехом Доллонда при приложении открытия, к которому он вначале относился отрицательно по опыту, ссылаясь также и на основные положения Ньютона, склонили Эйлера к продолжению исследований по улучшению рефрак-

торных приборов. Он прежде всего постарался устранить тот их недостаток, который происходил ввиду абберации лучей света и [ввиду] сферической формы стекла. В конце концов он предложил для изготовления телескопов и микроскопов общие правила, в основательности которых убедился по опыту, пользуясь изготовленными по его указанию приборами²⁷.

55. Этому спору с Доллондом мы должны быть благодарны за одно из важнейших открытий этого века, которое оказало громадную пользу астрономам, облегчив им их наблюдения и дав им возможность осуществлять новые открытия.

56. Споры Эйлера, Даламбера и Даниила Бернулли о колебании струны²⁸, хоть они и оказались важными только для математиков, заслуживают здесь нескольких замечаний, потому что они дали повод появлению многих прекрасных мемуаров. Первым, кто разработал физическую часть этих исследований, был Даниил Бернулли, разъяснивший возникновение тональностей вибрациями музыкальных струн и считавший достаточными результаты Тейлора. Эйлер и Даламбер, которые приложили к этой трудной теме физической математики [математической физики] всю мощь геометрии и анализа, показали, что решение Бернулли, исходящее из трохоиды Тейлора, не может быть достаточно общим. Эти споры продолжались длительное время при взаимном уважении его участников друг к другу, что и подобало ученым со столь убедительными заслугами, и закончились лишь с их [?] смертью²⁹.

Подобные полемики о темах прикладной (*vermischten*) математики быть может иногда необходимы математикам, слишком уж привыкшим к достоверности и очевидности геометрических истин, чтобы возбудить у них целительное недоверие к исследованиям другого рода, которые не могут обладать подобной же очевидностью.

57. В 1751 г. Эйлер [176; 186] вовлекся в другую полемику, не столь длительную, но более ожесточенную с обеих сторон. В то время профессор Кёниг (S. König) предпринял атаку на общий механический закон наименьшего действия и отказал президенту [Берлинской академии наук] Мопертюи в чести быть его первооткрывателем³⁰.

Впрочем, Эйлер принял участие в этом споре только потому, что считал это необходимым ввиду своей дружбы с Мопертюи и для защиты чести Академии, и я упоминаю об этом лишь ввиду того, что, во-первых, он побудил Эйлера написать несколько превосходных мемуаров [1751/199], и, во-вторых, мне желательно отметить, что он с редкостной скромностью защищал притязания Мопертюи на это открытие, хотя мог бы частично присвоить его, будь он более самолюбив или менее порядочен³¹.

58. Решение важной задачи прецессии равноденствия и колебания [движения] земной оси, которое впервые обнаружил Даламбер³², склонило Эйлера к публикации своего

собственного исследования [1751/171]. В том же источнике содержится и благополучное разрешение полемики Лейбница и Иоганна Бернулли о логарифмах отрицательных и мнимых чисел [168].

Проблема прецессии равноденствия заставила Эйлера исследовать вращение тел около подвижной оси, которое до того не поддавалось известным законам движения. Ему пришлось обратиться к исходным основным законам механики и вывести из них общие правила для установления кругового движения тел около подвижной оси вращения. Это привело его к новому механическому закону [1752/177], при помощи которого ему удалось решить задачу о движении твердого тела в ее полной общности³³.

59. Эти исследования, пролившие новый свет на механику, заслуживают рассмотрения в своей общности. В уже упомянутом обширном труде по механике Эйлер [1736/15, 16] исследовал только движение бесконечно малых тел, имея в виду впоследствии изучить движение конечных тел, и упругих, и жестких. И действительно в 1765 г. вышла в свет его теория [движения] конечных жестких тел [289], которую можно считать законченной механикой, потому что в своем введении она содержала превосходное и понятное изложение всех законов движения бесконечно малых тел. Здесь собрано всё, что было важным в его рассеянных исследованиях о движении твердого тела, так что Эйлер тем самым оказал столь существенную службу физической астрономии³⁴.

60. Таковы лучшие работы, которые в такой степени отметили берлинский период жизни Эйлера. В течение своего длительного отсутствия он, однако, никогда не отказывался оказывать очень серьезную пользу также и Петербургской академии, которой он, как мы уже указали, посылал весьма значительную часть своих научных работ.

И он усердно заботился о нашей Академии и даже обучал многих ее питомцев, посылаемых в Берлин³⁵. Он, следовательно, ни в каком отношении никогда не покидал Академии, и это, видимо, признавали и при нашем дворе, и в нашей армии. Когда наши войска находились в Берлине³⁶, его охраняли и возместили ущерб, нанесенный его поместью.

61. Имея подобное отчетливое предпочтение к стране, в которой он провел первые годы своей юности, и к корпусу [к Академии] оказавшимся [оказавшейся] колыбелью его славы, Эйлер должен был питать надежду вернуться туда. Для этого вскоре появилось новое побуждение. Восшествие на престол Екатерины II [1762], блеск ее управления, столь же мягкого, сколь мудрого, столь же справедливого, сколь благотворного, поразил мир. Она защищала науку и ее носителей, что придало Академии новые силы, и это укрепило желание Эйлера закончить свои дни в России на службе царицы, олицетворявшей счастье для своего народа и ставшей гордостью мира.

62. В мае 1766 г. исполнение его желаний облегчилось. Российский посланник в Берлине, князь Владимир Сергеевич

Долгорукий, от имени царицы согласился со всеми условиями, которые Эйлер выставил для себя и своей семьи³⁷. После многих затруднений король разрешил выехать Эйлеру и двум его старшим сыновьям, но младшему сыну, лейтенанту артиллерии, в выезде в Петербург со своим отцом было, однако, категорически отказано.

63. В июне 1766 г. Эйлер покинул Берлин, в котором прожил 25 лет и пользовался уважением, соответствовавшим его великим заслугам. Принцы [нецарствующие члены] королевского дома и особенно правящий маркграф Бранденбург-Шведта неохотно проводили его самым лестным образом и выразили сожаление по поводу своей потери³⁸.

64. Только лишь Эйлер собрался выехать, как король Польши через князя Адама Чарторьского пригласил его проехать через Варшаву. Он пробыл там десять дней в таких приятных условиях, какие только мог обеспечить столь благосклонный и любезный государь мудрому человеку, который наслаждался ими, хоть и не добивался их³⁹.

И, наконец, после длительного отсутствия Эйлер увидел Петербург, в который прибыл 17 июля [1766 г.]. Он был сразу же представлен царице и приглашен к ее столу, а при ее могущественном посредничестве его младший сын получил разрешение последовать за своим отцом и поступить на российскую службу.

65. Только лишь Эйлер устроился в доме, на покупку которого царица подарила 8000 рублей, как тяжело заболел и оправился лишь с полной потерей зрения. Катаракта, образовавшаяся в его левом глазу, лишила его этого последнего органа зрения, ослабленного чрезмерной нагрузкой.

66. Какой ужасный случай для человека, привыкшего к труду, ставшего потребностью, чей вечно работающий ум вдруг оказался неспособным закончить важные работы, набросок которых уже был у него в душе, так что его новые и близкие отношения со здешней Академией должны были бы быть отмечены еще более необычной степенью его плодотворности. Теперь же участью любого менее одаренного человека была бы полная бездеятельность, но удивительная память Эйлера и его сила воображения, возросшая ввиду отсутствия всяких отвлекающих внешних впечатлений, вскоре заменили потерю, которая грозила прервать научную карьеру этого великого человека.

67. Первое, что он предпринял, было подготовка учебника по алгебре. Молодой человек, которого он привез с собой из Берлина для прислуживания, и который помимо некоторого навыка в вычислениях не имел ни малейшего представления о математике, оказался орудием для этой цели. Так было написано удивительное наставление по алгебре [1770/387; 388], столь известное и в связи с обстоятельствами, сопровождавшими его появление, и ввиду особой четкости изложения.

Но и в этом учебнике, предназначенном только для начинающих, изобретательный ум автора проявился применением

в нем новых методов. И, насколько мне известно, он являлся единственным, в котором были связно рассмотрены так называемые задачи Диофанта⁴⁰. Всего через два года вышел в свет русский перевод учебника, а вскоре за ним последовал и французский.

68. Приезд Крафта вскоре позволил слепому старцу взяться за более крупную работу, набросок которой он составил уже давно, а именно за сводку всего, что он сделал за 30 лет для усовершенствования оптических приборов и их теории. Эйлер приступил к работе со свойственной ему бойкостью и в 1769, 1770 и 1771 гг. выпустил в свет свою *Диоптрику* в трех больших томах в четверть листа каждый [367; 386; 404].

69. Первая часть этого важного труда включает общую теорию этой *новой* науки. Мне будет позволено употребить это прилагательное, если принять во внимание, что своим нынешним видом диоптрика полностью обязана Эйлеру, и что до него она вряд ли заслуживала считаться наукой. Непомерная длина телескопов, бывшая необходимой до изобретения составных объективов для достижения ощутимого увеличения, и запутанное ввиду дифракции света изображение заставляло астрономов полностью отказываться от рефракторных телескопов.

Искусство вычислять составление этих инструментов наилучшим образом, равно как и пришедших им на смену рефлекторных телескопов было поистине хаотично, и, хотя эта задача относится только к элементарной геометрии и требует лишь небольшого знания исчисления бесконечно малых, ее решение настолько отставало [от возможного уровня?], что продвижение теории можно измерять, начиная с Эйлера.

70. Вторая и третья части *Диоптрики* содержат все правила для наилучшего составления подзорных труб, рефлекторных телескопов и микроскопов. Вычисление сферической аберрации было шедевром самого тонкого анализа, и обоснованно поражает необычными приемами облегчения утомительных оптических вычислений, которые заслужили признательность и одобрение мира, и были применены для того, чтобы эти приборы сочетали все возможные преимущества, – четкость изображения, большой угол поля зрения, малую длину, – для каждого увеличения и числа [сменных] окуляров, – и чтобы облегчить прежние утомительные вычисления, вызванные [большим] числом и сложностью оптических элементов.

71. В то самое время, когда академическая типография печатала *Диоптрику*, в ней еще готовились *Письма немецкой принцессе* [1768/343 и 344; 1774/417], *Интегральное исчисление* [1768/342; 1769/366; 1770/385], *Введение в алгебру* [1770/387; 388], исследование кометы 1769 г. [389], вычисления солнечного затмения и прохождения Венеры по диску Солнца [1770/397], новой теории движения Луны [1770/399], таблицы Луны [1772/418A] и труда по строительству судов и навигации [1773/426], не говоря уж о большом числе мему-

аров, которые находились в вышедших в то время томах *Commentarii*.

72. Только лишь вышел первый том *Диоптрики* [1769/367], как ее русский перевод, равно как и новый французский, подготовленный в Париже⁴¹, сделали этот труд самой распространённой и популярной книгой по физике, что немало способствовало ознакомлению с его прославленным автором всех тех, включая прекрасный пол, кто не был в состоянии оценить его заслуги в просвещении по его важным трудам.

73. Мы теперь возвращаемся в 1769-й год, столь примечательный в истории наук и особенно астрономии, когда так хорошо проявились общие усилия самых могущественных государей Европы поддержать полностью готовых к этому астрономов при наблюдении прохождения Венеры перед диском Солнца.

В том, а частично и в предыдущем году царица России и короли Франции, Англии и Испании послали большое число астрономов со всем их оборудованием во все уголки мира, чтобы наблюдать это редкостное и столь важное для установления масштаба солнечной системы явление. Только лишь по территории, находящейся под могучим российским скипетром, рассеялись десять наблюдателей, одушевленные предоставляющимся почётным случаем и поддержанные великодушным содействием нашей несравненной царицы.

Эйлер же раздумывал, как применить их [будущие] наблюдения для установления параллакса Солнца. Он [1770/397] изобрел новый способ не только для наблюдения прохождения Венеры, но и для вычисления затмений⁴², которые предшествуют этому явлению [?] и для облегчения определения географических положений точек наблюдения. И поэтому астрономия частично обязана Эйлеру теми усовершенствованиями, которые произошли вследствие измерения этого параллакса.

74. Мы, наконец, подошли к одному из его важнейших трудов, к *Теории Луны*, которой он так часто и так успешно занимался. Уже в 1746 г. он составил таблицы Луны [87], а в 1753 г. – теорию ее движения [187]. Ее применил Тобиас Мейер для вычисления таблиц, заслуживших впоследствии приз английской комиссии долгот. При этом английский парламент подарил Эйлеру 300 фунтов стерлингов за исследования, которые проложили путь Мейеру для столь существенного продвижения к решению одной из важнейших [навигационных] задач⁴³.

75. Тем временем Парижская академия со времени избрания Эйлера своим иностранным членом в 1755 г.⁴⁴ премировала три его работы по неравенствам движений небесных тел [1770/485; 486] и соответствующему усовершенствованию теории Луны, которыми он ответил на конкурсные вопросы Академии за 1770 и 1772 гг.

Я привел это и несколько других писем из громадной переписки Эйлера с примечательными людьми, что вряд ли

требует извинения. Они являются документами, которые хоть и не добавляют славы великому человеку, но могут доказывать, что его эпоха справедливо относилась к нему.

К отмеченному выше следует добавить еще небезразличное для чести Эйлера замечание. Как и в знак уважения к его памяти, так и учитывая собственные заслуги его старшего сына, король избрал его в качестве преемника Эйлера иностранным членом Парижской академии. Обе эти премии Эйлер получил вместе со своим старшим сыном, который, совместно с аббатом Боссю, уже в 1761 г. получил премию за лучший способ загружать суда⁴⁵.

76. В последнем из этих мемуаров [не считая мемуара 1761 г.] Эйлер нашел способ разъяснения и тех неравенств движения Луны, которые раньше, в его первой теории, не поддавались ему ввиду сложности вычислений. Это придало ему силы заново вернуться к теории Луны в целом, и с помощью своего старшего сына, Лексиса и Крафта он довел ее до составления новых таблиц, которые появились вместе с его серьезнейшим трудом в 1772 г. [418].

Вместо того, чтобы придерживаться бесплодных интегрирований трех дифференциальных уравнений, которые выводились из основных законов механики, Эйлер записал эти уравнения [отдельно] по осям координат, определявшим положение Луны⁴⁶, и подразделил все неравенства, поскольку они зависели от средней элонгации Солнца и Луны, эксцентриситета, параллакса или наклона орбиты Луны, в определенные классы⁴⁷.

Этот метод, примененный с глубокой проницательностью и сопровождаемый самыми утонченными и доступными лишь лучшим анналистам приемами, привел к успеху, превзошедшему все ожидания. Нельзя не поражаться, глядя на ужасающие вычисления, которые при этом потребовались, и на примененные вспомогательные приемы для их сокращения и делающие возможным определение движения Луны.

77. Но еще больше поражает терпение и спокойствие духа, которые потребовались для этой неизмеримой работы, если еще припомнить время и обстоятельства ее выполнения. Лишенный зрения, вынужденный прибегать при этих ужасающих вычислениях ко всей мощи своей памяти и всей силе воображения; отброшенный назад нарушением домашних условий после пожара, уничтожившего большую часть пожитков его самого и его семьи⁴⁸ и изгнанный поэтому из дома, в котором ему был знаком каждый уголок и привычка могла заменять отсутствующее зрение; расстроенный осложнениями, которые должны были возникнуть ввиду таких внезапных и печальных перемен и устройством дома заново, — Эйлер сумел закончить свой труд, который уж сам по себе обессмертил бы его имя, будь он выполнен в самых спокойных и благоприятных условиях.

Кто сможет воздержаться от восхищения такой душевной силой, такому хладнокровию, граничащему с героизмом этого

мудрого человека, даже находившегося под двойным ударом судьбы, которые позволили ему удержаться на ногах и придали ему необходимое для подобных занятий спокойствие духа?

78. Через несколько месяцев после этого несчастного случая, облегченного великодушным подарком 6000 рублей от царицы [Екатерины II], катаракту Эйлера прооперировал известный глазной врач Барон фон Венцель. К невыразимой радости также и своих близких он заново обрел зрение. Но как недолго продлилось счастье! То ли он недостаточно внимательно отнесся к последующему лечению, то ли слишком страстно использовал свое вновь обретенное зрение и слишком мало щадил свой глаз, но он снова потерял зрение, притом с ужаснейшими болями.

79. Итак, несчастный старец снова был вынужден прибегать к посторонней помощи при своей работе. Его сыновья, академик и подполковник, а также Крафт и Лексель, поочередно находились при нем и помогали ему в крупных работах и мемуарах, которые были включены в последние тома *Novi Commentarii*⁴⁹ и о которых я не говорю, чтобы не слишком распространяться.

80. И всё же для полноты изложения я должен задержаться на некоторых из самых важных, потому что они либо улучшили, либо продолжили его прежние уже упомянутые крупные труды. К ним относятся мемуары о равновесии и движении жидкости [1776/481] и о совершенном ахроматическом телескопе [1774/460?].

81. Совершенствование всех частей анализа, произведенное Эйлером со времени выхода в свет *Гидродинамики* [1738] прославленного Даниила Бернулли, естественно привело Эйлера к мысли заново переработать и эту часть механики, о чем он уже дал повод надеяться в Предисловии к своей прежней *Механике* [1736/15; 16] и подготовительные работы к чему он опубликовал в своих сочинениях в берлинских мемуарах (*Berliner Memoiren*)⁵⁰. И, наконец, Эйлер оправдал возбужденные ожидания в четырех обширных мемуарах [1754/206; 1757/225 – 227], в которых описал всю теорию гидростатики и гидродинамики.

82. Эта теория бесконечно плодотворна и удачным приложением общих законов, и достаточным разъяснением важнейших явлений. Рассматривая, к примеру, нарушение равновесия воздуха [атмосферы] разностями плотностей и температур, Эйлер обнаружил общую причину ветров и частную причину пассатов и муссонов в Индийском океане⁵¹. Далее, при исследовании состояния равновесия жидкостей, притягиваемых одним или многими центрами сил [см. Прим. 15], он определил фигуру Земли и состояние равновесия окружающей ее жидкости, что привело его к объяснению приливов и отливов [ср. [1741/57]].

Отыскав способ описания теории движения жидкостей двумя дифференциальными уравнениями второго порядка

[1761/258 – 260?], он применил общие положения к движению воды в сосудах, насосах и трубах. Наконец, исследование движения воздуха привело его к теории распространения звука, возникновения звуков флейты и к другим акустическим вопросам. Таковы многочисленные и важные предметы, которые Эйлер обсуждал в своей новой теории гидродинамики.

Нам известно так мало об этой трудной части физических наук⁵², и достигнутое им в этой области настолько превосходило это, что перепечатка упомянутых четырех мемуаров должна была бы стать существенным подарком для каждого математика, который не сможет позволить приобрести себе дорогих академических изданий.

83. При составлении *Диоптрики* [1769/367; 1770/386; 1771/404] Эйлер не учитывал в своей теории совершенных объективов ни расстояния между линзами, ни их толщины как несущественные обстоятельства, хоть в некоторых случаях эти параметры нельзя не принимать во внимание без того, чтобы не увеличить влияния отклонения лучей в объективе. Мемуары о составных объективах и их применении во многих видах труб, которые содержатся в т. 18 *Novi Commentarii* [1774/459; 460], предназначены устранить это несовершенство теории. Там можно найти четкое критическое обсуждение различных способов уменьшения длины этих приборов и увеличения угла их поля зрения. Следуя этому обсуждению, я составил наставление для наилучшего возможного изготовления телескопа, которое Академия опубликовала в 1774 г. на французском языке [446], и которое весьма заслуженный профессор Клюгель из Хельмштедта перевел на немецкий язык и опубликовал в 1778 г. в своей аналитической *Диоптрике*.

84. В то время общие недостатки почти всех немецких вдовьих касс и погребальных братств и упреки по адресу большинства финансовых операций, основанных на [статистике] смертности, как пожизненных рент, тонтин и др., в том, что они слишком прибыльны устроителям, привели Эйлера к мысли обосновать подобные институты более надежно, насколько это позволяло известное несовершенство бюллетеней о смертности [таблиц смертности?]. Его исследования были опубликованы в 1776 г. [473] и пояснили суть вдовьих касс и погребальных братств и оказались начальным поводом для моего плана ссудной кассы общего характера, вышедшего в том же году⁵³.

85. Эйлер много раз обещал графу Владимиру Григорьевичу Орлову, что передаст Академии столько мемуаров, что их должно будет хватить на 20 лет после его смерти, и он сдержал свое слово. Он сохранил всю свою прежнюю восторженную отношение к труду, а ослабление силы разума со старостью, потеря зрения и бесчисленное количество его открытий⁵⁴ еще не истощили его плодотворного ума. Убедительным доказательством тому служат 70 мемуаров, которые он за семь лет продиктовал Головину и 250 других, вычисления в которых я сам проделал и зачитал в Академии⁵⁵.

86. Среди этих мемуаров нет ни одного, не содержащего нового открытия или по меньшей мере какой-либо остроумной идеи, на основе которой к новым открытиям могли придти другие. Там можно найти самые удачные интегрирования, большое число приемов и усовершенствований самого возвышенного анализа, глубокие исследования о природе и свойствах чисел, тонкие доказательства многих теорем Ферма, решение очень многих трудных задач о равновесии и движении твердых гибких и упругих тел, распутывание многих кажущихся парадоксов.

Всё отвлеченное и трудное, содержащееся в учении о движении небесных тел, в их взаимных возмущениях и нерегулярностях, доведено в них до такой степени совершенства, которое могло осуществиться только улучшением исчисления в руках самого великого математика. Каждой ветви математического познания есть за что поблагодарить его.

87. Таковы заслуги Эйлера в просвещении своего времени, и таковы его труды, достойные бессмертия. Забыть его имя, которое потомки поставят рядом с именами Галилея, Декарта, Лейбница, Ньютона и столь многих других великих людей, почтивших человечество своим гением, можно будет только заодно с наукой. Память о нем будет жива и тогда, когда имена столь многих других, которые должны быть благодарны легкомыслию нашего века за свою преходящую славу, будут уже давно и навечно забыты.

88. Мало кто из ученых написал так много, как Эйлер, и ни один геометр не рассматривал зараз такого множества тем, никто не пролил столько света на все части математики.

89. Кто представляет себе то мощное влияние, оказываемое лицами особого дарования на расширение человеческого познания; кто учитывает особую редкость превосходного таланта, которому природа видимо оставила исключительное право на просвещение; и, наконец, кто видит как кто-то из этих выдающихся личностей удаляется со своего жизненного пути, – тот вряд ли удержится от пожелания, чтобы они были избавлены от неизбежной смерти, или чтобы по меньшей мере их путь мог бы растянуться за обычные пределы человеческой жизни.

Жизнь Эйлера была продолжительна и заполнена деятельностью. Если не учитывать потерю зрения, то он не подвергся столь обычным последствиям перенапряжения и до последнего дня сохранил ту силу ума, которой отличался всю свою жизнь, и следы которой нельзя не заметить в его последних трудах.

90. Несколько приступов головокружения, на которые он жаловался в первых числах сентября 1783 г., не помешали ему вычислить движение аэростатов [1784/579], начавших в то время обращать на себя всеобщее внимание, и ему удалось произвести потребовавшееся для этого тяжелое интегрирование.

Это головокружение было, однако, предвестником его смерти, которая последовала 7 сентября. Еще во время обеда он с неослабевшей силой ума и вполне связно беседовал с ныне покойным Лекселем и со мной о новой планете⁵⁶ и других темах, а затем отдохнул как обычно. За чаем он еще шутил с одним из своих внуков, как вдруг его поразил удар. Со словами *ich sterbe* (я умираю) он сразу потерял сознание и через несколько часов закончил свою славную жизнь в возрасте 76 лет, пяти месяцев и трёх дней.

91. Так скончался наш старейший академик, в течение 56 лет остававшийся гордостью и украшением нашей Академии, свидетелем и участником ее зарождения и роста. Его влияние на академические труды было так велико, что, не считая того, что он совершил в Берлине, *Commentarii* [включая *Novi Commentarii*] несут в себе самые отчетливые следы его отъезда и возвращения⁵⁷, как будто одно только его существование было бы достаточно, чтобы распространить на всё жизнь и деятельность. Он имел счастье увидеть перед смертью утреннюю зарю светлого дня, занявшуюся при мудром руководстве Ее Светлости княгини Дашковой. Его радость была так же велика, как преданность, которую он неизменно испытывал к нашему научному обществу.

92. Эйлер обладал здоровой и прочной конституцией, без которой ему было бы трудно противостоять стольким потрясениям остротой и многочисленностью его болезней⁵⁸.

93. Его последние дни были спокойны и радостны. Не считая некоторых неразрывно связанных с возрастом слабостей, он наслаждался здоровьем, позволявшим ему посвящать исследованиям то время, которое в старости приходится коротать в отдыхе, и продолжал деятельно проводить последние дни своей полностью пожертвованной науке жизни. Он наслаждался и своей славой и общественным уважением, и плодами своего разума и добродетели, – намного более чистым наслаждением тем, что до последних дней оставался верным своему внутреннему сознанию и своим обязанностям. Передышку он неизменно находил в лоне своей семьи и в сладости, которое семейное счастье может охватить жизнь отца семейства.

94. Он в высокой степени обладал тем, что обычно называется эрудицией; он прочел лучших писателей древнего Рима; был достаточно знаком со старой математической литературой; в совершенстве знал историю всех времен и народов. Даже о медицине, лечебных травах и химии он знал больше, чем можно было бы ожидать от ученого, который этих наук специально не изучал.

95. Громадная слава и общественное уважение, более существенно основанные на его добродетели, которая не всегда сочетается с научными заслугами, часто привлекали к нему посетителей издалека. Многие из них уезжали, будучи удивлены и изумлены. Они не могли понять, как человек, который, казалось бы, полвека занимался лишь открытиями в

математике и физических науках, всё еще знал так много ненужного ему и чуждого предметам его исследований. Его счастливая память сохраняла всё, когда-то запечатленное в ней при обширном чтении. Кто, подобно Эйлеру, мог на память продекламировать *Энеиду*⁵⁹ от начала до конца и указать первую и последнюю строки каждой ее страницы в своем экземпляре, должен был быть в состоянии запомнить то, что прочел в старости, когда впечатления наиболее живы⁶⁰.

96. Возможно, что по той же причине допустимо объяснить отсутствие у него приспособляемости, незаметно подводящей нас к тому произношению, которое характерно для нашего окружения. Эйлер неизменно сохранял базельский говор со всеми его идиоматическими особенностями. Он часто забавлялся, либо вспоминая для меня некоторые провинциализмы и употребляя обратный порядок слов, либо вставляя в свою речь базельские выражения, чье употребление и значение я уже давно позабыл.

97. Ничто не может сравниться с той непостижимой легкостью, с которой Эйлер без всякого следа неудовольствия мог отрываться от своих вычислений к обычной поверхностной беседе, а затем возвращаться к своим занятиям. Искусство оставить в кабинете научный дух, скрыть свое превосходство и принизить себя до способностей каждого настолько редкостно, чтобы не отнести его к заслугам Эйлера. Его неизменно ровное настроение, мягкая и естественная живость, некоторая добродушная насмешливость, очень наивная и забавная манера рассказа делала беседы с ним столь же приятными, сколь излюбленными.

98. Его замечательная живость, без которой не смогла бы продолжаться поразительная деятельность его ума, иногда увлекала его, он легко восплалялся. Но доброта, основная черта его характера, гасила его гнев так же быстро, как обидчивость возбуждала его. Он не был способен продолжительно злиться на кого-нибудь.

99. Он был в высшей степени искренен и неподкупно честен, обладая признанными национальными добродетелями швейцарца. Как заклятый враг всякой несправедливости, он часто осмеливался откровенно упрекать, или даже по обстоятельствам открыто нападать на тех, кто хотел их совершать. Мы все еще помним, как счастлив он иногда был, когда к утешению угнетенного ему удавалось устранить злоупотребление.

100. Он, не как каждый великий человек, справедливо относился к заслугам других и даже своих противников. Очень часто я видел, как он с безоговорочным удовлетворением самым искренним образом высказывал похвалу заслугам таких ученых, как Даниил Бернулли, Даламбер⁶¹, Лагранж. Каждое новое открытие так радовало его, будто он сам его и сделал. Это доказывает, что для него важнее было расширение области познания истины, чем одобрение миром.

101. Религия было для него свята и достойна уважения. Его благочестие было искренним, а благоговение ревностным и сердечным. Он без ханжества и щегольства выполнял с должным вниманием все обязанности христианства, был человек и в высшей степени терпелив, но не по отношению к противникам религии, особенно к открытым поборникам вольнодумства, от которых он уже в 1747 г. защищал откровение в печати [92].

102. Как муж, отец, друг и гражданин он был образцовым примером добросовестного исполнения тех обязанностей, которые вытекали из этих социальных отношений. И всё это присоединялось, чтобы оправдать праведную боль от его потери и показать миру, что именно мы в нем потеряли⁶².

103. Эйлер был женат дважды. Первый раз он женился в 1733 г. на Катерине Гзель, дочери художника из Санкт-Галлена [Швейцария], которого Петр I, будучи в Голландии, принял к себе на службу, и сестры известного von Loen. После смерти жены в 1776 г. домашнее устройство Эйлера вынудило его жениться вторично на Salome Abigael Гзель, единокровной [так уточнил Румовский в своем переводе французского текста] сестре покойной, дочери Марии Граф и внучке Sibylle Merian, которые были известны своими рисунками насекомых Суринама.

104. Из 13 детей от первой женитьбы восемь умерло рано. Вместе с ним в Петербург из Берлина переехали три сына и также две дочери, которые умерли до него. Старший из сыновей давно уже следует по пятам своего великого отца и известен как своими собственными работами и многими премиями Петербургской, Парижской, Мюнхенской и Гёттингенской академий [или научных обществ], так и участием в последних трудах покойного.

Второй сын, придворный врач и коллежский советник, пользуется заслуженной славой ввиду своих познаний и усердия в работе. Младший сын является главным смотрителем оружейного завода в Сестрорецке и состоит на действительной военной службе в звании подполковника артиллерии⁶³. В научном мире он известен своими астрономическими наблюдениями, поскольку был одним из посланных в 1769 г. Академией для наблюдения прохождения Венеры [по диску Солнца] и наблюдал это явление в Орске. Старшая дочь, которая умерла в 1781 г., была замужем за оберквартирмейстером и премьер-майором⁶⁴ фон Белл, младшая вышла замуж за Барона фон Делена и умерла в 1780 г. в его имении в Jülich. Эти пятеро детей дали покойному Эйлеру 38 внуков и внучек, из которых в живых осталось 26.

105. Достойный уважения старец еще надолго останется перед моими глазами в образе как бы родоначальника в живом кругу своих многочисленных внуков и внучек, старающихся скрасить его старость и подсластить его последние дни всеми проявлениями внимания и сердечной заботы. Никогда больше

я не увижу столь трогательного зрелища, как того, которое в то время почти ежедневно наблюдал.

106. Я тщетно старался бы, светлейшее собрание, описать вам эти трогательные и волнующие сердце сцены домашнего счастья. Это было торжеством природы и лучшим вознаграждением преданному исполнению домашних обязанностей. Многие из вас сами были свидетелями этого, и особенно вы, господа, которые могут гордиться тем, что он был их учителем. Нас таких здесь пятеро⁶⁵. Какой ученый может похвастать, что видел столь же многих своих учеников в одном и том же научном обществе? О, если бы мы ему перед глазами всего мира выразили свою сердечную и неизгладимую признательность, если бы могли показать так же живо, как чувствуем, что наш бессмертный учитель был столь же достоин восхищения за свою редкую добродетель, сколь за мощь своего гения! Дорогие друзья, академики! Оплачем его вместе с науками, которым есть так много за что благодарить его; с Академией, которая никогда еще столько не теряла; с его семьей, чьей гордостью и опорой он был. Мои слезы перемешиваются с вашими, а воспоминания о том, что я сам остался ему должен, угаснут только с моим последним дыханием.

Примечания

1. Академические ежегодники медленно распространялись по Европе. О. Ш.

2. Не имел ли Фусс в виду *переодевание* Э. художником Мехелем? О. Ш.

3. Эйлер, как он часто рассказывал мне, старался сосредотачивать все свои силы, чтобы по возможности рассеивать все свои сомнения и ввиду нетерпеливости и честолюбия самому преодолевать все возникающие трудности. Счастливым успехом его усилий оказалось неиссякаемое чистейшее удовлетворение жаждущего истины гения молодого геометра.

4. Это указание не совсем верно. 29 октября 1723 г. “по желанию своего отца Эйлер записался на богословский факультет, деканом которого был Самуил Веренфельс. 8 июня 1724 г., будучи 17 лет от роду, он получил степень магистра одновременно с Иоганном II Бернулли, который был на три года моложе” (Ф. Burckhardt 1884). Ф. Р.

5. Система жребиев была введена в 1718 г. с предписанием “Приступить к жеребьевке после предшествовавшего разумного выбора”. И при назначении профессора “жребий решает между двумя или тремя кандидатами, которые в результате проверки и баллотировки будут признаны лучшими из соискателей. Окончательное назначение является делом Совета” (А. Burckhardt 1910). И понятно, что рядом с такими соискателями, как Якоб Герман, студент-богослов Леонард Эйлер, не достигший еще в 1727 г. 20-летнего возраста, вовсе не попал в тройку отобранных, и, следовательно, не был допущен к жеребьевке. И потому ни Базельский университет, ни принятые в нем порядки никак не могут быть признаны виновными в том, что Эйлер покинул свою родину.

Впоследствии, при выборе преемника Иоганна Бернулли, университет предоставил ему возможность вернуться в Базель, см. протокол регентов от 26 янв. 1748 г. (Ф. Burckhardt 1884, с. LI). Ф. Р.

6. 5 апреля 1727 г., через Франкфурт, Кассель, Ганновер, Гамбург, Любек, а оттуда морем через Ревель [Таллинн] в Кронштадт. Ф. Р.

7. Николай II Бернулли тем временем умер, слишком рано для своей растущей славы, для своей достойной семьи и для Академии.

8. Динамика ныне является разделом механики. О. Ш.

9. Это было составление таблиц для определения истинного полудня или момента верхней кульминации центра Солнца по его наблюдениям до

и после кульминации, см. Эйлер [1741/50] и Courvoisier (1964, с. XI). Этим пояснением мы заменили авторское примечание на с. LVII. Боголюбов и др. (1988, с. 380) указывают в своём комментарии к русскому переводу первоначального французского текста этого Похвального слова, что Эйлер потерял правый глаз (см. ниже) в 1738 г., а не в 1735 г. Там же они замечают, что переговоры Эйлера с адмиралом Сиверсом (см. § 14) не подтверждаются никакими источниками. Мы не видели статьи о состоянии зрения Эйлера (R. Bernoulli 1983). О. Ш.

10. Чтобы дать четкое доказательство того большого доверия к знаниям Эйлера, которое Бернулли питал уже в ранних письмах, я позволю себе привести лишь одну выдержку:

Я, кстати, был очень рад узнать, что Вам понравилось, – нет, что Вы даже восхитились, – тем, что я написал о вертикальных колебаниях ввиду простоты выражения и громадной пользы, которое это исследование может иметь при рассмотрении [распределения] массы судна. Однако, я бы предпочел, чтобы Вы сами вычислили это так, как считаете нужным, потому что тогда я бы ясно увидел не допустил ли я ошибки в своих рассуждениях. Действительно, я честно признаю, что доверяю Вашей интуиции больше, чем своей собственной. В Ваших дальнейших доводах об изопериметрических кривых Вы, как я полагаю, компетентно усвоили и тщательно взвесили всё на весах истины, так что вряд ли осталось что-нибудь, ускользнувшее от Вашей острейшей проницательности ...

Так писал великий математик того времени Эйлеру, в то время едва достигшему 30-ти лет. Н. Фусс.

Это письмо было написано 7 марта 1739 г. и опубликовано Энстрёмом (1905, pp. 19 – 24). Ф. Р.

11. Регентом (Правительницей) с 9 ноября 1740 г. до 25 ноября 1741 г. была Анна Леопольдовна, мать несовершеннолетнего Ивана VI Антоновича. О. Ш.

12. Но не к его изданию 1911 г., см. наше вступительное слово. О. Ш.

13. Быть может Фусс имел в виду условный экстремум. О сводном мемуаре 1744 г. [65] см. Дорофеева (1972, с. 458). О. Ш.

14. Утверждения Эйлера косвенно подтверждали принцип наименьшего действия Мопертюи. О. Ш.

15. Понятие *центра сил не имеет механического смысла*, см. предисловие (W. Nabicht) к Эйлеру *Opera omnia*, ser. 2, t. 20. Zürich, 1974, pp. X – XI. О. Ш.

16. Мемуар [*Dissertatio*] *de magnete* [1748/109] был премирован лишь в 1746 г. Впрочем, конкурсный вопрос был поставлен уже в 1742 г., но ввиду недостаточности ответов его повторили в 1744, а затем и в 1746 г. Ф. Р.

17. Предполагаемая всепроникающая среда. Ее существование более не признается. О. Ш.

18. См. примечание в п. 46.

19. Это пояснение мы не смогли понять. О. Ш.

20. Эпикур ввел *атомы* и приписал им произвольные движения. Почему же Эйлер отрицал их существование? О. Ш.

21. Фусс проглядел, что после Repau (1689) и его спора с Гюйгенсом появился знаменитый мемуар Иоганна Бернулли (1714). Ф. Р.

22. Письмо, которое Эйлер получил по этому случаю от Тюрго, слишком хорошо и настолько почетно для них обоих, великих в своих областях, чтобы я смог устоять от искушения привести его полностью.

Фонтенебло, 15 окт. 1775

Со времени моего назначения управлять [военно?]-морским департаментом, я неизменно думал, что нельзя сделать ничего лучшего для обучения молодых людей в морских и артиллерийских училищах, чем ознакомить их с трудами, которые Вы опубликовали по этим двум отраслям математики. И я поэтому предложил Королю дать распоряжение напечатать Ваши трактаты о построении и навигации судов и перевести на французский язык Ваши комментарии к принципам артиллерии Робинса [77].

Будь я не так далек от Вас, я попросил бы Вашего согласия прежде, чем распоряжаться принадлежащими Вам трудами, но полагаю, что Вы будете неплохо вознаграждены за этот вид собственности знаком королевской благожелательности. Его Величество поручили мне послать Вам денежное вознаграждение в размере тысячи рублей, которые Вы полностью заслужили, и он просит Вас принять их как свидетельство его уважения Ваших трудов.

Я очень рад выполнить это поручение и с истинным удовлетворением пользуюсь случаем выразить Вам то, что я с давних пор думаю о великом человеке, который оказывает честь человечеству своим гением, а науке – своими нравственными правилами.

23. Сан-Суши – парк и дворец в Потсдаме, а упомянутая лотерея – быть может та итальянская, о которой см. сообщение Эйлера (1749) Фридриху II. О. Ш.

24. Эйлер также склонил короля купить для университета оставшиеся после Вольфа физические приборы. Опять же Эйлер по распоряжению короля должен был вступить в переговоры с Галлером, чтобы принять его на службу в Пруссию. Условия Галлера оказались, однако, неприемлемыми, и дело расстроилось. Переговоры с ним вёл Эйлер по поручению короля. Эйлер затем предложил кандидатуру Зегнера, который и был назначен на очень благоприятных условиях.

25. Вряд ли это верно. Дифференциальное исчисление было довольно таки совершенным с самого начала только в смысле приложений. О. Ш.

26. Мы оставили терминологию автора, поскольку она понятна по контексту. Ср. § 13. О. Ш.

27. Сам король, которому Эйлер послал подзорные трубы, изготовленные в соответствии с его теорией, одобрил эту работу. И я отыскал собственноручное письмо монарха, ознакомиться с которым будет несомненно приятно читателю.

Я благодарю Вас за эти подзорные трубы, которые получил вслед за Вашим письмом от 14-го сего месяца. И я хвалю проявленные Вами старания сделать полезной и теорию, которая обосновывает Ваши исследования, и Ваше усердие в науке.

Мои нынешние занятия не позволяют мне внимательно проверить трубы, чего они, как и вообще всё, что приходит ко мне от Вас, заслуживают, но я оставляю за собой право сделать это, когда буду иметь больше свободного времени. И теперь я молю Бога, чтобы Он заботливо и заслуженно хранил Вас.

15 сентября 1759 г. Фридрих

28. См. Антропова (1972, с. 412 – 418). Она называет сочинения [1750/140; 1766/317] и Даниил Бернулли (1755a; 1755b). О. Ш.

29. В 1776 г. я сообщил Даниилу Бернулли о новом, еще более общем, чем все предыдущие, методе Эйлера для исследования колебаний струн, который может быть применен в случае ее начального изгиба, даже не выражающегося никакими уравнениями [функциями]. Следующая выдержка из ответа бессмертного человека заслуживает здесь места более чем по одной причине.

*Эскиз метода Эйлера, который Вы составили для меня, доставил мне удовольствие, но я несколько не изменил своего мнения об этом предмете. Я неизменно остаюсь при своем убеждении, что мой метод обнимает все возможные случаи *in abstracto*. Тем не менее, я признаю, что с некоторых точек зрения метод Эйлера намного предпочтительнее. Но имеются и противоположные точки зрения, поскольку мой метод можно применить к любому числу конечных тел даже когда нельзя ожидать точного возвращения системы в прежнее положение или быть точно периодической. Что же касается моих притязаний, то я всегда готов спустить свой флаг перед адмиралом.*

30. Мопертюи считается автором принципа, а не закона наименьшего действия. Ниже автор упоминает эти законы во множественном числе. О. Ш.

31. Он сам, задолго до того, как ознакомился с законами наименьшего действия, обнаружил в природе многие минимумы, как например в движении небесных тел, в движении всех тел, притягиваемых несколькими центрами сил [см. Прим. 15], у многих кривых и т. д. При обсуждении изопериметрической задачи я уже имел повод показать, как близко Эйлер подошел к этим общим законам.

Кроме того, применяя свои открытия к большому числу механических задач, как сам Мопертюи признал в одном из своих сочинений, Эйлер тем самым приобрел своего рода приоритет, который он, однако, с великодушной скромностью неизменно отрицал.

32. Впервые строго доказал (в 1749 г.). О. Ш.

33. Эта тема изучалась и многими последующими учёными, достаточно упомянуть Ковалевскую. О. Ш.

34. *Существенную службу* он оказал и геодезии: движение земной оси означает движение широт. О. Ш.

35. Он брал многих питомцев в свой дом и к своему столу и обучал их математике в Берлине. Академики Котельников и Румовский провели у него таким образом несколько лет и наслаждались этими занятиями.

36. В 1760 – 1761 гг. во время Семилетней войны 1756 – 1763 гг. О. Ш.

37. Известно, что они были весьма существенны. Помимо ежегодной выплаты 3000 рублей и страховки на случай пенсии в 1000 рублей его вдове, трое его сыновей должны были быть выгодно обеспечены, что и произошло.

38. К сожалению о потере дружественного и доверительного общения, которое этот принц поддерживал с Эйлером, добавилось, усиливая его, чувство благодарности за роль, сыгранную этим великим человеком при образовании его дочерей. Он обучал их обеих; старшая из них, ныне – аббатиса в Херфорде, – это именно та немецкая принцесса, которой Эйлер, продолжая ее обучение при Магдебургском дворе, написал столь известные письма на различные темы из физики и философии [1768/343, 343А, 344; 1772/ 417].

Бранденбург-Шведт – княжество на севере Бранденбурга, ныне находящееся на территории земли Саксония-Анхальт. О. Ш.

39. Эйлер неизменно с благодарностью и удовольствием вспоминал те милости, которые во время его остановки в Варшаве и на всем пути через Польшу оказывал король ему и его семье. И самое почтительное уважение, которое превосходные качества этого любезного государя возбудило в нем, окрепло у Эйлера при переписке с ним. Я не могу дать о ней лучшего понятия, чем украсив свое Похвальное слово одним из писем короля.

Господин профессор Эйлер. Отвечая на Ваше письмо от 4 августа прошлого года, я был бы рад подтвердить Ваше мнение о более благоприятных обстоятельствах, которые Ваша дружба со мной добродетельно и разумно продиктовала. Но [Фусс исключил последующие слова из текста]. Тем временем я благодарен Вам за Ваши добрые пожелания по этому поводу и выражаю свою благодарность за Ваше сообщение о наблюдениях, произведенных умелыми астрономами Вашей Академии в Бендерах, в устье Днестра и на Дунае, равно как о положениях [координатах] некоторых мест, важных в той же степени для географии. Я постараюсь воспользоваться ими, чтобы с должным усердием успешно совершенствовать имеющиеся в этой стране, несмотря на существенные препятствия продвижению наук.

Прошу Вас продолжать [в том же духе] и в общественных интересах, и для моего личного удовлетворения и надеюсь занять случай реально доказать это Вам. Я прошу Бога, господин профессор Эйлер, чтобы Он заботливо и заслуженно хранил Вас.

Варшава, 7 июня 1772 г. Король Станислав Август.

40. Юшкевич (1968, с. 81) цитирует письмо Лагранжа 1773 г. Эйлеру. Французский ученый написал, что “особенно” восхищен частью учебника, касающейся неопределенных уравнений и что ему не известен никакой другой источник, в котором они были бы удовлетворительно описаны. О. Ш.

41. Фусс вероятно имел в виду новое французское издание, вышедшее в 1770 г. “в Митаве [Елгаве, Латвия] и Лейпциге”, потому что первый том парижского издания появился лишь в 1782 г. Ф. Р.

42. Прохождение Венеры по диску Солнца считается его затмением. О. Ш.

43. Выше (п. 36 и прим. к п. 46) я уже упомянул официальные знаки внимания и признательности, который Эйлер получил от короля Франции от имени, так сказать, французской нации. Сообщение о подобном же справедливом отношении со стороны не менее просвещенной и великодушной нации к заслугам великого человека не может не оказаться приятным его почитателям, и они не посчитают излишней следующую выдержку из письма английского Адмиралтейства.

Администрация Адмиралтейства. Лондон, 13 июня 1765 г.

Сэр, парламент Великобритании в своем Акте, принятом на своих последних сессиях (печатную копию которого я при сем прилагаю), соизволил постановить, что денежная сумма, не превышающая в целом трехсот фунтов, будет выплачена Вам как награда за установление теорем, при помощи которых покойный профессор Мейер из Гёттингена составил свои таблицы Луны. Эти таблицы весьма значительно продвинули определение долготы на море. Члены королевской парламентской комиссии (commissioners) долгот уполномочили меня сообщить Вам об этом и поздравить Вас с этой почетной денежной признательностью высшим Собранием нашей нации Ваших полезных и изобретательных стараний изобрести указанное выше.

44. Известно, что число иностранных членов Королевской парижской академии установлено равным восьми, и что редко кто смеет притязать на этот почет кроме лиц с самыми выдающимися заслугами. Эйлера выбрали тогда, когда вакансий не было, и это сопутствовавшее обстоятельство было для него очень почетным, и поэтому я без раздумий привожу для разъяснения дела следующее письмо тогдашнего королевского министра, маркиза д'Аргенсона.

Версаль, 15 июня 1755 г.

В соответствии с пожеланием своей академии, король только что избрал Вас для заполнения места ее иностранного члена. И поскольку она в то же время избрала лорда Маклсфильда, Президента лондонского Королевского общества, чтобы заменить такое же место, освободившееся со смертью Муавра, Его Величество решил, что первое освобождающееся в будущем подобное место не будет заполнено.

Исключительная редкость такого рода решений является слишком ощутимой, чтобы не довести его до Вашего сведения и не уверить Вас в том, что я принимал в нем возможное участие. Академия живейшим образом хотела бы ощущать Вашу связь с ее работой, и Его Величество не мог поступить лучше, чем выразить [Вам] знак своего уважения, которого Вы столь справедливо заслуживаете. Будьте уверены, г. Эйлер, что никто не может быть более предан Вам, чем я.

49. Это указание не совсем верно. В *Avertissement* (Обращение к читателям) т. 9 *Recueil des pièces, qui ont remporté les prix de l'Académie royale des sciences*, в котором помещены обе награжденные работы, авторами первой из них, *Théorie de la lune*, 1777 [485], названы Л. и И. А. Эйлер, второй же, *Nouvelles recherches sur le vrai mouvement de la lune* [1777/486], лишь Эйлер-отец. Ф. Р.

46. Впервые уравнения движения в прямоугольных координатах записал именно Эйлер уже в 1749 г. (Wilson 1995, с. 97). О. Ш.

47. Элонгацией Луны называется ее наибольшее видимое угловое расстояние от Солнца, и аналогично определяется элонгация звезд, Меркурия и Венеры. Элонгация Солнца не имеет смысла и выражение Фусса непонятно. Параллакс Луны определяет ее расстояние, и его не следовало упоминать между двумя параметрами ее орбиты. О. Ш.

48. При этом были утеряны многие книги и рукописи, включая план [ответа] на конкурсный вопрос о теории Луны. Младший Эйлер [очевидно, И. А.] счел себя поэтому должным всё это восстановить и вторично всё вычислить.

49. Последний том (за 1775 г.) вышел в 1778 г. О. Ш.

50. В *Miscellanea Berolinensia* и в *Mém. Acad. Roy. Sci. et Belles-Lettres*. О. Ш.

51. Пассатами называются зимние муссоны, и выражение в тексте поэтому не вполне четко. О. Ш.

52. Почему-то Фусс не упомянул Даниила Бернулли. О. Ш.

53. Об этой стороне деятельности Эйлера см. также [1767/335; 1770/403; 1785/599] и [viii]. *Устроителем* тонтины всегда было государство. О. Ш.

54. Можно было бы полагать, что его многочисленные открытия притупили в нем чувство той радости, которая наступает в душе при установлении новой истины и которую математик имеет возможность ощущать более отчетливо и быть может чаще любого другого ученого.

Эйлер, однако, неизменно оставался весьма восприимчивым к таким радостям и ожидал того же теплого чувства от каждого. Как часто его уязвляло мое безразличное выражение [мой безразличный голос], с которым я из скромности имел привычку сообщать ему о своих незначительных открытиях!

55. Самый ранний из них был с тех пор для пользы страстно охочих до трудов Эйлера математиков перепечатан в собрании его трудов, вышедших в двух томах под названием *Opuscula analytica* [1783/531; 1785/580].

56. В 1781 г. У. Гершель обнаружил Уран. О. Ш.

57. Это вроде бы означает: уменьшилось влияние; тем не менее, см. п. 60. О. Ш.

58. О них ничего не было сказано. О. Ш.

59. Вчерне законченная поэма Вергилия. О. Ш.

60. Это утверждение противоречит современным понятиям: в первую очередь в старости ослабевают память на недавние события. О. Ш. Следующее обстоятельство заслуживает упоминания здесь в качестве особого доказательства его памяти и силы воображения. В последние годы он в качестве времяпрепровождения преподавал искусство вычисления и геометрию четырем своим внукам, и извлечение корней привело его к необходимости составить таблицу степеней чисел. Бессонная ночь побудила его вычислить первые шесть степеней всех [натуральных] чисел до 19 включительно, и через много дней он перечислил их нам без запинки.

61. Но вот частное письмо Эйлера 1763 г. (Юшкевич и др. 1959, с. 221): Даламбер “самым бесстыдным образом защищает все свои ошибки”. Те, которые относились к теории вероятностей, хорошо известны. О. Ш.

62. Я рад возможности сказать читателям этого наброска жизни Эйлера, что короли Пруссии, Швеции и Польши, кронпринц [наследник престола] Пруссии и маркграф Бранденбурга-Шведта выразили живое сожаление о потере, которую понесла Академия с кончиной бессмертного человека. Они письменно дали знать о своем соучастии его старшему сыну в стиле наилучшего похвального слова его разуму и добродетели.

63. Он дослужился до генерал-лейтенанта (Юшкевич 1968, с. 110). О. Ш.

64. Штаб-офицерский чин, существовавший в 1711 – 1797 гг. О. Ш.

65. На самом деле в Академии было восемь математиков, имевших счастье быть его учениками, а именно: И. А. Эйлер, Котельников, Румовский, Крафт, Лексель, Иноходцев, Головин и я. Трое отсутствовали, а Лексель умер к великому сожалению Академии и каждого поклонника истинных заслуг.

О, мои друзья, которые, как я заметил, во время моей речи или излияния сердца плакали слезами самого искреннего умиления! Я мог только пожать ваши руки, потому что боль заглушила мой голос, но я никогда не забуду этих ваших искренних знаков откровенной скорби, и я здесь открыто признаю, что ваши сердца наполнены чувствами и что вы выразили свою привязанность к нашему незабвенному общему учителю. [В своём основном тексте Фусс упоминает пять присутствовавших учеников Эйлера, а здесь добавляет троих отсутствовавших и одного умершего.]

Поясная скульптура белого каррарского мрамора, которую изваяли за счет академиков, и для которой Ее Светлость княгиня Дашкова пожертвовала полуколонну итальянского мрамора, будет установлена в конференц-зале Академии, что станет доказательством этой привязанности для потомства.

Даты жизни некоторых лиц, упомянутых Фуссом

Более подробные сведения о первых петербургских академиках см. *Российская* (1999)

Бернулли Николай II, 1695 – 1726. Скончался в расцвете лет, упомянут в п. 6

Галлер А. (Haller), 1708 – 1777. Швейцарский естествоиспытатель и поэт, п. 48

Герман Я. (Hermann), 1678 – 1733. Математик и механик, один из первых петербургских академиков, упомянут в Обращении автора

Головин М. Е., 1756 – 1790. Академик (не ординарный), ученик Эйлера, п. 85.

Дашкова Е. Р., 1743 или 1744 – 1810. Княгиня, литератор, Директор Академии с 1783 г., п. 91.

Доллонд Дж. (Dollond), 1706 – 1761. Английский оптик, п. 54

Зегнер (Сегнер) И. А. (Segner), 1704 – 1777. Профессор естествознания и математики, п. 48. Колесом Сегнера называется прообраз гидравлической турбины.

Иноходцев П. Б., 1742 – 1806. Академик, ученик Эйлера, астроном, п. 106

Котельников С. К., 1723 – 1814. Академик, ученик Эйлера, математик, п. 60

Крафт В. Л., 1743 – 1814. Академик, ученик Эйлера, математик, п. 68

Лексель А. И. (Lexell), 1741 – 1784. Академик, ученик Эйлера, математик и астроном, п. 76 и др.

Нестор, герой древнегреческой мифологии, доживший до глубокой старости, п. 29

Орлов В. Г., 1737 – 1798. Военный и государственный деятель, директор Петербургской АН, п. 85

Румовский С. К., 1734 – 1812. Академик, ученик Эйлера, математик, п. 60

Эйлер И. А., 1734 – 1800. Академик, сын и ученик Эйлера. Заслужил 7 премий научных обществ за переработку (заимствование?) идей отца. Иностраный член Парижской академии наук. Список сочинений см.

Эйлер (1962, с. 385 – 386). Упоминается в нескольких местах

Эйлер К., 1740 – 1790. Сын Эйлера, врач и астроном, п. 104

Эйлер Х., 1743 – 1808. Сын Эйлера, генерал-лейтенант, п. 104

von Loen J. M., 1694 – 1776. Государственный деятель Пруссии при Фридрихе II, п. 103

Малые (в основном) населенные пункты Германии

Рейхенбах. Мы насчитали около 20 населенных пунктов с этим названием, п. 31

Херфорд. Город между Ганновером и Мюнстером, п. 63

Шёнебек. Мы отыскали три населенных пунктов с этим названием. Крупнейший из них расположен юго-восточнее г. Магдебурга, п. 48

Jülich. Ныне – город между Ахеном и Кёльном, п. 104

Waldow. На востоке от Берлина. Фридрих II употребил написание Waldou

Река Хафель, значительный приток Эльбы, протекает через г. Бранденбург, п. 48

Библиографию, общую для первых двух статей,

см. в конце [ii].

II

М. Ж. А. Н. Кондорсе

Похвальное слово Эйлеру

M. J. A. N. Condorcet, *Eloge de M. Euler. Hist. Acad. Roy. Sci. Paris pour 1783, 1786*, pp. 37 – 68; L. Euler, *Opera omnia*, ser. 3, t. 12. Zürich, 1960, pp. 287 – 310

[1] Леонард Эйлер, директор математического класса Петербургской академии, а до того – Берлинской академии, иностранный член лондонского Королевского общества и Парижской академии, академий Турина, Лисабона и Базеля, родился в Базеле 15 апреля 1707 г. Его отцом был Пауль Эйлер, матерью – Маргарита Брукнер. Отец, ставший в 1708 г. пастором деревни Riehen возле Базеля, был его первым учителем, и вскоре он с удовлетворением увидел, как столь сладкое отцовскому сердцу ожидание таланта и славы своего сына возникло и укрепилось перед его глазами и его заботами.

Отец изучал математику у Якоба Бернулли. Мы знаем, что этот знаменитый человек соединял в себе крупное дарование в науках с глубокой философией, которая не всегда сопровождает талант, но придает ему большую широту и пользу. На своих уроках он давал ученикам почувствовать, что геометрия не является изолированной наукой и представлял ее как основу и ключ ко всему человеческому познанию, как науку, в которой лучше всего наблюдать продвижение разума, а культура которой самым благоприятным образом упражняет наши способности, поскольку придает рассудку силу и точность. Наконец, изучение геометрии является ценным и количеством, и разнообразием ее приложений и обеспечивает приобретение привычки к методу рассуждения, который можно впоследствии применять при исследовании истин любого вида и для руководства в жизни.

Пауль Эйлер, преисполнившийся принципами своего учителя, обучал элементам математики своего сына, хоть и предназначал его к изучению богословия, и когда молодой Эйлер был отправлен в Базельский университет, он оказался достойным стать учеником Иоганна Бернулли. Его прилежание и жизнерадостное расположение вскоре заслужили дружбу Даниила и Николая [II] Бернулли, учеников и уже соперников своего отца. И он даже был счастлив добиться расположения сурового Иоганна Бернулли, который сообразовал давать ему еженедельные частные уроки, чтобы прояснять трудности, возникавшие у Эйлера на лекциях и при своих занятиях. Остальные дни недели Эйлер заполнял так, чтобы быть в состоянии воспользоваться этой особой благосклонностью.

Этот прекрасный метод препятствовал зарождавшемуся гению Эйлера истощиться в борьбе с непреодолимыми

препятствиями или запутываться в новых путях, которые он хотел бы открыть; он руководил учеником и способствовал его усилиям, но в то же время требовал применять все силы, притом возраставшие с возрастом и обширностью знаний.

Он недолго пользовался этим преимуществом, и только лишь получил звание магистра искусств, как его отец, предназначавший Эйлера в свои преемники, заставил его покинуть математику ради богословия. К счастью, эта строгость оказалась мимолетной, потому что отец без труда понял, что сын был рожден, чтобы заменить Иоганна Бернулли в Европе, а не стать пастором деревни Riehen.

[2] Сочинение [1727/4], которое Эйлер написал в 19 лет об оснастке кораблей, т. е. на тему, предложенную Парижской академией наук, заслужило благоприятный отзыв, что было тем более почетно, потому что молодой житель Альп не мог воспользоваться никаким практическим знанием и что победил его никто иной, как Буге, умелый геометр, бывший в то время на вершине своего таланта и уже 10 лет состоявший профессором гидрографии в приморском городе.

Тогда же Эйлер принял участие в конкурсе на замещение кафедры в Базельском университете. Но выбор кандидата среди лиц, допускаемых к соперничеству за подобные должности, определял случай, который оказался неблагоприятным, но ни в коем случае для Эйлера, а для его родины, потерявшей его через несколько дней после этого, притом навсегда. Два года ранее Николай и Даниил Бернулли были приглашены в Россию, Эйлер же с сожалением простился с ними и взял с них обещание добиваться для него такой же чести, которой он домогался как и они, чему никто не должен был бы удивляться.

[3] Великолепие столицы громадной империи, ее блеск, распространяемый на труды ее жителей и на них самих, казалось добавляет им славу и может легко соблазнить молодость и поразить свободного но малосведущего и бедного гражданина небольшой республики. Братья Бернулли остались верны своему слову и приложили столько же усердия, чтобы заполучить такого грозного соперника, сколько обычные люди потратили бы, чтобы отдалить от себя своих конкурентов.

В недобрый час отправился Эйлер в путешествие: вскоре он узнал, что Николай Бернулли уже пал жертвой сурового климата, а в тот самый день, в который путешественник вступил на российскую землю, умерла Екатерина I. Вначале это событие, казалось, грозило скорым роспуском Академии, которую эта государыня, верная замыслам своего супруга [покойного Петра I], только лишь учредила. Эйлер, вдалеке от своей родины, никак не мог опереться, подобно Даниилу Бернулли, на знаменитое и уважаемое имя, и решил поступить на русский военно-морской флот.

[4] Один из адмиралов Петра I уже пообещал ему место, но к счастью для геометрии буря, нависшая над науками, рассеялась, Эйлер получил звание профессора, а в 1733 г. стал

преемником Даниила Бернулли, когда этот знаменитый учёный вернулся на свою родину. И в том же году Эйлер женился на своей соотечественнице, [Катерине] Гзель, дочери художника, которого Петр I привез в Россию при своем возвращении из своего первого посещения [Европы].

С тех пор, пользуясь выражением Бэкона [какого именно?], он понял, что стал заложником своей судьбы, и что страна, в которой он надеялся устроиться со своей семьей, неизбежно станет для него родиной.

Он был рожден в нации, все правительства в которой поддерживали по меньшей мере видимость и язык республиканской конституции; в которой, несмотря на различия, более реальные, чем отделявшие первых рабов деспота от последних из его подданных, тщательно сохранялись все формы равенства; в которой должное уважение к законам, поскольку они были освящены древностью и общественным мнением, распространялось на их применение к самым незначительным обстоятельствам.

И вот Эйлер оказался перенесенным в страну, в которой государь осуществлял неограниченную власть, а самый священный закон при абсолютизме, именно регулирующий престолонаследие, был в то время неопределенным и им пренебрегали; в которой руководители, рабы владыки, деспотически управляли порабощенным народом. И это было временем, когда российская империя, управляемая честолюбивым, подозрительным и жестоким иностранцем, стонала под тиранией Бирона¹.

Для ученых, прибывших в ее лоно в поисках славы, счастья и свободы мирно вкушать сладость исследований, она представляла собой столь же пугающее, сколь поучительное зрелище. Чувствуется всё то, что в душе должен был ощущать Эйлер, опутанный цепью, которую он уже не мог разорвать. Быть может ввиду этих обстоятельств родилось его упорство в работе, ставшей единственной опорой в столице, в которой можно было видеть лишь приспешников и врагов министра, старающихся либо угождать его подозрениям, либо уклоняться от них.

[5] Подобное впечатление оказалось для Эйлера столь сильным, что сохранилось еще в 1741 г., когда, через год после падения Бирона и замены его тирании более умеренным и человеческим правительством, он покинул Петербург, чтобы обосноваться в Берлине, куда его позвал король Пруссии.

Он был представлен королеве-матери, государыне, которая находила удовольствие в беседах с просвещенными людьми и принимала их с той благородной непринужденностью, которую выявляет в государях чувство личного величия, не зависящее от их звания и ставшее чертой характера этой августейшей семьи. Но королева смогла вытягивать из Эйлера лишь односложные ответы и упрекнула его в робости и замешательстве, внушать которые она, как ей казалось, не заслуживала. *Почему Вы не желаете беседовать со мной*, спросила

она Эйлера. *Мадам*, отвечал он, *потому что я прибыл из страны, в которой за разговоры вешают.*

[6] Наступил момент для отчета о громадном труде Эйлера, и я чувствую, что невозможно раскрыть детали и дать знать о той гряде открытий, новых методов и проницательных точек зрения, рассеянных более чем в 30 отдельных его сочинениях и почти 700 мемуарах, из которых примерно 200 были переданы им Петербургской академии наук до смерти и уготованы постепенно обогащать публикуемые ей сборники [ежегодники].

Но я думаю, что особая черта выделяет Эйлера от знаменитых людей, следовавших по тому же пути и прославивших себя, но не затмивших его. Это – охват математических наук в их всеобщности, в последовательном совершенствовании их различных областей, в обогащении всего важными открытиями, что выразилось в полезном преобразовании манеры их разработки. И поэтому я полагаю, что, будь составлены методические таблицы различных областей этих наук с указанием продвижения каждой и удачных изменений, которыми они обязаны гению Эйлера, я бы во всяком случае по мере своих сил дал более верное представление об этом прославленном человеке. Соединив в себе столько необычных качеств, он оказался, так сказать, беспримерным до сего времени явлением в истории наук.

В течение долгого времени алгебра оставалась лишь весьма ограниченной наукой. Эта манера рассматривать понятие величины лишь в высшей степени отвлеченно, которой может только достичь человеческий разум; эта строгость, с которой указанное понятие отделялось от всего того, что, привлекая воображение, могло бы предоставить уму некоторую поддержку или передышку; наконец, эта крайняя общность символов, применяемых в алгебре, – эти обсиательства в некотором смысле слишком отчуждают ее от нашей природы, уводят слишком далеко от наших заурядных понятий, – и уму человеческому нелегко находить в ней удовольствие и привыкнуть к ней.

Само продвижение алгебраических методов отталкивает даже лиц, наиболее подходящих к подобным размышлениям. Как бы проста ни была преследуемая цель, они вынуждены полностью забыть о ней и думать лишь о формулах. Путь следования ясен, но цель, которую следовало достичь, равно как и исходная точка исчезают из поля зрения геометра. И требуется надолго сохранять мужество, лишаясь почвы под ногами и принимая на веру новую науку. Поэтому, бросив взгляд на труды великих геометров прошлого века, и даже на тех, которым алгебра обязана наиболее важными открытиями, заметно, как мало они приспособились к тому самому арсеналу, который они так усовершенствовали².

И невозможно не усмотреть, что труды Эйлера произвели ту революцию, которая превратила алгебраический анализ в ясный, всеобщий, применимый ко всему и притом нетрудный

метод. Предложив множество новых теорий о виде корней алгебраических уравнений, об их общем решении и исключениях [неизвестных?] и сообщив проницательные или глубокие взгляды, он обобщил свои исследования на исчисление трансцендентных величин.

[7] Лейбниц и оба Бернулли заслужили совместную славу введением в алгебраический анализ показательных и логарифмических функций, Котс указал метод представления корней некоторых алгебраических уравнений синусами или косинусами. Удачное приложение этих открытий привело Эйлера к обнаружению особых соотношений показательных и логарифмических величин с трансцендентными, порожденными окружностью [тригонометрическими], а затем – к выработке методов, приводящих к исчезновению из решений возникающих комплексных членов, которые запутывают вычисления. Они уничтожаются, и Эйлер сумел выразить формулы проще и удобнее и придать совершенно новую форму той части анализа, которая применима к проблемам астрономии и физики. Ее приняли все геометры, и она стала общеизвестна и произвела в этой части анализа почти такую же революцию, как открытие логарифмов совершило в обычном анализе.

Таким образом, в течение некоторого времени или после серьезных усилий математические науки, как представлялось, исчерпывали все возможности человеческого разума, достигая определенной точки в своем продвижении. И вдруг в них вводился новый метод исчисления, придававший им новый облик, и вскоре они быстро обогащались решением большого числа важных задач, к которым геометры прежде боялись подступиться ввиду трудностей и, так сказать, физической невозможности довести свои вычисления до реального результата.

Справедливость быть может потребует от тех, кто ввел эти новые методы и сделал их полезными, уделить долю своей славы тем, кто успешно применил их, которые, однако, по меньшей мере должны признать те права [предшественников], на которые они не могут притязать не становясь неблагодарными.

[8] Исследованием рядов Эйлер занимался почти всегда; именно соответствующие части его трудов больше всего сверкают характеризующими его тонкостью, проницательностью и разнообразием средств и возможностей. Непрерывные дроби, изобретенные лордом Броункером³, казались почти забытыми геометрами, но Эйлер усовершенствовал их теорию, умножил их приложения и дал представление о всей их важности. Его почти совершенно новые исследования бесконечных произведений (*séries de produits indéfinis*) предоставили необходимую возможность решения большого числа полезных или любопытных задач.

В первую очередь здесь можно представить себе новый вид рядов не только в качестве приближений, которыми приходится так часто довольствоваться, но и для обнаружения

точных и строгих истин, расширивших эту отрасль анализа, столь обширного сегодня, но ограниченного до Эйлера малым числом методов и приложений. После его трудов интегральное исчисление, наиболее плодотворный инструмент для новых открытий из всех, когда-либо известных, изменило свой облик. Он усовершенствовал, расширил и упростил все применявшиеся или предложенные до него методы; ему обязано общее решение линейных [дифференциальных] уравнений и первое обоснование столь разнообразных и полезных формул аппроксимирования.

[9] В его трудах рассеяна громада частных методов, опирающихся на различные принципы и объединенные в его трактате по интегральному исчислению [1768/342; 1769/366; 1770/385]. После удачного применения подстановок или возвращения к известному методу, уравнения, казалось бы неподвластные им, сводились там к первым дифференциалам уравнений более высокого порядка. Иногда из рассмотрения вида интегралов он выводил условия, которым дифференциальные уравнения могут удовлетворять; иногда исследование форм сомножителей, составляющих полный дифференциал, приводило его к составлению общих классов интегрируемых уравнений. Иногда какое-либо частное свойство, замеченное в одном уравнении, предоставляло ему средство разделения неопределенных величин, которые, казалось бы, должны были оставаться неустановленными. В других случаях, если одно уравнение, в котором эти величины отделены друг от друга, не подчинялось известным методам, их объединение позволяло вычислить их интеграл.

С первого взгляда выбор и удачное приложение этих средств могли представляться в некотором роде случайными, однако столь частый и уверенный успех обязывает признать другую причину, и иногда можно проследить нить, найденную гением и руководившую им. Если, к примеру, рассматривать форму подстановок, которые применял Эйлер, часто обнаружишь именно то, что могло позволить ему предсказать, что они приведут к желаемому результату. И если учесть форму, предположенную им в одном из наиболее изящных методов для сомножителей в одном уравнении второго порядка, то окажется, что он выбрал одну из тех, которая особо подходит для таких уравнений. По правде говоря, эта последовательность идей, руководившая аналитиком, являлась не в такой степени методом, который он мог бы развить, как особым инстинктом, о котором трудно дать отчет. Часто предпочитаешь не изучать историю его мыслей и не подвергаться подозрению в стряпаннии ловко придуманных романов, чтобы казаться умным.

Эйлер заметил, что дифференциальные уравнения могут иметь частные решения, не содержащиеся в общем⁴. То же замечание сделал Клеро, однако Эйлер впоследствии указал причину этого и оказался первым, занявшимся соответствующей теорией, с тех пор усовершенствованной работами

многих известных геометров, среди которых мемуар Лагранжа не оставляет желать ничего лучшего ни по сути таких интегралов, ни по их применению к решению различных задач.

[10] Мы упомянем еще одну часть этого исчисления, которую почти целиком разработал Эйлер, а именно ту, в которой отыскивают частные интегралы для определенных значений неизвестных, содержащихся в уравнениях. Эта теория тем более важна, что общий интеграл часто никак не поддается нашим усилиям и что в задачах, в которых приближенное значение интеграла недостаточно для наших целей, можно восполнить недостаток знанием некоторых частных интегралов. По существу, в таких случаях известно в некотором смысле точное значение [этих интегралов]. Совместно с приближенным значением общего интеграла этого должно оказываться достаточным почти для всех нужд анализа.

Никто не применил более общо и удачно те методы, которые предоставляют значения, всё более и более приближающиеся к некоторой величине, определяемой дифференциальным уравнением и имеющей известное первоначальное значение. Эйлер равным образом занимался и отысканием прямого метода немедленного вывода из самого уравнения значения, столь близкого к истинному, чтобы можно было пренебречь высокими степенями разности этих значений. Геометры применяют методы аппроксимирования, предполагающие знание этого первоначального значения, но без применения этого новшества их нельзя распространить на уравнения, для которых наблюдения или особые соображения препятствуют этому знанию.

[11] Того, что мы сказали, достаточно, чтобы показать, в какой степени Эйлер углубил [знание той] сути дифференциальных уравнений, источников трудностей, препятствующих интегрированию, и способа обойти или преодолеть их. Его обширное сочинение на эту тему является не только ценным сборником новых и общих методов, но и плодотворным источником для новых открытий, который никто, рожденный с некоторым дарованием, не может просмотреть не обнаружив безыскусных богатств. Можно сказать об этой части работ Эйлера, как и о многих других, что методы, содержащиеся в ней, будут служить долгое время после него для решения важных и трудных вопросов и что его труды еще приведут более чем к одному открытию и составят более одной репутации.

[12] По исчислению конечных разностей знали почти лишь одно малоизвестное, хотя и наполненное проницательности сочинение Тейлора, Эйлер же преобразовал его в важную ветвь интегрального исчисления, снабдил простыми и удобными обозначениями и успешно применил к теории последовательностей [рядов], к исследованию их сумм или выражений их общих членов и корней некоторых уравнений, и к получению при помощи нетрудных вычислений приближенных значений бесконечных произведений или сумм некоторых чисел.

По существу исчисление конечных частных разностей открыл Даламбер, потому что именно он установил общую форму их интегралов⁵. Впрочем, в первых сочинениях Даламбера по этой теме заметен скорее результат вычислений, а не они сами. Эйлер придал [этому исчислению] обозначения и сумел сделать его в некотором смысле пригодным при помощи глубокой теории для решения большого числа этих уравнений, для различения форм их интегралов по их порядку и числу переменных, для сведения уравнений определенной формы к обычному интегрированию и для отыскания средств для возвращения к этим формам при помощи удачных преобразований тех, которые от них удалены.

Одним словом, Эйлер открыл в природе этих уравнений в конечных частных разностях множество особых свойств, которые делают общую теорию столь трудной и захватывающей. В геометрии, в которой степень трудности столь часто является мерой интереса к некоторой проблеме и чести какого-нибудь открытия, такие качества почти неотделимы.

[13] У учёных, для которых удовольствие заметить истину неизменно пропорционально тем усилиям, которых она им стоила, влияние новой истины на саму науку или на какое-либо важное приложение считается единственным преимуществом, сравнимым с заслугой преодоления трудности.

Эйлер не пренебрег никакой ветвью анализа. Он доказал некоторые теоремы Ферма, относившихся к неопределённому анализу⁶, и установил много иных, не менее любопытных, отыскать которые было не менее трудно. Ходы коня на шахматной доске и различные другие задачи положения⁷ также возбудили его воображение и напрягли его талант. Он чередовал самые важные исследования с этими развлечениями, часто более трудными, но почти бесполезными и для продвижения самой науки, и для испробованных до сего дня приложений. Эйлер был слишком мудр, чтобы не ощущать неудобства от длительных занятий этими только лишь любопытными исследованиями, но в то же время слишком знающ, чтобы не представлять себе, что их бесполезность лишь сиюминутна, и что единственный способ изменить это состоял в поисках их углубления и расширения.

[14] Со времени Декарта приложение алгебры к геометрии занимало почти всех геометров последнего века, но Эйлер доказал, что оно никак не исчерпано. Мы обязаны ему новыми исследованиями о числе точек, определяющих кривую данного порядка и пересечений линий различных порядков, равным образом выводом общего и весьма примечательного по своей исключительной простоте уравнения кривых, чьи [эволюты] и [эволюты] второго, третьего, и, одним словом, любого порядка, подобны образующей кривой [эвольвенте].

Общая теория кривых поверхностей была мало известна, и Эйлер впервые развил ее в одном элементарном сочинении. Он добавил теорию соприкасающихся лучей [...]⁸.

Кроме того, Эйлер предложил метод для определения поверхностей, развертываемых на плоскость, и теорию картографических проекций сферы. Два сочинения на эти темы включают приложение исчисления конечных частных разностей к геометрическим проблемам, обобщаемое на многие интересные задачи, первоначальная идея о которых принадлежит Эйлеру.

Его исследование алгебраически спрямляемых кривых на сфере и кривых поверхностей, куски которых, соответствующие областям данной плоскости, равны друг другу [равновелики?], привели к новому виду анализа, который он назвал *неопределенным инфинитезимальным*, поскольку, как в обычном неопределенном анализе [см. п. 13], величины, остающиеся произвольными, подчинены некоторым условиям. И так же, как последний, он может иногда служить для совершенствования алгебры, Эйлер считал новый анализ наукой, которая когда-либо окажется полезной для продвижения интегрального исчисления. По существу эти частные вопросы не относятся к методической структуре математических наук и несколько не касаются возможностей приложения. Но не следует считать, что они являются лишь средством для упражнения силы или придания блеска гению геометров.

В науке почти всегда начинают разрабатывать некоторые изолированные темы, а с удлинением последовательности открытий эти части постепенно становятся заметными. Чаще всего свету, излучаемому их связями, мы обязаны великими открытиями, составляющими эпохи в истории человеческого разума.

[15] Вопрос об установлении кривых или поверхностей, на которых некоторые неопределенные функции превосходят или оказываются меньшими всех других, напрягали усилия самых прославленных геометров прошлого века. Решение проблем тела наименьшего сопротивления [точнее об этой задаче см. Дорофеева (1972, с. 454)], кривой скорейшего спуска, кривой, ограничивающей область с наибольшей площадью при ее заданном периметре, стали знаменитыми в Европе. Общий метод решения проблем скрывался, и особенно это имело место относительно последней, решенной Якобом Бернулли, что поставило его впереди его брата, Иоганна, который, несмотря на созданные им с тех пор шедевры, не мог этого забыть.

Надлежало, однако, разработать этот метод, свести его к общим формулам, и это сделал Эйлер в сочинении 1744 г., одном из самых лучших памятников своему гению. Чтобы установить эти формулы, ему пришлось изучить кривые [65], а через 15 лет молодой геометр (Лагранж), который уже в своих первых трудах проявил себя достойным последователем Эйлера, решил ту же задачу чисто аналитически. Эйлер первым восхитился этим новым усилием в искусстве вычисления⁹, сам занялся изложением нового метода, представил его принципы и развил их с той ясностью и с тем изяществом,

которыми сверкают все его труды. Никогда еще гений не получал и не проявлял более приятных знаков почтения и никогда Эйлер не ставил себя ниже тех мелких страстей, которые при потере незначительной доли славы приводят обычных людей к активной ярости.

[16] Здесь мы закончим наше описание трудов Эйлера по чистому анализу, заметив, однако, что было бы несправедливо ограничивать его влияние на продвижение математики бесчисленными открытиями, наполняющими их. Эти связи, которые он обнаружил между всеми частями столь обширной науки; эти общие точки зрения, которые он часто не указывал, но которые нисколько не ускользают от внимательного ума; эти пути, которые он был счастлив обнаружить, сгладив на них основные препятствия, – всё это так обогатило науки и даст наслаждение потомству, которое быть может забудет его источник.

[17] Трактат по механике 1736 г. [15; 16] явился первым обширным трудом, в котором анализ был применен к науке о движении. Число тем, либо новых, либо представленных там в новом свете, поразило бы геометров, не опубликуй уже Эйлер его наибольшей части по отдельности. В многочисленных сочинениях о той же науке он всегда оставался верным анализу, и его удачное приложение заслужило этому методу [применению анализа] то предпочтение, которое он в конце концов приобрел над всеми остальными дисциплинами.

Решение задачи о движении тела, выброшенного в пространство и притягиваемого к двум фиксированным точкам, стало знаменитым по искусству удачного предсказания Эйлером формы подстановок, позволивших свести к квадратурам такие уравнения, которые по их сложности и форме могли бы считаться нерешаемыми. Он приложил анализ к движению твердого тела любой заданной формы, который привел его к красивой теореме уже доказанной Зегнером¹⁰: *Тело любой формы может свободно вращаться в равномерном движении около трех взаимно перпендикулярных осей.*

Эйлер также установил многие особые свойства этих основных осей и, наконец, вывел общие уравнения движения тела любой формы и при любых ускоряющих силах, действующих на его элементы и некоторые части. Он подвергнул анализу новыми методами, которыми обогатил исчисление конечных частных разностей, задачи о колебании струны и все, относящиеся к теории звука или законам колебания воздуха.

[18] Теория движения жидкостей, основанная на том же исчислении, удивляет ясностью, которую он распространил на такие щекотливые вопросы и легкостью, с которой сумел применить методы, опирающиеся на столь глубокий анализ. Все проблемы физической астрономии, которые изучались в нынешнем веке, были решены частными аналитическими методами Эйлера. Его вычисления пертурбаций земной орбиты и особенно его теория Луны [1770/399; 1772/418] – это образцы простоты и точности, которые может предоставлять

эти методы. Читая их, не менее поражаешься до какой степени может столь гениальный человек, воодушевленный желанием не упускать ничего в важной проблеме, испытывать свое терпение и проявлять упорство в своей работе.

[19] Астрономия применяла только геометрические методы, Эйлер же представлял себе всё, чего можно было ожидать от их поддержки анализом и доказал это примерами. Многие знаменитые ученые начали решать подобные же, и эта наука сможет в один прекрасный день приобрести новую форму.

Он охватил морскую науку в обширном труде [1749/110; 110A], основанном на научном анализе. Наиболее трудные вопросы были там изучены теми общими и плодотворными методами, которые он так искусно создавал и применял. Намного позже Эйлер [1773/426; 426C] кратко и элементарно изложил тот же труд в наиболее простой форме, ограничив его тем, что может быть полезным на практике и что должны знать те, которые посвятили себя службе на море. Хотя это сочинение автор и предназначил только лишь для школ Российской империи, оно заслужило денежное вознаграждение от короля [Франции], который решил, что труды, полезные всем людям, имеют право на признание всеми государями и хотел показать, что даже на европейских окраинах¹¹ столь редкий талант не должен избегать ни взора, ни благодеяния.

Эйлер оценил этот знак внимания могущественного короля, который передавшая его рука усилила в его глазах. То была рука Тюрго, министра, уважаемого в Европе и за просвещенность, и за добродетель, рожденного скорее для управления общественным мнением, чем для подчинения ему. Его голос, неизменно продиктованный истиной, но никогда не стремящийся привлечь к себе самому общее одобрение, мог польстить мудрому человеку, слишком привыкшему к славе, чтобы еще прислушиваться к толкам о своей знаменитости.

Среди лиц высшего таланта крайняя простота характера может сочетаться с качествами ума, что, видимо, еще сильнее свидетельствует о мастерстве или тонкости. Поэтому Эйлер, хотя эта простота никогда не покидала его, умел пронизательно отличать, правда, неизменно снисходительно, почтение просвещенного восхищения от неумного тщеславия, направленного великим людям и пытающегося обеспечить себе по меньшей мере заслугу энтузиазма.

[20] Труды Эйлера по диоптрике основаны на менее глубоком анализе и можно рискнуть быть признательным ему за это, как за своего рода самопожертвование. Различные лучи, из которых состоит солнечный луч, в одной и той же среде подвергаются различным преломлениям; если отделить их от соседних с ними лучей, каждый из них окажется либо в одиночестве, либо менее перепутанным с другими и доставит ощущение свойственного ему цвета. Для каждого луча это преломление различно в различных средах и подчинено закону, отличному от того, который соответствует средней преломляемости [смеси] в данной среде.

Это наблюдение дало повод поверить в то, что две призмы из различного вещества, соединенные друг с другом, могут отклонить луч от своего пути, не разложив его, или, скорее, что можно сдвинуть элементарный луч параллельно самому себе тройным преломлением. В оптических приборах истинность этого предположения может зависеть от уничтожения цветной радуги, которая окрашивает объекты при прохождении через стекла.

Эйлер был убежден в возможности успеха в соответствии со следующей метафизической идеей: *Если глаз состоит из различных жидкостей, то только для того, чтобы уничтожить эффект аберрации преломления* [хроматической аберрации]. Требовалось лишь подражать действию природы, и он предложил средство, основанное на сформулированной им теории. Его первые попытки побудили физиков заняться темой, которой они, видимо, пренебрегали. Их опыт несколько не соответствовал теории Эйлера, но подтверждал его мнение о совершенствовании оптических приборов. Узнав от них о законах преломления для различных сред, Эйлер [1769/367; 1770/386; 1771/404] отбросил свои первоначальные идеи, подверг исчислению результаты их опытов и обогатил диоптрику аналитическими простыми, удобными и общими формулами, применимыми ко всем приборам, какие только могли бы быть сконструированы.

Эйлер опубликовал и несколько эскизов по общей теории света, в которых попытался согласовать явления с законами колебания жидкости, поскольку гипотеза лучеиспускания по прямой, как ему казалось, была связана с непреодолимыми трудностями. Теории магнита, распространения огня, законы сцепления тел и их трения также представили ему случай для научных вычислений, основанных, к сожалению, скорее на предположениях, чем на опыте.

[21] Исчисление вероятностей и политическая арифметика также оказались темами его неутомимых трудов. Мы здесь упомянем лишь его исследования таблиц смертности и способов с большой точностью выводить из них явления [закономерности]; его метод выбора среднего из наблюдений; вычисления для ссудной кассы¹² [...].

[22] В похвальном слове Даниилу Бернулли [iii, п. 12; автор сослался сам на себя, но ошибся: там упомянуто 10 призов, см. ниже] указано, что он разделял с Эйлером славу получения 13 призов Парижской академии наук. Они часто исследовали одну и ту же проблему, и честь превзойти своего конкурента им тоже приходилось разделять друг с другом, но это соперничество никогда не приостанавливало проявления взаимного уважения и не охлаждало взаимного чувства дружбы. Просматривая темы, за исследование которых победу присуждали одному из них, заметно, что успех особо зависел от сути их таланта. Если вопрос требовал сноровки при его рассмотрении и удачного приложения опыта, или нового и изобретательного взгляда на физические науки, преимущество было за Д. Б.

Если же необходимо было только преодолевать громадные трудности вычислений, требовалось создать новые методы анализа, приз доставался Эйлеру. И тем, которые смели сравнивать их друг с другом, должны были бы выбирать не из них самих, а из двух разновидностей разума, из двух способов применения таланта.

Мало было важных тем, в которых Эйлер не оставил своего следа, возвращаясь даже многожды к первоначальному сочинению. Без этого добавления наш слабый набросок его трудов оставался бы лишь весьма несовершенным описанием его плодovitости. Иногда он заменял косвенный метод прямым и аналитическим, иногда включал в свое первое решение ускользнувший вначале случай, почти всегда добавлял новые примеры, выбирая их с особым мастерством из тех, которые допускали полезное приложение или какое-либо интересное замечание. Одно только желание придать своим сочинениям более методическую форму, еще более прояснить и упростить их, было бы достаточной причиной для неизмеримости его трудов.

Никогда еще геометрия так не описывалась, и никогда еще никто не придавал своим работам такой степени совершенства. Публикуя мемуар на новую тему, он простым образом описывал пройденный им путь, указывал трудности или их обходы. Тщательно описав своим читателям ход мыслей в своих первых набросках, он пояснял, как ему удалось отыскать более простой путь. Видно, что он отдавал предпочтение поучению своих последователей перед мелочным удовлетворением от их изумления. Он не считал бы, что делает достаточно для науки, если не добавит к новым истинам, которыми он ее обогатил, бесхитростного описания идей, наводивших его на них.

[23] Этот метод охватывания таким образом всех ветвей математики всегда, так сказать, предоставлявший разуму все вопросы и все теории, был для Эйлера источником открытий, скрытых почти для всех остальных и доступных только ему одному. И в последовательности своих трудов он иногда отыскивал особый метод интегрирования [дифференциальных] уравнений, дифференцируя их. Иногда замечание о каком-либо вопросе анализа или механики приводило его к решению весьма замысловатого дифференциального уравнения, не поддававшегося прямым методам. Иногда задачу по виду очень трудную, он решал мгновенно весьма простым методом. Иногда же задачу, казавшуюся совсем простой, он решал, преодолевая трудности лишь с большими усилиями. Иной раз особое сочетание чисел или новая форма ряда предоставляли ему жгучие по своей новизне вопросы или приводили к неожиданным истинам.

И тогда Эйлер старательно указывал, что пришел к подобным открытиям случайно, что не умаляло его заслуги, потому что легко понять, что случай благоприятен только тому, кто соединяет в себе широту знания и весьма редкую проница-

тельность. Кроме того, не следует ли хвалить такое простодушие, даже если оно немного убавляет его славу? Лица большого таланта редко прибегают к мелочным уловкам самолюбия, которые лишь унижают их в глазах просвещенных судей и возвеличивают их в мнении толпы. Гениальный человек либо чувствует, что никогда не станет более великим, если не будет проявляться самим собой, либо мнения о нем не имеют над ним такого господствующего и тиранического влияния, как над другими.

Когда знакомишься с жизнью великого человека, то либо уверенность в несовершенстве ввиду человеческой слабости, либо та низкая доля справедливости, на которую мы способны, даже не позволяет нам признать в подобных нам то верховенство, при котором нас ничего не может утешить, либо, наконец, идея совершенства в другом ранит и унижает нас еще больше, чем сама идея величия. Есть, видимо, потребность отыскивать слабое звено, и поэтому устанавливая какой-либо недостаток, который мог бы приподнять нас в наших собственных глазах. Невольно перестаешь доверять искренности автора, если он не показывает нам такого звена, если нисколько не приподнимает надоедливую покрывала, скрывающего эти недостатки.

[24] Иногда Эйлер, как представляется, лишь находил удовольствие в вычислениях и рассматривал что-то в механике или физике только, чтобы иметь повод применить свое дарование и отдаться обуревающей его страсти. И поэтому ученые его упрекали за то, что он подчас не чурался втуне применять анализ, основанный на физических гипотезах или даже на недостаточно правдоподобных или надежных метафизических принципах. Упрекали Эйлера и за то, что он чересчур полагался на возможности вычислений, но пренебрегал тем, что могло бы изучить те самые вопросы, которые он намеревался решить.

Мы признаем, что первый упрек небезоснователен и что Эйлер-метафизик или даже физик не столь велик, как геометр. И следует без сомнения сожалеть, что многие части его трудов, например, относящиеся к морской науке и артиллерии, полезны почти лишь для продвижения науки вычисления¹³. Но мы полагаем, что второй упрек был гораздо менее заслужен. Во всех сочинениях Эйлера видно, что он был занят обогащением анализа, его расширением и умножением его приложений. В то же время представляется, что анализ являлся его единственным средством, что он хотел превратить его в универсальный инструмент. Естественное продвижение математических наук должно было привести к такой революции, но Эйлер видел как она, будучи обязана его гению, развертывалась, так сказать, перед его глазами и являлась плодом его усилий и открытий. Итак, даже хоть и кажется, что он злоупотреблял анализом и исчерпывал все едва заметные способы для решения некоторых вопросов, в то время как соображения, чуждые вычислениям, могли бы привести его к простому

и легкому решению. Он часто стремился лишь проявить мощь и возможности своего мастерства. и мы должны простить его, потому что, если иногда он будто бы занимался другой наукой, его труды были всё-таки посвящены продвижению и распространению анализа, а революция, которая явилась плодом этих усилий, является одним из первейших прав на общее признание и одним из наиболее прекрасных оснований славы.

[25] Я не считал себя обязанным прерывать подробности о трудах Эйлера описанием весьма простых и немногих событий в его жизни. Он устроился в Берлине в 1741 г. и оставался там до 1766 г. Принцесса Анхальта-Дессау¹⁴, племянница короля Пруссии, пожелала взять у Эйлера несколько уроков физики. Они теперь опубликованы [1768/343; 343А; 344; 1772/417] и являются ценным трудом ввиду особой ясности изложения наиболее важных явлений механики, физической астрономии, оптики и теории звука, равно как и по причине остроумных взглядов, менее философских, но более научных, чем те, которые можно вынести из *Бесед о множественности миров* Фонтенеля [1686] с его системой вихрей.

Имя Эйлера, столь великое в науках; величественная идея, которая складывается из его трудов, предназначенных развить самое затруднительное и абстрактное в анализе, придают этим *Письмам*, таким простым и легко воспринимаемым, особое очарование. Кто не изучал математику поражается, быть может обольщается возможностью разобраться в сочинении Эйлера; он признателен за то, что ему дали возможность понять этот труд. И элементарные подробности наук приобретают некоторое величие от приближения к славе и гению знаменитого человека, который их наметил.

Король Пруссии использовал Эйлера для проведения финансовых подсчетов, расчета водопровода в Сан Суси, исследования [целесообразности] многих судоходных каналов. Этот государь был рожден, чтобы верить, что великие дарования и глубокие знания никогда не станут избыточными или опасными и что счастье быть полезным это преимущество, которое природа не оставила невеждам и посредственности.

В 1750 г. Эйлер отправился во Франкфурт [на Майне], чтобы встретить свою уже овдовевшую мать и привести ее в Берлин и он был счастлив оберегать ее до 1761 г. Одиннадцать лет она наслаждалась славой своего сына как только может наслаждаться сердце матери, и быть может была еще счастливее ввиду нежного и заботливого попечения, более ценного из-за этой славы.

[26] Во время своего пребывания в Берлине Эйлер, обязанный признательностью по отношению к Мопертюи, счел своим долгом защищать принцип наименьшего действия, которым тот, Президент Прусской академии наук, основывал свои ожидания всеобщей известности. Средство, выбранное Эйлером [1751/199; 1753/186], а именно решение нескольких

наиболее трудных задач механики при помощи этого принципа, никто иной никак не смог бы использовать. Так, например, в сказочные времена Бог соизволил создать для покровительстваемых им воинов броню, непроницаемую для ударов их врагов¹⁵.

Мы хотели бы, чтобы признательность Эйлера ограничилась подобной защитой Мопертюи столь благородными и достойными его усилиями, но не можем скрыть, что он слишком жестко проявил себя в своих ответах Кёнигу. С прискорбием мы обязаны причислить великого человека к врагам этого несчастного и преследуемого ученого. К счастью, однако, вся жизнь Эйлера избавлена от более серьезных подозрений; не будь простодушия, не будь этого безразличия к славе, которую он неизменно проявлял, можно было бы поверить, что любезности некоего известного сторонника Кёнига (которые сам Вольтер с тех пор осудил на справедливое забвение), были способны изменить характер мудрого и мирного геометра. Но единственным недостатком, который можно ему приписать, это всего лишь избыток признательности. И ввиду этого уважительного чувства он оказался несправедливым один-единственный раз в жизни.

[27] В 1760 г. русские ворвались в Бранденбургскую марку и разграбили имение Эйлера возле Шарлоттенбурга, но генерал Тотлебен¹⁶ не пришел воевать с науками. Узнав об ущербе, понесенном Эйлером, он поспешил возместить его, уплатив вознаграждение, намного превосходящее реальный убыток. Он также сообщил об этом невольном неуважении императрице Елизавете [Петровне], которая дополнительно подарила Эйлеру в качестве уже намного более чем достаточной компенсации четыре тысячи флоринов. Этот поступок совсем неизвестен в Европе, и мы с воодушевлением упомянем некоторые подобные действия, которые дошли до нас из античности. Это различие в наших суждениях, – разве оно не доказывает успешного продвижения рода человеческого, хотя некоторые авторы его упорно и отрицают, видимо чтобы избежать обвинений в пособничестве¹⁷.

[28] Правительство России никогда не считало Эйлера иностранцем, и его оклад всегда частично выплачивался ему несмотря на его отсутствие, а в 1766 г. императрица [Екатерина II] пригласила его вернуться в Петербург, и он согласился.

В 1735 г. астрономическое вычисление, на которое другие академики хотели затратить много месяцев, он выполнил за несколько дней, но затраченные при этом усилия вызвали болезнь с потерей глаза. Заново подвергаясь вредному воздействию неблагоприятного для него климата, он имел бы основания опасаться полной слепоты, но интересы детей возобладали над этими опасениями. И если вспомнить, что труд был для Эйлера исключительной страстью, можно будет без сомнения заключить, что мало найдется примеров отцовской любви, которые могли бы более убедительно доказать,

что она является самой сильной и самой сладкой из наших привязанностей¹⁸.

Через несколько лет он на беду испытал предвиденный им случай, но к счастью для себя и науки сохранил способность еще различать крупные знаки, написанные мелом на грифельной доске. Его сыновья и ученики копировали его вычисления и записывали под его диктовку его позднейшие мемуары. Если судить по их числу, а нередко и по вновь приобретенной гениальности, можно будет поверить, что еще более полное отсутствие каких бы то ни было развлечений и новая энергия, приданная по этой причине всем его способностям, позволили ему возместить ослабление зрения и не утратить ни их, ни возможности трудиться.

[29] Впрочем, по сути своего таланта и жизненным привычкам Эйлер был даже невольно одарен необычными возможностями. Исследуя эти громадные аналитические формулы, столь редкие до него и столь часто встречающиеся в его трудах, сочетание и обработка которых обеспечивают такую простоту и изящество, такую приятную глазу и разуму форму, видно, что они были не просто вычислены, а полностью созданы воображением, равным образом мощным и активным. В анализе существуют обычные и почти ежедневно употребляемые формулы (и Эйлер namного приумножил их число), и он неизменно держал их в уме, знал их наизусть, цитировал в разговорах.

Повидав его в Берлине, Даламбер был поражен мощью памяти Эйлера, которая подразумевала, что его разум и ясен, и полон сил. И, наконец, способность вычислений в уме, доведенная до такой степени, в которую можно было бы поверить лишь с трудом, не приучи нас история его трудов к чудесам. Известно, что, имея в виду поупражнять своего внука в извлечении корней, он составил таблицу первых шести степеней всех [натуральных] чисел от единицы до ста [ср. статью Фусса, п. 95] и в точности сохранил ее в памяти. Двое из его учеников вычислили [сумму] 17 членов сходящегося и весьма сложного ряда, но их результаты, хоть и вычисляли они на бумаге, разошлись на единицу в 50-м знаке. Они доверились суду своего учителя, и Эйлер проделал все вычисления в уме и его решение оказалось верным¹⁹.

После потери зрения у него осталось лишь одно развлечение, изготовление искусственных магнитов, и он также давал уроки математики одному из своих внуков, имевшему к ней, как представлялось, благоприятную склонность.

[30] Он иногда бывал в академии, в основном при затруднительных обстоятельствах, если полагал, что его присутствие окажется полезным для поддержания свободы [творчества]. Известно, как постоянный президент, назначаемый двором, может нарушить покой академии и понятно, чего следует опасаться, если он не избран из сословия ученых. Эйлера не останавливало даже то, что его репутация зависела от голоса его братьев. Как они, занятые лишь своим мирным трудом,

умеющие разговаривать лишь на языке науки, иностранцы, изолированные и далекие от своей родины, полностью зависящие от правительства, могли бы защитить себя, если защита требовалась от президента, назначаемого тем же правительством²⁰?

Но есть такая степень славы, при которой находишься вне опасности, и это когда вся Европа поднимется против личного оскорбления великого человека, который может без риска для себя выставить авторитет своей репутации против несправедливости и поднять в защиту наук свой голос, который нельзя заглушить. Эйлер, самое простодушие и сама скромность, ощущал свою силу и не раз удачно применил ее.

[31] В 1771 г. Петербург перенес страшный пожар, и пламя охватило дом Эйлера. Базелец по имени Пьер Гримм, который без сомнения должен оставаться известным, понял опасность, угрожавшую его знаменитому, слепому и больному соотечественнику, поспешил к нему сквозь пламя, взвалил его себе на плечи и спас с опасностью для собственной жизни. Библиотека и мебель сгорели, но ревностными стараниями графа Орлова были сохранены рукописи. Знак внимания в смятии и ужасе серьезного бедствия является вернейшего рода почтением, наиболее сладостным из когда-либо оказанных властями гению науки. Дом Эйлера был одним из благодеяний императрицы, а ее новое благодеяние позволило быстро восстановить потерю.

[32] От первой жены Эйлер имел 13 детей, восемь из которых умерли очень рано. Его пережили трое сыновей, но к несчастью обе его дочери умерли на последнем году его жизни. Из 38 внуков и внучек к моменту его смерти в живых оставалось 26. В 1776 г. [после смерти жены] Эйлер женился вторично на [Salome Abigael] Гзель, единокровной сестре (soeur de père) первой жены. По примеру своего родительского дома он сохранил всю простоту нравов. Пока оставался зрячим, ежевечерне собирал всех на общую молитву, – внуков и внучек, домашних и всех учеников, проживавших у него. [Каждый раз] он читал им главу из Библии, а иногда сопровождал чтение каким-либо увещанием.

Эйлер был очень религиозен. Он дал новое доказательство существования Бога²¹ и нематериальности души и последнее было воспринято многими богословскими школами. Он тщательно соблюдал религию своей страны, т. е. строгий кальвинизм, и, видимо, не позволял себе вопреки примеру большинства ученых-протестантов ни иметь собственного мнения, ни строить свою собственную религиозную систему.

Эйлер был весьма сведущ, особенно в истории математики. Предполагали, что его любознательность простиралась вплоть до изучения образа действий и правил астрологии и что он даже применил ее несколько раз. Впрочем, когда ему в 1740 г. предложили составить гороскоп для царевича Ивана [VI, родившегося в том же году], он пояснил, что эту обязанность должен выполнить Крафт как придворный астроном.

Поражаешься, что подобную доверчивость можно было в те времена встретить при дворе России. Она была обычной в прошлом веке при всех европейских дворах, но вот азиатские дворы²² еще не сбросили с себя это ярмо, и следует признать, что за исключением общих принципов морали нет до сего дня ни одной истины, которая могла бы гордиться тем, что оставалась так же надолго общепризнанной, как многие потешные и пагубные ошибки.

[33] Эйлер изучил почти все ветви физики, анатомии, химии и ботаники, но его верховенство в математике не позволяло ему придавать хоть малейшее значение своим знаниям в этих других науках, как бы они ни были обширны для человека, более подверженного мелочности самолюбия и притязающего на своего рода универсальность.

Изучение античной литературы и языков науки [греческого и латинского] было частью его образования, и пристрастие к ним он сохранял всю свою жизнь. Он не забывал ничего изученного, но никогда не имел ни времени, ни желания добавлять что-либо к своим первоначальным знаниям. Современных поэтов Эйлер не читал, но знал наизусть *Энеиду*. И всё-таки, даже декламируя Вергилия [т. е. *Энеиду*], он не упускал из вида математику. Всё подходило, чтобы напоминать ему эту науку, почти единственную тему его мыслей, и в его трудах можно найти научный мемуар об одном вопросе из механики, про который он рассказал, что первая идея о нем возникла у него в связи с одним стихом [одной строфой?] *Энеиды*.

Говорят, что для человека большого таланта удовлетворение от работы слаще даже, чем слава. Если эту истину нужно обосновывать примерами, то жизнь Эйлера не позволяет более и сомневаться в ней.

[34] Ни разу, ни в одном научном обсуждении со знаменитыми геометрами, Эйлер не проронил ни одного слова, из-за которого его могли бы заподозрить в заботах о самолюбии. Никогда он не ссылался на какое-либо свое открытие, а если кто-то притязал на что-нибудь из его трудов, он спешил устранить невольную обиду, даже не проверяя особенно, требуется ли во имя справедливости полностью отказаться от указанного им. Если кто-то замечал у него ошибку, но упрек не был основателен, Эйлер забывал о нем [i, п. 36], в противном же случае исправлял погрешность. Заслуга хваставшихся тем, что обнаружили у него недостатки, часто состояла лишь в нетрудном приложении методов, которым сам Эйлер их и научил, и теорий, в которых он уже сгладил самые серьезные трудности, но он даже и не думал об этом.

Заурядные умы почти всегда пытаются набить себе цену с суровостью, пропорциональной высокой идее, которую они пытаются придать своему суждению или своему дарованию. Они безжалостны ко всему, что превосходит их и не шадят даже более низких. Говорят, что некое скрытое чувство склоняет их к принижению всех прочих. Напротив, Эйлер в

первую очередь побуждался к прославлению таланта, как только изумлялся какому-либо удачному сочинению и не ожидая, чтобы общественное мнение одобрило (eût sollicité) его суждение. Видно, что он тратил свое время на переделку и разъяснение своих трудов и даже для решения задач, прежним решениям которых не хватало лишь заслуги изящества и методичности, и всё это с той же страстью, так же терпеливо, как и при отыскании новой истины, чье открытие усилило бы его славу. Впрочем, если страстное желание славы и существовало в глубине его сердца, его искренность не позволила бы ему скрывать его.

[35] Но слава, которая так мало занимала его, сама искала его. Особая плодовитость его дарования поражала даже тех, кто не был в состоянии осмыслить его трудов. Хоть она относилась только к геометрии, его репутация стала известной лицам, наиболее удаленным от этой науки. И для всей Европы он был не только великим геометром, но и великим человеком. В России принято производить в воинские звания лиц, весьма далеких от воинской службы, что является данью предубеждению в том, что лишь последнюю можно называть благородной профессией и в то же время указанием на всю фальшь этого мнения. Некоторые ученые получили звания вплоть до генерал-майора, Эйлер же не имел и не хотел иметь никакого.

Но какое же звание могло придать славу его имени? И в таком случае уважение к соблюдению естественных прав человека накладывает в известном смысле обязанность привести этот пример мудрого безразличия к погрешкам людского тщеславия, столь ребяческого, но и столь же опасного.

Большинство государей севера Европы, лично знавшие его, высказывали ему знаки своего уважения, или, скорее, почтения, которое нельзя было отказать сочетанию столь простодушной добродетели и столь обширного и просвещенного таланта. Во время путешествия наследного принца Пруссии в Петербург он посетил Эйлера и провел несколько часов у постели этого знаменитого старца, сцепив с ним руки и держа на коленях одного из его внуков, – того, чья рано проявившаяся склонность к геометрии оказалась особой причиной отеческой нежности Эйлера.

[36] Все нынешние знаменитые математики являются учениками Эйлера, и нет ни одного, кто бы не сформировался чтением его трудов, кто не воспринял бы его формулы, его методы, кто в своих открытиях не руководствовался бы гением Эйлера и не воспользовался его помощью. Он обязан этой чести революции, которую он совершил в математических науках, подвергнув их все анализу; мощи его труда, которая позволила ему охватить всё протяжение этих наук; методичности, которую он сумел внести в свои великие сочинения; простоте и изяществу его формул; ясности методов и доказательств, усиленной к тому же многочисленными и хорошо

подобранными примерами. Ни Ньютон, ни даже Декарт, влияние которых столь сильно, не заслужили славы, обладаемой до сего дня среди всех геометров одним только Эйлером.

[37] Но как профессор он подготовил учеников, которые более непосредственно принадлежат ему, и среди них мы назовем его старшего сына, избранного [Парижской] академией наук [своим иностранным членом] как замену [умершего] отца, не опасаясь, что это почетное наследование, предоставленное имени Эйлера, как и имени Бернулли, может оказаться опасным примером.

Второй сын ныне изучает медицину, но в своей юности получил от нашей академии приз за [изучение] изменений в среднем движении планет. Назовем еще Лексея, чья преждевременная смерть унесла его прочь от науки, и, наконец, Фусса, самого молодого из его учеников, соратника его последних трудов. Даниил Бернулли послал его Эйлеру из Базеля, и своими трудами тот достойно оправдал его выбор и уроки Эйлера. Оказавши почет своему знаменитому учителю похвальным словом в Петербургской академии наук, он только что женился на внучке Эйлера.

Из 16 профессоров Петербургской академии восемь подготовил Эйлер, и все они, известные своими трудами и увенчанные званием академика, горды возможностью считаться к тому же его учениками.

[38] Эйлер сохранял все свои способности и, видимо, все свои силы, и никакие изменения не предвещали грозящей потери для наук. 7 сентября 1783 г., позабавившись вычислениями (мелом на грифельной доске) движения поднимающихся вверх азростатов, чье недавнее открытие заинтересовало в то время всю Европу²³, он пообедал вместе с Лекселем и со своей семьей, побеседовал об открытой [У.] Гершелем планете и о вычислениях по определению ее орбиты. Несколько позже Эйлер позвонил своему внука и пошутил с ним, выпил несколько чашек чая, но вдруг трубка выпала у него из рук, и он перестал вычислять и жить.

Так скончался один из самых великих и необычных людей, которых когда-либо произвела природа, чей гений равным образом был способен на сильнейшие усилия и на самый непрерывный труд; тот, кто умножил свои сочинения за пределы того, что мы смели бы ожидать от сил человеческих и кто тем не менее был оригинален в каждом из них; тот, чья голова была вечно в работе, а душа всегда спокойна; тот, наконец, кто по весьма редкой к сожалению достойной участи был почти безоблачно счастливым²⁴ и заслужил славу, которую никогда нельзя будет оспаривать.

Его смерть сочли общественной потерей даже в стране его пребывания [?]. Петербургская академия отметила ее торжественным трауром и за свой счет изваяла его мраморный бюст, который будет установлен в ее конференц-зале. При его жизни Академия уже оказала ему более необычную честь: на аллегорической таблице Геометрия опирается на гравюру с вписан-

ными формулами новой эйлеровской теории Луны. Итак, страна, которую мы в начале века считали еще варварской, дала самым просвещенным нациям Европы пример почтения великих людей при их жизни и памяти о них после их недавней смерти. Она подала пример другим нациям, от которого многие из них возможно покраснели бы от стыда, потому что не могли ни предвидеть его, ни даже подражать ему.

Примечания

1. Борьба Софии с будущим Петром I была позади. В 1730 г. “династия Романовых в прямом мужском поколении пресеклась”, а в 1761 г. пресеклась и по женской линии. В 1731, а затем в 1761 г. был подтвержден указ Петра I 1722 г. о престолонаследии (БСЭ, 3-е изд., т. 22, 1975, статья Романовы). Император должен был назначать преемника из членов своей семьи. Подтверждения указанного Кондорсе о престолонаследии мы не нашли. О Бироне и бироновщине (руководители [...] деспотически управляли...) см. БСЭ, 3-е изд., т. 3, 1970, столбцы 1169 – 1170. О. Ш.
2. В свете последующей истории математики вся эта тирада выглядит сомнительной, хотя наступила ведь и отрицательная реакция на излишнее рвение *бурбакистов*. Известно также, что Понтрягин (1980) обвинил Колмогорова в чрезмерном применении современных понятий в учебной математической литературе. О. Ш.
3. См. Юшкевич (1970, с. 40). О. Ш.
4. См. Симонов (1972, с. 401). О. Ш.
5. Интегралов уравнений в этих разностях. О. Ш.
6. Видимо, к неопределенным уравнениям (Башмакова и др. 1972, с. 75 и далее). О. Ш.
7. Будущей топологии. О. Ш.
8. Мы исключили несколько непонятных строк. О. Ш.
9. Эйлер вступил в переписку с Лагранжем уже в 1755 г., когда тот изложил ему свой метод исследования, но еще ничего не опубликовал. См. Дорофеева (1972, с. 461). О. Ш.
10. О Зегнере см. Башмакова и др. (1972, с. 97) и Юшкевич и др. (1972, с. 12). О. Ш.
11. Краиной Европы автор, видимо, назвал Россию. О. Ш.
12. Термин *политическая арифметика* к тому времени уже перестал употребляться; Эйлер никогда не изучал таблиц смертности; Кондорсе прервал свое описание упоминанием обработки измерений (но ничего по существу не сказал о ней) и будто бы описал мемуар Эйлера [1776/473], а на самом деле мемуар Фусса (1776). См. также [viii]. О. Ш.
13. Как же тогда понимать финансовое вознаграждение, полученное Эйлером от короля Франции (§ 19)? О. Ш.
14. Изложение Кондорсе всё-таки прервал. По крайней мере ныне Дессау – город (между Магдебургом и Эссенем). Анхальт-Дессау – герцогство до 1863 г., видимо теперь на территории земли Саксония-Анхальт. О. Ш.
15. Где же здесь всё-таки принцип наименьшего действия? Мы можем сослаться только на Послание к Ефесеянам 6:14: *Итак, станьте, препоясавши чресла ваши истиною, и облекшись в броню праведности* и 6:16: *А паче всего, возьмите щит веры, которым возможете угасить все раскаленные стрелы лукавого*.
16. Fellmann (1973) по сути повторил характеристику Кёнига, но зачем Кондорсе упомянул его? О нём см. также Wolf (1859, с. 147 – 182) и Speiser (2008, с. 261 – 265), который назвал научные работы Кёнига туманными. О. Ш.
17. Во время Семилетней войны генерал Tottleben (1715 – 1773) командовал русскими войсками. Мы не нашли никакой связи знаменитого Э. И. Тотлебена (1818 – 1884) с ним. Шарлоттенбург ныне район Берлина. О. Ш.
18. Здесь многое непонятно. Ни о каких *подобных действиях* Кондорсе так ничего и не сообщил. Далее, по контексту эти действия должны были

быть противоположного, а не подобного характера. И, наконец, о каком пособничестве могла идти речь? О. Ш.

18. Кондорсе видимо имел в виду, что в России молодым людям было бы легче продвигаться, и действительно Фусс [i, п. 61] указал, что сыновьям Эйлера было обещано “выгодное обеспечение”. Но он же, в том же месте, и Юшкевич, см. наше Предисловие и Библиографию к статье [i], упомянули совсем другие (не совпадающие друг с другом) причины решения Эйлера, см. также наше Предисловие. О. Ш.

19. Как же это стало известно? И кому нужны были бы вычисления с 50-знаками, притом даже Эйлер не справился бы с ними. О. Ш.

20. Первые президенты Петербургской академии были перечислены в БСЭ, 3- издание, т. 1, статья Академия наук СССР, история. В 1746 – 1798 гг. президентами были иностранцы, но вот в позднейшем издании (*Российская* 1999) в этой связи упоминает Разумовского. Во всяком случае, президентов назначали, о чём сказано даже в *Регламенте* академии 1803 г., § 26 (*Протоколы*, т. 4/1, с. 1145). О. Ш.

21. Доказательства продолжают появляться по сей день. С другой стороны, в 1985 г. Папа Иоанн-Павел II заявил, что *желание научного доказательства Бога было бы равносильным его принижению до уровня существ в нашем мире* (Википедия). О. Ш.

22. Считал ли Кондорсе, что Россия – азиатская страна? О. Ш.

23. Почему в то время? Ведь *Слово* Кондорсе было написано почти тогда же. В последний день своей жизни Эйлер может быть и *позабавился* вычислениями, но он же, видимо, несколько раньше отнесся к исследованию упомянутого движения достаточно серьезно, см. его мемуар [1784/579]. О. Ш.

24. *Почти безоблачно счастлив*, несмотря на смерть восьми детей, на трудности в Петербурге в течение обоих периодов пребывания там, а также и в Берлине ввиду разногласий с Фридрихом II, см. наше Предисловие, и с Ламбертом [ix, § 11]. О. Ш.

Библиография

Л. Эйлер

(1749), Письмо Фридриху II об итальянской лотерее. *Opera omnia*, ser. 4A, t. 6. Basel, pp. 317 – 319.

(1923), Sur le calcul du rentes tontinières. *Opera omnia*, ser. 1, t. 7. Leipzig – Berlin, pp. 553 – 577.

(1962), *Рукописные материалы Эйлера в Архиве АН СССР. Труды Архива АН*, т. 17. М. – Л.

Другие авторы

Антропова В. И. (1972), Дифференциальные уравнения с частными производными. В книге Юшкевич (1972, с. 409 – 451).

Башмакова И. Г., Розенфельд Б. А., Юшкевич А. П. (1972), Арифметика и алгебра. В книге Юшкевич (1972, с. 32 – 100).

Боголюбов Н. Н., Михайлов Г. К., Юшкевич А. П., редакторы (1988), *Развитие идей Леонарда Эйлера и современная наука*. М.

Дорофеева А. В. (1972), Вариационное исчисление. В книге Юшкевич (1972, с. 442 – 471).

Лысенко В. И. (1975), *Н. И. Фусс, 1755 – 1826*. М.

Михайлов Г. К. (1985), Леонард Эйлер и его вклад в развитие рациональной механики. *Успехи механики*, т. 8, с. 3 – 58.

Понтрягин Л. С. (1980), О математике и качестве ее преподавания. *Коммунист*, № 14, с. 99 – 112.

Протоколы (1897 – 1911), *Протоколы заседаний конференций Императорской Академии Наук с 1725 по 1803 год*, тт. 1 – 4. СПб. Титул также на французском языке, текст только на французском.

Российская (1999), *Российская академия наук. Персональный состав, 1724 – 1917*. Кн. 1. М.

Симонов Н. И. (1972), Обыкновенные дифференциальные уравнения. В книге Юшкевич (1972, с. 369 – 408).

Юшкевич А. П. (1968), *История математики в России*. М.

- , редактор (1970, 1972), *Математика XVIII столетия*, тт. 2 и 3. М.
- (1970), Дифференциальное и интегральное исчисление. В книге Юшкевич (1970), с. 215 – 287.
- (1971), *Euler. Dict. Scient. Biogr.*, vol. 4, pp. 467 – 484.
- (1982), *Леонард Эйлер*. М.
- (1988), Леонард Эйлер. Жизнь и творчество. В книге Боголюбов и др. (1988), с. 15 – 46).
- , **Winter E., Hoffmann P.**, Editors (1959), *Die Berliner und die Petersburger Akademie der Wissenschaften in Briefwechsels Eulers*, Bd. 1. Berlin.
- Юшкевич А. П., Розенфельд Б. А.** (1972), Общая характеристика математики XVIII века. В книге Юшкевич (1972), с. 7 – 31).
- Энестрем Г.** (1910/1913, нем.), Библиографический указатель сочинений Л. Эйлера. Сокращенное изложение в книге Эйлер (1962), с. 352 – 385).
- Bernoulli D.** (1755a), Réflexions et éclaircissements sur les nouvelles vibrations des cordes. *Mém. Acad. Roy. Sci. et Belles-Lettres pour 1753*, pp. 147 – 172.
- (1755b), Sur le mélange de plusieurs espèces de vibrations simples isochrones etc. Там же, с. 173 – 195.
- Bernoulli Johann** (1714), Essai d'une nouvelle théorie de la manoeuvre des vaisseaux. *Opera omnia*, t. 2. Hildesheim, 1968, pp. 1 – 96.
- Bernoulli R.** (1983), Leonhard Eulers Augenkrankheiten. In *Leonard Euler 1797 – 1783*. Basel, pp. 471 – 487.
- Burkhardt A.** (1910), *Über den Zustand der Universität Basel im 17. und 18. Jahrhundert*. Basel.
- Burkhardt F.** (1884), *Die Basler Mathematiker Daniel Bernoulli und Leonhard Euler Hundert Jahre nach ihrem Tode gefeiert von der Naturforschenden Gesellschaft*. Basel.
- Courvoisier L.** (1964), Einleitung. Euler, *Opera omnia*, ser. 2, t. 30. Turici [Zürich], pp. VII – LXXV.
- De La Croix** (1735), Extrait du Mécanisme des mouvements des corps flottants. *Mém. pour histoire des sciences et des beaux-arts*. Avril, art. XXXV. Trévaux, Франция.
- Du Pasquier L.-G.** (1927), Léonhard Euler et ses amis. Paris. *Leonhard Euler and His Friends*, 2008.
- Fellmann E. A.** (1973), König. *Dict. Scient. Biogr.*, vol. 7, pp. 442 – 444.
- Fuss N. I.** (1776), *Entwurf einer allgemeinen Leihe-Bank etc.* Pétersbourg.
- Hermann J.** (1716), *Phoronomia etc.* Amsterdam.
- Klügel G. S.** (1777 – 1778), *Analytische Dioptrik oder Theorie d. optischen Werkzeuge*, Tle 1 – 2. Leipzig.
- Renau B.** (1689), *Théorie de la manoeuvre des vaisseaux*. Paris.
- Robins B.** (1742), *New Principles of Gunnery*. London.
- Speiser D.** (2008), *Discovering the Principles of Mechanics*. Basel.
- Truesdell C.** (1968), *Essays in the History of Mechanics*. Berlin.
- (1984), *An Idiot's Fugitive Essays on Science*. New York. Сборник перепечаток обзоров автора, в том числе посвященных Эйлеру.
- Wilson C.** (1995), The problem of perturbation analytically treated etc. In Taton R., Wilson C., Editors, *The General History of Astronomy*, vol. 2B. Cambridge, pp. 89 – 107.

III

М. Ж. А. Н. Кондорсе

Похвальное слово [Даниилу] Бернулли

Eloge de M. Bernoulli

Hist. Acad. Roy. Sci. Paris pour 1782, 1785, pp. 82 – 107;
Condorcet M. G. A. N., *Oeuvres*, t. 2. Paris, 1847, pp. 545 – 580
с учётом немецкого перевода Даниила П Бернулли
Lobrede auf Herrn Daniel Bernoulli. Basel, 1787

Предисловие Даниила П Бернулли

Два основных требования должны быть выполнены в похвальном слове: оно должно быть надёжным источником и написано искусным и чувствительным слогом. Но авторам этих похвальных слов редко удаётся счастливо сочетать эти два качества и таким образом достичь совершенства. Несколько лет назад, в день памяти через год после смерти Даниила Бернулли, я зачитал впечатляющему собранию научный адрес на латинском языке и тем самым исполнил долг самого искреннего и глубокого уважения, любви и благодарности моему достойному похвалы дяде и благодетелю.

Затем, как и требовалось, я отдал текст своего выступления для публикации (1783). Я поздравляю себя с тем, что смог полностью выполнить первое требование, хотя никогда не претендовал на славу удовлетворения второму. Несмотря на это благоприятное обстоятельство, каждому следовало бы руководствоваться похвальным словом, который учёный и красноречивый маркиз Кондорсе зачитал в качестве неперемного секретаря Французской [ныне Парижской] академии наук. С другой стороны, представляется, что он собрал различные анекдоты и рассказы, возможно взятых из не вполне достоверных источников не исследовав их достоверности¹.

Хотя второе требование должно почитаться намного менее важным первого, которое относится к существу, потому что оно только касается формы похвального слова, я тем не менее решил полнее ознакомить своих сограждан и всю немецкую общественность с заслугами нашего бессмертного Даниила Бернулли. Таким образом я дополню немецкое похвальное слово о нашем великом и в равной мере восторженном соотечественнике, друге Даниила Бернулли, которое недавно опубликовал Фусс в Петербурге.

Взамен неприятного (по крайней мере для меня) труда по переводу своего собственного сочинения, я избрал в качестве этого дополнения французское похвальное слово, но комментировал его тут и там по поводу и заметных ошибок, и в местах, в которых считал это желательным. Однако, поскольку я никогда не исполнял наверняка нелегкую работу переводчика, и кроме того ввиду того, что перевод всегда много теряет

сравнительно с оригиналом, я вовсе не считаю, что приблизился к его красоте.

Я только желаю, чтобы моя нынешняя работа не оказалась совсем недостойной похвального слова Кондорсе и чтобы моя усердность в какой-то мере возместила отсутствие опыта. В таком случае я буду считать себя достаточно счастливым тем, что обратил внимание к заслугам моего незабвенного дяди многих своих соотечественников, всё ещё недостаточно знающих о них и предоставил не совсем уж малозначительный подарок тем, кто уже был его поклонником.

Базель, 1 июня 1787 г.

[1] Даниил Бернулли, профессор физики и экстраординарный профессор медицины в Базельском университете, иностранный член Парижской академии наук, лондонского Королевского общества, Института [видимо, Университета] Болоньи, академик Петербургской, Берлинской, Туринской и Маннхеймской академий и член Бернского экономического общества, родился в Гронингеме [Нидерланды] 9 февраля 1700 г. Его отцом был Иоганн Бернулли, в то время профессор математики в тамошнем университете, матью – Доротея Фалькнер, из одного из старейших и наиболее известных родов Базеля.

Он был сыном и племянником двух знаменитых математиков, которые по мнению их современников занимали места рядом с Ньютоном и Лейбницем, и потому считалось, что молодой Бернулли, действительно с детства обучаемый математике своим отцом², станет геометром, чтобы в некотором роде следовать призванию своей семьи. К счастью, природа подтвердила то, что подготовил случай рождения, хоть вначале он и был предназначен коммерции. Но его глаза с детства приучились к блеску славы, и он не хотел покориться этой судьбе. И тогда его заставили изучать медицину, т. е. заняться чем-то по крайней мере более подходящим его вкусам и таланту. По правде сказать, не упустили и дать ему несколько уроков математики. Иоганн Бернулли, его отец, относился к математическим наукам как к основе всего остального, как к инструменту, полезному для всех занятий в жизни. Но его манера обучения, слишком много требующая от его учеников, оттолкнула бы любого ребенка, не рожденного для них. Однажды, чтобы испытать его силы, он предложил сыну несложную задачу. Молодой Даниил отошел в свою комнату, исследовал и решил ее, вернулся, преисполненный радости и сообщил отцу свое решение. Он ожидал похвалы, но услышал лишь: *Разве ты не должен был решить ее тотчас же?* Этот ответ, быть может скорее приятный, чем унизительный, его тон и сопроводительный жест опечалили молодого человека, и воспоминание об этом первом огорчении так и не забылось им.

Наконец, врожденный инстинкт, воодушевлявший Д. Б., возобладал над планами родителей, и семья вопреки самой

себе добилась уникальной до сего времени чести, – мы вовсе не скажем, что в истории наук³, но в анналах мира, – произвести трех великих людей всего в двух поколениях. Не умри преждевременно старший брат Даниила [Николай II], это чудо оказалось бы еще удивительнее, и Европа смогла бы дважды подряд заполучить среди гениев первого ранга⁴ двух братьев семьи Бернулли. Поколение, которое наслаждается их трудами и распределяет между ними свое восхищение, оставляет их ранжирование потомкам⁵.

[2] Жизнь Бернулли предоставляет нам немного особых событий. Он провел несколько лет в Венеции и Падуе, отправившись туда совершенствоваться медицинским наукам под руководством [P. A.] Michelloti и [G. V.] Morgagni, но занимался в основном математикой и уехал оттуда в возрасте 24 лет, увенчанный литературной славой⁶ и отказавшись возглавить учреждаемую академию Генуэзской республики.

[3] В следующем году его позвали в Петербург вместе с братом Николаем II⁷, который преждевременно умер там через девять месяцев. Хоть условия его жизни в тамошней академии оказались лучше ожидаемых им, он непрестанно обращал взгляд к своей родине, к республиканскому равенству, которую вид столь же бурного, сколь и блистательного двора делал еще более привлекательным. Он продолжал мечтать об отъезде из России и тогда, когда двор, который желал удержать его, увеличил его оклад, притом выдавая половину в качестве пенсии и предоставив возможность выйти в отставку.

Этот способ сохранить его был весьма благороден, не лишая его той свободы, которую он, видимо, предоставлял. Даниил Бернулли оставался в Петербурге еще три года и уехал оттуда лишь закончив труды⁸, которыми хотел оказать почтение своим благодетелям, притом его здоровье не позволяло ему продолжать жертвовать собой.

[4] Он вернулся на свою родину⁹ лишь в 1733 г., чтобы обосноваться там¹⁰ и занял в университете Базеля кафедру медицины, а затем физики. С этого момента история его жизни оказалась просто историей его трудов. Число его математических мемуаров, опубликованных в сборниках [ежегодниках] различных академий, членом которых он был, весьма значительно. Все они очень кратки, но нет почти ни одного, который не заслуживал бы особого упоминания в этом похвальном слове, но которые, будь какой-либо из них его единственным вкладом, не был бы достаточным, чтобы заслужить ему право считаться гениальным. Но когда речь идет о редкостных людях, которые обозначают свою карьеру существенным продвижением наук, достигнутым ими, следует изучить это продвижение, а не подробности их трудов. И вместо того, чтобы приводить здесь длинный перечень работ Д. Б., мы ограничимся указанием его открытий, обогативших математику, которой он занимался.

Мы видим, что заурядные ученые иногда со смехотворным высокомерием ранжируют гениальных людей и потому,

объявляя, что ставят себя в тот же ряд, доказывают самой этой дерзостью, как мало у них права на подобные притязания. Если авторы, равные этим великим людям, считают себя способными достичь этого, то они всё-таки могут ошибаться. Различия между лицами первого ранга должно намного меньше зависеть от реального преобладания, чем от характера их ума. И каждый из тех, кто судит (предполагая, что они беспристрастны и честны), непременно выскажется в пользу того учёного, чей талант более соответствует его собственному. Говоря о Д. Б., я нисколько не соблазняюсь оценивать его и тем менее сравнивать его с его знаменитыми соперниками и никак не стану высокомерно выступать судьей тех, чьим учеником должен был бы за честь считаться. Я лишь попытаюсь подметить в трудах Бернулли особый характер его гения, который отличает его от тех, чья репутация ставит их рядом с ним. Подобный метод подхода к великому человеку является единственным и справедливым.

[5] Первое сочинение Д. Б. (1724/4) было опубликовано вопреки его желанию. Личные письма в защиту нескольких строк из трудов его отца казались ему намного ниже тех имен, которые он должен был защитить или славу которых сохранить и даже усилить. Но научный мир посчитала иначе, а решение знаменитого уравнения Риккати, которое включено в этот сборник, выдвинуло в то время молодого Д. Б. в число изобретательных геометров. Его рассуждения, вышедшие в Италии, появилось с одобрения цензора, и подобная процедура, необходимая в то время по всей той части Европы кроме Неаполя¹¹, должна была казаться причудливой геометру-протестанту, рожденному свободным, и быть может послужила частичной причиной его непрерывных отказов обосноваться в Италии. На титульном листе этого труда было указано лишь одно его звание, которое он в то время имел, – сын Иоганна Бернулли, – и он продолжал придерживаться этого же звания во всех своих мемуарах, даже когда смог присоединить весьма почетные титулы и не нуждался более в украшении чьей-либо чужой славой.

Это же сочинение включало размышления о возвратных последовательностях, а несколько лет позже он представил их первую общую теорию¹². Она привела его к весьма изобретательному и очень удобному методу аппроксимирования для [возвратных] уравнений с конечным числом членов, который обобщается на уравнения, составленные из бесконечного их количества и на задачи, зависящие от возвратных последовательностей. Эти теории [?], ставшие почти элементарными ввиду громадного продвижения математических наук в наше время, но в те дни они достойно сочетали новизну и изящество.

Теория последовательностей изобилует особыми парадоксами больше, чем какая-либо иная ветвь математики. Появляющиеся кажущиеся противоречия между результатами вычисления и самоочевидными предложениями были бы позором

геометрии, если умелые руки не смогут выявить истинность этих результатов. Бернулли указал некоторые противоречия в своих первых работах о последовательностях, но представлявшееся ему объяснение он, будучи еще молодым, не посмел опубликовать. Он ожидал до того времени, когда его возраст и слава придадут ему больше авторитета в науках, что было стыдливостью своего рода, свойственной всем сильным умам как только ход их идей приводил к необычным результатам.

Существуют последовательности [ряды], чьи суммы периодичны и принимают прежнее значение после некоторого числа членов. Коль скоро это число конечно, указанную сумму нетрудно определить, потому что известно, какому члену периода она соответствует, но какова она должна быть в противном случае? Нельзя предположить, что это бесконечное количество скорее соответствует одному из членов, входящих в период, чем любому другому, или же скорее четному, чем нечетному. Д. Б., например, вывел из этого самого затруднения принцип, который по его мнению должен был его преодолеть. Поскольку, говорит он,

нет достаточной причины предпочесть одну форму другой, следует считать их равновозможными и приписать последовательности то среднее значение, которое из этого предположения вытекает” [см. Vouckaert et al 1982].

Таково было применение в чистой математике не только метафизического принципа достаточных оснований, который Лейбниц¹³ сделал столь знаменитым, но даже принципов теории вероятностей, и, так сказать, основывать на случае результаты, которые должны обладать необходимой достоверностью. Тем не менее, этим методом Бернулли успешно решил все предложенные им примеры, но до сего дня полученное им соответствие с прямыми методами обосновано лишь примерами. Таким образом, геометр, применяющий этот принцип для решения задач, которые притом никак не поддаются строгим методам, имеет лишь вероятностную уверенность в установлении результата, соответствующего истине, что может казаться в математике весьма необычным.

[6] В первом мемуаре, который Бернулли опубликовал по механике, и в котором исследованы её основополагающие принципы, он представил простое и изобретательное доказательство знаменитого закона параллелограмма сил [см. Speiser et al 1987]¹⁴. В основном оно состояло в установлении нелепости любого иного предположения [о сложении сил].

То же изящество мы находим в другом мемуаре об относительном положении центров тяжести и колебаний и центра сил¹⁵. Он доказал, что [периоды] колебания тела любой формы оказываются наиболее короткими, если точка подвеса совпадает с центром сил. Затем Бернулли занялся более новыми и важными вопросами. Он исследовал характер колебаний двух тел, прикрепленных к упругой нити, около неподвижной

точки. Вначале он определил движение тела, более близкого к точке подвеса, предположив, что второе тело опускается как бы без воздействия извне; затем представил, что под действием некоторой силы нить восстанавливает свою длину и изменяет положение обеих масс [!]. Применение столь простого принципа позволило Д. Б. установить не только движение обеих масс, но и бесконечного количества равных или неравных друг другу масс, расположенных вдоль нити, и, наконец, исследовать движение тяжелой цепи, либо однородной, либо неравной толщины.

Известно, что при столкновении двух тел, центры тяжести которых не расположены на одной и той же прямой с точкой их соприкосновения, происходит сложное совместное движение всего тела в пространстве с вращением всех его частиц. Не имелось, однако, метода разложения этих движений, сведения одного из них к движению центра тяжести, а другого к равномерному вращению около оси, проходящей через этот самый центр, или для определения направления и скорости этих движений, и это именно то, что выяснил Бернулли. Теория движения тел любой формы, общие принципы которого впоследствии установил Даламбер, в руках его самого, Эйлера и Лагранжа превратилась в одно из наиболее впечатляющих структур, воздвигнутых человеческим разумом в нынешнем веке, но мы не можем отказать в славе Д. Б., который установил ее первоначальное основание.

[7] В 1747 г. Даламбер решил проблему колебания струны. Он первым представил в правильной форме соответствующие интегральные уравнения¹⁶, и его решение было настолько общим, насколько это позволяла проблема.

Несколько позже Эйлер привел свое собственное решение, основанное на тех же принципах, и пришел к тем же результатам при помощи схожего метода. [Решения] этих великих геометров отличались друг от друга лишь в способах подчинения закону непрерывности произвольных функций, появляющиеся при вычислении интегралов.

Первым задачу о колебании струны, правда, при особом предположении, решил Тейлор, и Бернулли утверждал, что его метод являлся по своей сути настолько же общим, насколько и новый, и тем самым свел достоинство решения при помощи совершенно нового математического средства, к исследованию уравнений в конечных частных разностях.

Этот спор [см. i, § 56] шел о двух весьма различных вопросах. Во-первых, об общности самих методов, и мало кто из геометров согласился с мнением Бернулли. Во-вторых, о реальной общности этих методов при их приложении к явлениям, которые могут происходить в природе. Простое предположение Д. Б. о разложении действительного движения струны на изохронные и регулярные колебания всей струны и ее аликвотных частей¹⁷ позволило ему придать решению Тейлора всю требуемую ему общность. Он применил этот принцип для разъяснения различия в тонах, которые может издавать одна и

та же струна либо последовательно, либо зараз, а также и более или менее низких тонов, издаваемых одной и той же трубой [органа?] в зависимости от большей или меньшей силы и скорости нагнетания воздуха.

Эйлер обобщил решение на колебание звучащих тел, воздуха, струн неравной толщины, Бернулли же просто и изящно решил те же задачи при помощи своего принципа, что уравнило заслугу глубокого анализа у его знаменитого собрата. Опять-таки при помощи своего принципа Бернулли решил задачу о колебании упругой звучащей ленты, а Эйлер успешно решил ту же задачу при помощи своего анализа. Наконец, Д. Б. рассмотрел колебание струны, состоящей из двух частей неравной толщины, каждая одной и той же толщины на всем своем протяжении. Он смог определить эти колебания, предположив вначале, что каждая часть колеблется сама по себе и что один из их концов закреплен, а второй удерживается гибкой, но не упругой нитью заданной длины. Ему осталось только определить длину, которую должна иметь нить, чтобы при объединении эти части¹⁸ приобрели одно и то же движение.

Если эту задачу считать своего рода вызовом, то Д. Б. хорошо выбрал ее: закон непрерывности нарушался в точке объединения струн, и легко было предвидеть, что при чисто аналитическом методе [решения] должно было произойти еще одно затруднение, но всё-таки Эйлер без труда преодолел его своим анализом.

В этой продолжительном и славном противостоянии с удовлетворением, смешанным с удивлением и уважением, видишь двух гениальных людей. Один из них применяет всю мощь анализа, другой, чтобы обойтись без него, – всю сноровку и проницательность разума, неистощимого по своим возможностям. Один был особо способен на усилия и вычисления, потому что они не представляют ничего для его таланта, в равной мере плодовитого и неутомимого, второй всегда творил просто, изящно и легко и основывал свою славу тем, что малыми силами умел достигать многого, притом не опасаясь обвинений в слабости. Оба они в конце концов были в равной степени уверены, что малое число тех, кто сможет понять их и судить о них, будет восхищено ими и разделит свое одобрение между ними.

Этот метод сведения составных и иррегулярных движений струны на изохронные и регулярные колебания Бернулли обобщил на движение нити, нагруженной гириями. Он же послужил ему для точного определения истинной длины простого маятника, колебания которого соответствовали бы колебаниям гири, подвешенной на упругой нити заданной длины. Предполагали, что длина такого маятника должна быть равна расстоянию между точкой подвеса и центром качаний, но Бернулли доказал, что это предположение не только не являлось строгим, но при точных определениях могло даже приводить к существенным погрешностям.

И, также следуя своему принципу, он обнаружил законы движения маятника с учетом колебаний, которые он сообщает своей подставке и телам, на которые он воздействует. Д. Б. доказал, что чем меньше движения воспринимают часы от колебаний своего маятника, тем больше изохронный им простой маятник увеличивает свою длину, приближаясь к тому, что имело бы место при полной неподвижности. Тем самым он объяснил весьма значительное отставание, наблюдаемое в часах единственно по той причине, что, желая добиться более закономерного хода, их устанавливали на более солидной подставке.

Тот же принцип мы находим в мемуаре Бернулли, в котором он определял движение упругой ленты, испытавшей перпендикулярный толчок в своем центре. Сообщенное при этом движение должно было происходить в сторону толчка, однако, помимо этого общего движения имело место другое, а именно колебание всех частей ленты. Установив оба эти движения, Бернулли пришел к особому заключению, что полученный толчок должен придавать концам ленты движения в противоположном направлении, так что центр ленты уходил вперед, а ее концы отступали за свои исходные точки. Это явление, которое уже наблюдали Мариотт и Лейбниц, он подтвердил опытами. Из его теории следовало, что обычные законы движения упругих тел в результате толчка, не учитывающие этой двойственности, не точно соответствуют истине, и опыты и в этом случае подтвердили результаты вычисления.

Наконец, во многих местах его трудов заметно, что он считал возможным объяснять тем же принципом самые особые световые явления, однако представляется, что он не посмел затрагивать эту столь тонкую тему и оставался в стороне, ограничиваясь указанием пути следования, по которому опасался пройти сам.

[8] Геометры, знакомые с трудами Бернулли, заметят, что мы считали необходимым останавливаться лишь на тех, которые могли лучше всего ознакомить с отличительным характером его разума; и мы не говорили ни о его приложении принципа сохранения кинетической энергии к телам, притягиваемым некоторыми средними точками или испытывающих взаимное притяжение, ни о его исследованиях колебаний или траекторий, описываемых в сопротивляющейся среде, ни, наконец, о его открытии принципа сохранения гироскопического движения. Последний, равно как и новые его приложения, впоследствии указал d'Arcy, см. Condorcet (1847).

Бернулли опубликовал лишь одно-единственное большое сочинение, свою знаменитую *Гидродинамику* (1738). Теория движения жидкостей занимала наиболее известных геометров XVII в., но их усилия не привели почти ни к чему, кроме как к лучшему пониманию явлений, которые требовалось разъяснить, и особенно появляющихся при этом трудностей. Наш Д. Б. заслужил славу первого представления этой теории в общем виде в соответствии с принципами, если не строгими, то по

меньшей мере основанными на гипотезах, которые, как представляется, должны были по крайней мере мало отклоняться от истины.

Одним из них был принцип сохранения кинетической энергии, допускающий исключения¹⁹, но только в случае, когда в явлениях переставал иметь место закон непрерывности. Второй состоял в подразделении текущей жидкости в параллельные каналы и предполагал, что все ее частички в каждом из них обладают одним и тем же движением, – движутся в каждом канале с одной и той же скоростью и в одном и том же направлении.

При помощи этих двух принципов Бернулли решил все задачи, которые относились к исследованию вытекания жидкости из остающегося всегда наполненным или опустошающегося сосуда либо через отверстие, либо через одну или множество труб. Он применил эти принципы с тем же успехом к исследованию движения жидкости, вытекающей из сосудов любой формы; давления этой жидкости на стены труб, по которым она вытекает; и законов колебания жидкостей в сифонах или в сосудах, сообщающихся отверстиями; толчка, испытываемого плоскостями при воздействии на них [движущейся] жидкости; теории атмосферы (*l'air*) и упругих жидкостей; к исследованию необычной силы, с которой вода, вытекающая из отверстия, пробитого в стене сосуда, воздействует на противоположную стенку. Эта отгалкивающая сила стремится сдвинуть сосуд в противоположном направлении, и Д.Б. полагал, что ее можно с успехом использовать для поднятия небольших судов вверх по течению или подкрепления действия ветра на большие корабли²⁰. Впоследствии он определил при помощи своего метода различные состояния равновесия и бесконечно малые колебания тел, погруженных в жидкость.

Часть задач, которые он рассмотрел, как казалось, не должна была поддаваться его принципам, но со сноровкой, которую нередко можно было полагать чудом, он сумел вернуться к ним при помощи равным образом изобретательных и надежных физических соображений. Впрочем, принципы, в соответствии с которыми можно устанавливать движение жидкостей зная природу сил, приложенных к каждой их частичке, подверженной по предположению либо только одному закону сохранения объема, либо закону его изменения, – эти прямые принципы еще не были открыты Даламбером в то время, когда Бернулли опубликовал свою *Гидродинамику*, которая поэтому будет неизменно считаться одним из памятников, составивших эпоху в истории наук²¹.

[9] Анализ вероятностей, по необычной сути своих результатов, своей пользе и особенно по успеху, сопутствующему прозорливости, не зависящей от методов вычисления, является одной из тех областей математики, к которой наш Бернулли должен был чувствовать особо живое влечение. В своем первом мемуаре об этой теории [об этом анализе] он [1738/22]

рассмотрел одно из его основополагающих правил, которое предписывает оценивать долю каждой заинтересованности [каждого участника азартной игры и т. п.] произведением значения его ожиданий на вероятность события²². Он показал, что это правило, приложенное к поведению в жизни, приводит к нелепым результатам и предложил исправить его, заменив абсолютное значение ожидания на значение, которое можно назвать *относительным ожиданием*. [...]

Но какой бы изобретательной ни была идея Д. Б., она не смогла ответить на все возражения, которые были выдвинуты против правила Ферма, Паскаля, Гюйгенса и Якоба Бернулли, принятого с тех пор без исследования большим числом геометров. Мы обязаны Даламберу, который рассмотрел все затруднения и доказал, что следует либо заменить его иным, либо применять его или ограниченно, или как-то иначе²³.

В 1760 г. [1766/51] Д. Б. применил исчисление вероятностей к вариоляции²⁴. Он рассмотрел эту тему как общественный деятель, и нельзя отрицать, что при помощи весьма тонкого анализа он победоносно установил государственную выгоду от этой процедуры, но никак не изучил ее с точки зрения отдельного человека. При этом втором подходе положение оказывается иным. По существу, если большое число людей одновременно подвергается вариоляции, то для общества малоинтересно, что их малая часть рискует умереть в течение нескольких дней, потому что за этот счет государство приобретает своего рода уверенность в сохранении на более длительный срок тех, кто избежит этой слабой опасности, различной для разных людей. Суть в том, согласно Бернулли, чтобы сравнить весьма малый, но близкий, ограниченный очень кратким сроком, риск с более серьезной, но отдаленной и растянутой на всю жизнь опасностью. Но Бернулли взвесил влияние вариоляции как человек²⁵, в глазах которого государство – это всё, а люди лишь его граждане.

Исчисление вероятностей приводит к весьма сложным [промежуточным] результатам, требующим учета большого числа соединений, и это происходит почти всегда при его приложении к явлениям природы. И поэтому Д. Б. предложил полагать бесконечно малыми все изменения, к которым приводит в его формулах замена числа, превышающего единицу [изменение, не превышающее единицу], а вместо исчисления соединений [комбинаторного анализа] применять анализ бесконечных. При помощи большого числа примеров он доказал, что это предположение лишь неощутимо изменяет результаты.

Именно таким образом Бернулли [1768/56] определил, сколько должно оставаться супружеских пар после определенного числа лет из известного числа браков, заключенных в один и тот же день [год] между лицами данного возраста, и сколько останется вдов и вдовцов. Тот же метод он [1770 – 1771/59] применил для установления пределов, внутри которых вероятно сохранится [в течение какого срока?] разность

между числами мальчиков и девочек [сохранится превышение первого над вторым] из определенного количества родившихся, полагая вероятности новорожденному оказаться мальчиком или девочкой либо равными друг другу, либо нет, как, видимо, и доказывает большинство записей родившихся.

Эти исследования показывают, как выделить предметы [события], которые представляются весьма неправдоподобными и заставляют предположить, что природа отошла от своих законов. Соответствующие результаты следует отбрасывать по меньшей мере до тех пор, пока их истинность не будет авторитетно и почти непреодолимо установлена.

[10] Астрономы, получая отличающиеся друг от друга наблюдения, обычно вычисляют их среднее арифметическое. Д. Б. предупредил их, что это правило может быть верным только если наблюдения равновероятны и что столь необоснованную гипотезу можно принять лишь если считать, что никак нельзя установить соотношение между возможными вероятностями различных наблюдений, произведенных, видимо, с одними и теми же предосторожностями.

Затем Бернулли попытался установить эти соотношения, исходя из более или менее значительных разностей между наблюдениями²⁶.

Если принципы, которые применил Бернулли, могут показаться несколько произвольными, он по меньшей мере дал геометрам почувствовать необходимость заново проанализировать то правило, которое было до тех пор общепринятым при обработке наблюдений любого вида, притом же многие выдающиеся математики²⁷ не считали эту тему недостойной своих трудов.

[11] Лучшие часы всё же расстраиваются либо по физической причине, либо, как представляется, совершенно случайным образом, и лишь последние расстройства являются предметом теории вероятностей²⁸. Бернулли [1780/73] предположил, что каждое колебание [маятника] может равным образом ускориться или замедлиться и исследовал вероятность того, что за сутки эти погрешности либо уравновесятся, либо останутся [их сумма останется] внутри определенных пределов. Он затем доказал на примерах, что эти исследования вовсе не являются бесполезными и никто с тех пор не считал их такими. По крайней мере они необходимы каждому наблюдателю для оценки точности его часов. Именно этим мемуаром, который содержал столь особое, новое и полезное для теории вероятностей приложение, Д. Б. закончил свою славную карьеру.

[12] Он десять раз единолично или совместно получил премию этой [Парижской] академии²⁹ в соревновании с наиболее известными геометрами. Лишь один, а именно Эйлер, его соотечественник, последователь [?], соперник и друг, смог сравниться с ним и завоевать столько же наград [Юшкевич (1971, с. 468) указал, что их было 12]. Свою первую премию Д. Б. получил в возрасте 25 лет за конструкцию водяных ча-

сов, способных точно измерять время на море. Он предложил остроумный и простой способ обеспечения закономерности подобных устройств вне зависимости от испытываемых ими движений³⁰.

В 1734 г. он разделил премию со своим отцом³¹. Требовалось объяснить физическую причину более или менее значительных [малых] наклонов планетных орбит относительно солнечного экватора. Вначале Д. Б. доказал при помощи теории вероятностей, что пределы, между которыми содержались наклоны, позволяют предположить, что некоторая физическая причина предотвратила движение планет с более значительными наклонами друг относительно друга, затем исследовал эту еще не известную причину. Он предположил, что ей является влияние атмосфер планет, но следует признать, что это объяснение являлось лишь изобретательным.

Иоганн Бернулли огорчился, что его сын стал в некотором смысле равным ему, притом по мнению научного общества, одобрения которого он сам столько раз домогался и заслуживал. Отецская любовь, эта наиболее сильная и возможно наименее себялюбивая из всех, которые человек способен испытывать, уступила в его сердце возмущенной славе. Мало тронутый тем, что его семья таким образом совместно получила еще беспримерную честь, бесчувственный к столь сладкому для отца счастью ощущения, что сын оказался столь же достойным, как и он сам, он увидел в нем лишь соперника, а в успехе Д. Б. почувствовал только неуважение, за которое длительное время с горестью упрекал его.

Это настроение было быть может обусловлено и тем, что работа его сына оказалась лучше его собственной, а Д. Б. неосторожно дал понять, что он так и считает, и отец не мог не осознавать, что к тому были причины. И, наконец, сын осмелился проявить себя ньютономцем и отбросил картезианство, которое еще поддерживалось лишь именем Бернулли. И это мнение сына оказалось последним успехом, еще не хватавшего славе Ньютона, с которой его отец имел несчастье бороться всю свою жизнь³².

В 1740 г. Д. Б. разделил приз за задачу о морских приливах и отливах с Эйлером и Маклореном. Каждая из их работ обладала своими достоинствами. Бернулли рассмотрел все стороны предложенного вопроса с той же прозорливостью и так же методично, как и в других своих трудах. Мемуар Маклорена включал знаменитую теорему о равновесии эллипсоидов, которая носит его имя и должна будет обессмертить его. Эйлер предложил новый в то время метод интегрального исчисления, который послужил для решения уравнения, основополагающего почти для всех задач о движении небесных тел. Академия одновременно премировала и четвертую работу, всё достоинство которой заключалось в ее картезианстве. Таково было последнее, быть может слишком уж запоздалое общественное проявление культа системы вихрей.

[13] В 1743 г. Бернулли премировали за прибор для измерений магнитного наклона. Вычисление погрешности, которую могут вызвать различные виды трения [в двух направлениях] в наклонении металлической иглы, которая подвержена действию магнитной силы и силы тяжести, на опоры оси иглы и еще более тонкое вычисление изменений, которое должны производить в положении центра тяжести [иглы] наклонение пластинки и ее изгибание ввиду своего веса; изобретательные средства точного установления истинного наклона по опыту, дополненному вычислениями, между тем как непосредственные наблюдения иглы непременно показывают наклонение ошибочно, – таковы темы, рассмотренные в этом мемуаре, – в одном из своих трудов, в котором он проявил наивысшие тонкость и остроумие; говоря о Д. Б., невозможно воздержаться от этих слов, которые кажутся столь чуждыми [?] его исследованиям³³.

В 1747 г. он разделил приз с анонимным автором, описав способ определения времени на море при невидимом горизонте. В работе Бернулли можно найти прекрасные замечания о средствах обеспечения закономерности хода часов, регулируемых маятником или пружинным балансиром. Он прояснил особый парадокс, состоящий в том, что при отсутствии сопротивления воздуха применяемые гири или пружина беспрестанно увеличивают [амплитуду] колебания маятника или неправильность хода, и что это сопротивление, которое в другом смысле вредит закономерности движения, является действительной причиной, обеспечивающей его возможность.

Предложение определить невидимый горизонт, когда все предметы перед глазами качаются вместе с судном и не могут сохранять постоянного [вертикального] направления, на первый взгляд представляется совершенно неосуществимым, но для пронизательности Бернулли ничего невозможного не существовало. Он исходил из общего принципа, к которому часто возвращался в своих трудах и который основан и на теории, и на опыте. Незаконмерные и альтернативные [?] движения, передающиеся некоторому числу сообщающихся тел, сводятся к некоторой закономерной системе и в конце концов – к изохронным и одновременным движениям, которые продолжают не утихая.

С некоторым изумлением замечаешь, что порядок устанавливается сам собой лишь ввиду указанных необходимых механических законов. В данной работе этот принцип привел Бернулли к установлению истинного вертикального направления по наблюдению многих маятников различной длины и сочетаемых [при наблюдении] различным образом, притом что движение судна постоянно и без какой-либо видимой закономерности изменяет влияние [направление] силы тяжести.

В работе о течениях, заслужившей в 1751 г. двойной приз, Д. Б. прежде всего разъяснил, как ввиду вращательного движения Земли на поверхности моря южнее экватора возникает постоянное течение, и как оно, столкнувшись с материком,

производит второе, более слабое течение, движущееся в противоположном направлении. Именно в этом мемуаре мы находим первое замечание о свойстве жидкости испаряться в пустоте, хоть те же самые жидкости (поскольку они составляют часть веса атмосферы) остаются при заданной степени тепла без изменения.

[14] В качестве темы на премию 1753 г. Парижская академия предложила метод подкрепления действия ветра на большие суда, и наш Бернулли снова завоевал ее. Отказавшись от способа, предложенного им в *Гидродинамике* [п. 8], а именно от использования реакции воды, он исследовал влияние весел. Прежде всего он изучил силу человека и установил новый принцип: полное усилие, на которое человек способен в течение дня, остается почти без изменения, затрачивается ли оно за несколько часов, или расходуется при ослаблении напряжения труда и надлежащем его продлении, лишь бы ни усилия, ни скорость работы никак существенно не превысили некоторого предела. Это правило соответствует природе, и в некотором смысле, как заметил Бернулли, представляет собой принцип сохранения кинетической энергии в приложении к устройству животных.

Если движущееся тело испытывает сопротивление, пропорциональное квадрату своей скорости, то работа, необходимая для сохранения движения, должна возрастать как куб той же скорости. Таким образом, наступает момент, когда увеличение числа гребцов почти не ускоряет продвигаемое тело. Наконец, каждый раз, когда сила, приводящая тело в движение, воздействует не на одну и ту же точку, а на движущееся тело, ее часть бесполезно теряется, и ее следует отличать от всей силы. Д. Б. указал, как определить соотношение этих частей в различных случаях и описал как, увеличивая поверхность весла, можно уменьшить, при прочих равных условиях, соотношение бесполезной части силы к полезной.

Последний вопрос, премию за ответ на который получил Бернулли, был посвящен средствам уменьшения боковой и килевой качек судна без ухудшения других его качеств. Определив форму, которую надлежит придавать судну для достижения большей остойчивости либо в состоянии покоя, либо при различной степени его наклона ввиду воздействия ветра или волн, Д. Б. исследовал средства воспрепятствования причинам, которые, подобно волнам или порывам ветра, воздействуя на него через более или менее неравные интервалы времени, непрерывно увеличивают [амплитуду] колебаний судна и подвергая его опасности опрокидывания.

Эта часть теории была совершенно новой, и она привела к тому парадоксу, что если случайные причины, стремящиеся придать судну новые движения, повторяются через короткие промежутки, они увеличивают опасность опрокидывания при увеличении его остойчивости. Но эта опасность существует только тогда, когда промежуток времени от одного толчка до другого короче периода колебания судна. По счастью, на

практике опасности здесь почти никогда нет, а при всех иных обстоятельствах полезно по возможности увеличивать остойчивость.

[15] Все эти подробности, быть может слишком пространные, достаточны для того, чтобы познакомиться с Бернулли. Видно, что его вкусы влекли его преимущественно к исследованию вопросов, которые представляют большие трудности в приведении их к математическому анализу, чем в решении, когда это приведение уже сделано. В задачах, которыми он занимался, он старался в самой их природе найти средства к их упрощению, к их приведению к простейшей форме, оставляя за вычислениями только то, что не могло быть у них отнято. Он прежде всего имел склонность пользоваться теорией для того, чтобы проникнуть глубже в познание природы, прилагая математику не только к умозрительной механике, к законам абстрактного движения тел, но также и к физике, к явлениям природы в ее реальном состоянии в соответствии с тем, что нам доставляют наблюдения. Никто не обнаружил более аналитических средств для того, чтобы подвергнуть вычислениям все детали явления; никто лучше его не мог поставить опыт так, чтобы он мог дать или подтверждение результатов теории, или служить основой вычислений. В полной мере он и философ и физик настолько же, насколько геометр. [Курсивом выделен использованный нами перевод Смирнова (1959).]

Преобладающим качеством его ума была, видимо, пронзительность, и он обладал ей в такой высокой степени и так удачно применял ее, а она ему так хорошо служила, что приняла величественный характер и приводила к ощущению восхищения и удивления, которые, видимо, доставляются только чудесами, порождаемыми силой и глубиной гениальности.

[16] В 1748 г. Д. Б. занял место [покойного] отца в [Парижской] академии наук, а его брат, Иоганн II Бернулли, стал его преемником. С момента учреждения этого места [иностранным членства] в 1699 г., в течение 86 лет его занимали ученые этой династии³⁴, что явилось весьма славным видом наследования, потому что доказывает, что в этом, поистине достойном роду, талант передается по наследству не слабее, чем звание. Поскольку гордость рождения нельзя считать пустяковой слабостью, следует извинить его, если она поддерживается подобными примерами, а не генеалогическими таблицами. В них бесстыдное тщеславие так часто выставляет на показ домогательства, основанные на небылицах, на блестящих преимуществах, добытых подлостью, и на великом достоинстве, обеспеченным позорными поступками, на сотне почетных званий, наваленных одно за другим на опозоренное имя.

Бернулли был простодушен, не страдал ни тщеславием, ни ложной скромностью. Его общение было приятным, он не пускал в ход никаких уловок, кроме как побуждая других

говорить о том, о чем они знали лучше всего. Он упоминал превосходство своего таланта и свою славу лишь, чтобы дать почувствовать, что должен искать оправдания в этом и пренебрегал успехом в обществе, который оказался бы весьма унижительным для окружавших его и слишком мелочным и простым для него самого.

Он никогда не был женат. В юности ему предложили очень выгодную партию, но женщина (*femme*), которую ему предназначали, была особо бережлива, и вскоре он порвал с ней. С тех пор он думал о женитьбе только для того, чтобы вспомнить, что был в один прекрасный день на грани потери свободы и покоя, и чтобы укрепиться в мысли никогда больше не подвергаться той же опасности. Скромный в своих нравах, но не аскет, он не пренебрегал честью общего мнения, но не отказывался ни от чего, что могло бы усилить сладости жизни.

Хоть он уважал религию своей страны и в своих выступлениях, и в трудах, и даже исполнял ее практические требования, мало стеснительные, честно говоря, его сильно подозревали в отношении к ней лишь с показным почтением. Его особенно обвиняли в чрезмерно расширительном понимании свободы мысли, он же никогда не делал ничего, подтверждающего это мнение, но никогда не пытался опровергать его.

Из всех видов удовольствия самые обещающие – это не те, которые всегда предоставляют больше; частенько наслаждение самолюбием, наиболее острое испытание знаменитого человека, часто не вызывается его великими трудами или самым блестящим успехом. Наш Даниил был достаточно искренен и соглашался, что ему знакомы эти наслаждения, и ему нравилось рассказывать своим друзьям о двух своих небольших приключениях. Они, говаривал Д. Б., льстили больше, чем почести и литературные премии, которыми государи и научные общества осыпали его.

Его беседа возбудила любознательность ученого, с которым он путешествовал, и тот захотел узнать имя своего спутника и услышал простой и прямой ответ:³⁵ *Даниил Бернулли. – А я – Исаак Ньютон.* Тот подумал, что Д. Б. потешался над ним и согласился поверить в сказанное лишь после весьма достоверного доказательства, что человек с такой юным лицом³⁶ и таким простым внешним видом мог оказаться уже столь знаменитым во всей Европе.

В другой раз умелый математик, Кёниг, ужинал с Бернулли и несколько снисходительно рассказал о довольно трудной задаче, которую решил лишь после длительного труда. Д. Б. продолжал отдавать должное ужину, но перед тем, как встать из-за стола, указал более изящное решение той задачи, которая так много стоила Кёнигу³⁷.

Некоторые из тех людей, проворных на суждения о том, о чем они менее всего осведомлены, осмеливаются заявлять, что весьма возможно быть очень талантливым в науках при недостатке ума. Подобные заявления не обоснованы; человек, действительно не очень умный, обладает, что бы ни говорили,

лишь заурядным дарованием и дутой репутацией. Или же, тот, кто действительно талантлив, ума не имеет, как может казаться, но он лишь пренебрегает доказательствами противного и далек от тем, обсуждаемых обществом в его присутствии и либо хранит о них молчание, либо говорит безучастно.

И всё же неудивительно, что это неверное мнение наверняка имеет много сторонников. Считается в равной мере подходящим порочить умных людей и успокаивать тех, кого природа лишила таланта, и по этой причине нам должно быть дозволено указать здесь, что Бернулли, хоть и был гениален, обладал достаточным умом даже для тех, кто не был в состоянии понять всё того, что блистало в его трудах.

Как и все люди с прирожденным талантом наблюдения, Д. Б. умел выявлять хитрости и проникать в незначительные тайны и пороки. Но пользовался он этой способностью лишь против злюк и считал пощадой глупцов, если только они не пытались вредить, долгом гуманности и справедливости. Если он чересчур поддавался своей природной живости, то искупал этот недостаток не покидающей его искренней мягкостью и приятностью и особенно приветливой или остроумной формой, в которой проявлял свою живость или манерой ее заглаживания.

Лица, пытающиеся усмотреть недостатки у тех, чьи блестящие качества унижают их, обвиняли Бернулли в пороке, весьма недостойном его великого ума и характера, т. е. спутников, почти неотделимых от гения. Они заявляли, что Д. Б. скуп. Верно, ненужные расходы, вызванные тщеславием, на которые теряешь много времени и получаешь мало удовольствия, были ему незнакомы. Но его дом, стол, одежда были настолько изысканными, насколько это сочеталось с простотой. Он был благодетельным без помпезности, без желания показаться таким. Он основал фонд в помощь неимущим студентам, проезжающим Базель. И при многих обстоятельствах, когда ему приходилось выбирать между счастьем и богатством с одной стороны и свободой, покоем или склонностями, он всегда жертвовал первым.

[17] Д. Б. любил спокойствие, и его жизнь вовсе не расстраивалась научными ссорами³⁸. Он редко отстаивал свои права среди геометров. У них мало судей, и их нельзя ни обольстить, ни соблазнить, но еще важнее, что они не могут быть несправедливыми. Часто им доказывали, что они ошибались в своих суждениях; они были на стороне тех, чьи притязания пытались относиться благосклонно, но их гордость заставляла их быть справедливыми. [Непонятная тирада.]

Они лишь занимались длительными спорами по вопросам, находящимися на границе между метафизикой и геометрией, и когда допустимо было до определенного предела впустить первую, с сомнениями, тонкостями, путаницей и неуверенностью, сопровождающими ее и вызванными быть может в меньшей степени сутью тем, с которыми она имела дело, чем виной тех, кто ей занимался. В мемуарах Бернулли, которые

относятся к этим спорам, заметно, как, будто помимо его воли, проскакивают некоторые черты возмущения. Это происходило слишком редко, чтобы поверить, что они могли нарушить его покой, но достаточно часто, чтобы доказать, что он любил мир, притом меньше по темпераменту или бесчувствию, чем обоснованно и философски.

[18] Преподавателям Базельского университета было запрещено занимать должности в правительстве, и не потому, что (как можно полагать, совсем как в некоторых странах, в которых готские предрассудки³⁹ не были еще изжиты), мудрые сторонники республиканского строя могли считать благородную обязанность обучения людей низкой и презренной профессией. Нет, и не потому, что они, в соответствии с не менее ошибочным мнением, которое всё еще распространяется невежеством и боязнью полезных реформ, верили, что талант в науках несовместим с дарованием правителя, – как будто искусство управления не состоит в том, чтобы замечать или распознавать правду; будто метод отыскивать, признавать и доказывать ее вовсе не один и тот же в каждой профессии; будто бы, наконец, возможности, которые предоставляет склонность к наукам, не должны придавать характеру тех, кто ими занимается, ту независимость, которой нельзя ожидать от лиц, не обладающих ничем, кроме своих должностей, и теряющих всё, когда вынуждаются покинуть их.

Нет, эту расстановку несомненно продиктовала другая причина. Опасались чрезмерного влияния, которое возымела бы в небольшой республике группа просвещенных людей, привыкших к размышлению и власти над студентами, если некоторая их часть начнет обладать авторитетом магистрата. Опасались за сохранение республиканского равенства ввиду их чрезмерного влияния⁴⁰.

Бернулли не мог быть членом правительства в своей стране, но умел быть полезным гражданином. Самые просвещенные, мудрые и добродетельные сограждане считали за честь быть его другом и полагали необходимым советоваться с ним. Если его совет становился известным, он придавал тем, кто следовал ему, авторитет почитаемого имени, и имевшие неблагоприятные желания не упускали из вида, что он сумеет их распознать. И боязнь суждения великого человека, и достоинство родины устрашали их больше, чем общественное мнение, которое, как они хвастали, всегда можно было соблазнить, расположить к себе или заглушить.

В Базеле наш Д. Б. наслаждался почтением, которое гениальный человек обретает только после того, как уцелеет от зависти современников, обуздав или унизив гордость высокого начальства и возобладав над невежеством или бесчувственностью простого народа. Когда он шел по улице города, граждане всех сословий уважительно приветствовали его, и отцы считали эту обязанность одной из первоочередных, к которой они приучали своих детей.

Его жизнь протекала равномерно и законосообразно, без страстей и даже без огорчений, если не считать тех, которые неизбежно вытекают из нашего человеческого состояния, и потому был он неизменно здоров. Несмотря на хрупкость своего темперамента, он почти до 80 лет полностью сохранил рассудок, и его последние труды еще были достойны его имени. То, чего он достиг в возрасте, в котором столько людей обречены на бесполезное существование, достаточно, чтобы составить репутацию другому геометру.

За несколько лет до своей смерти он отказался от общества, ставшего ему лишь обузой, но вечерами разрешал вывозить себя в своё обычное место отдыха, чтобы встретить пять или шесть лиц, издавна связанных с ним. Он больше не принимал чужаков, приводимых к нему тщеславным любопытством, и делал исключение лишь для тех, известных по всей Европе, кто возбуждал в нем те же ощущения, которые он внушал им. В свои последние годы какой-то очень утомительный вид астмы лишил его сна и сил, а в начале марта 1782 г. его недуги удвоились, он стал влачить лишь тягостное существование, сохраняя рассудок едва несколько часов в сутки. Утром 17-го, слуга, который оставил его на короткое время, вошёл в его спальню и застал его мертвым в постели. Его последним минутам предшествовало несколько часов спокойного сна, и он избавился от всего, что могло причинять ему сожаление или страдания. Оплаканный своей семьей и жителями города, которые чтили его гениальность и добродетель, он оставил наукам памятники, которые будут навечно записаны в их анналах; учёным, – полезные наставления в искусстве наслаждения славой и ее сочетания с отдыхом и рассуждениями; и всем людям без исключения – пример счастья в уединении, любви к учению и мудрости.

Примечания

1. Автор явно переоценил заслугу Кондорсе, что заметно также и в некоторых его примечаниях. О. Ш.

2. Вторым учителем Даниила был его старший брат, Николай II [v, § 1]. О. Ш.

3. Почему же не в истории наук? О. Ш.

4. Если к указанным трём великим учёным, Якобу, Иоганну и Даниилу, добавить Николая I, не менее известного научному миру как математик и юрист, то репутация рода Бернулли стала бы ещё блистательнее. Николай особенно известен ввиду своей диссертации (1709).

Не мне, его сыну, сказать, в какой степени Иоганн II, младший и ещё здравствующий брат Даниила и его преемник в Парижской академии наук, также заслуживает упоминания здесь. Поэтому я ссылаюсь на Meister [1782 – 1793], который привёл краткие биографии Иоганна I (в части 1), Якоба I, Даниила и Иоганна II (в части 2) а также их не очень хорошие портреты, которые нарисовал Н. Pfenninger.

Якоб умер в 1705 г. и поэтому, несмотря на сказанное некоторыми авторами, не мог быть учителем великого Эйлера, который родился только в 1707 г. Эта честь выпала его брату, Иоганну I. Дан. II Б.

5. В § 4 Кондорсе заявил, что подобное ранжирование вообще недопустимо. О. Ш.

6. Автор неоднократно упоминает литературную славу, наверняка имея в виду славу научную. О. Ш.

7. Этот старший брат Даниила, Николай II, ещё до их приглашения в Петербург несколько лет преподавал юриспруденцию в Берне [v, § 3]. Он умер в Петербурге 9 августа 1726 г. по старому стилю, был с почётом похоронен за счёт императрицы. См. его некролог (Аноним 1729). Дан. II Б.

8. Этими *трудами* была знаменитая *Гидродинамика*, которую он лишь через несколько лет расширил и отдал в печать в Страсбурге. Дан. II Б.

9. Даниилу было приятно вернуться в Швейцарию со своим братом Иоганном II, бывшим на десять лет моложе и приехавшим в Петербург за год до этого, чтобы побыть с ним и совершить обратную научную поездку вместе с ним.

Как только Президент Императорской академии наук узнал о приезде Иоганна, он почтил этого юного пришельца очень вежливым и собственноручно написанным письмом, в котором пригласил Иоганна, хоть и не имеющего отношения к Академии, посещать их конференции так часто, как захочется и временами направлять *Комментариям* какие-либо части своей работы. Мой отец с должной благодарностью принял и использовал это почётное предложение. И хотя академия временами приглашала его стать своим членом, к чему он по правде сказать, не был безучастен, представляется, что с обеих сторон отношение к этому не было серьёзным, потому что в 1733 г. [24 июня по новому стилю] братья выехали обратно на свою родину. Дан. II Б.

10. Даниил устаивался различных благородных и выгодных приглашений из-за рубежа. Он, однако, отклонял их все ввиду научной необходимости и поскольку считал долгом посвятить свой талант родине, а не иностранным государям.

Назначение на кафедру медицины он получил ещё в пути и оставался в этой должности до 1750 г., когда освободилась кафедра физики. Магистрат перевёл его, отказавшись от обычного к сожалению решения по жребию, что было весьма почётным исключением, и оставив за ним звание экстраординарного профессора медицины, а также место и право голосования на факультете медицины. В дополнение к профессуре по физике Кондорсе ошибочно называл кафедру спекулятивной философии. Дан. II Б.

11. Столица Королевства обеих Сицилий. О. Ш.

12. Возвратные последовательности ввёл Муавр в 1720 г. О. Ш.

13. Вот его утверждение (Лейбниц 1704/1936, кн. 4, гл. 16): *Это аксиома [...] равно принимать в расчет равноценные предположения*. Пояснение метода Бернулли (см. выше) недостаточно, но лучшего мы не нашли. О. Ш.

14. Этот закон теперь считается аксиомой. О. Ш.

15. Оба последних термина Даниил Бернулли применил в заглавии своего мемуара 13/1729, но они непонятны; существует термин *центр качаний*; относительно первого из них см. примечание к тексту [i, § 33]. О. Ш.

16. Антропова (1972, с. 413) приводит и верную дату публикации мемуара Даламбера (1749), и его уравнение, – не интегральное, а дифференциальное в частных производных. Кондорсе, видимо, имел в виду *интеграл* (этого) *уравнения*. О. Ш.

17. Этот термин сравнительно редок; аликвотными частями числа 15 являются числа (сомножители) 3 и 5. О. Ш.

18. Одной и той же струны. О. Ш.

19. Неясно как эта оговорка сочетается с законом сохранения энергии. О. Ш.

20. Мне представляется, что отталкивающую силу можно выгодно использовать для решения издавна изучаемой тайны возможности горизонтального движения аэростата, поскольку можно считать доказанным, что ничего или по-чти ничего нельзя достичь парусами, рулями, крыльями и пр.

Старший из братьев Монгольфье размышлял об этом и имел аэростат с различными крупными отверстиями по всей своей окружности и клапанами, чтобы открывать и закрывать их. Через эти отверстия воздух мог выходить наружу, что делало возможным отталкивающей силой толкать аэростат в противоположном направлении. Дан. II Б.

21. Сам термин *гидродинамика* был в то время нов; быть может Д. Б. выбрал его, чтобы не повторять заглавие книги своего отца о теории жидкостей. С тех пор аббат Боссю опубликовал труд, озаглавленный *Гидродинамика* [1771], составленный по более обширному плану, рассмотрел в ней многие вопросы, вовсе не изученные Д. Б. и решил многие другие проблемы проще и точнее. К.

Иоганн Бернулли опубликовал свою *Гидравлику* в 1742 г., но в ее тексте указал: “*Гидравлику*, ныне в 1732 г. впервые открытую”, см. выдержку из письма Д. Б. Эйлеру 1743 г. [iv, конец § 8]. О. Ш.

22. Описывая сочинение Кондорсе 1785 г., Тодхантер (1865, с. 352) отметил, что *во многих местах почти невозможно определить, что он имеет в виду*; более подробно о его мнении см. Шейнин (2005, §. 6.1.5). В частности, приведенное выше выражение крайне неудачно. Неудачно и описание упомянутого мемуара Бернулли о моральном (а не относительном) ожидании, и мы не считаем нужным повторять в переводе это описание. Об указанном мемуаре см. там же, § 6.1.1, а его перевод включён в Библиографию.

Резюме видимо первой рукописи Кондорсе по теории вероятностей 1772 г. опубликовал Crépel (1987). В том же 1772 г. в письме Тюрго Кондорсе (Henry 1883/1970, с. 97 – 98) сообщил, что *забавляется* вычислением вероятностей и составил *небольшую книжку на эту тему*. По существу же он придерживается мнения Даламбера и отличается от того *лишь несколькими деталями*. Книжка эта неизвестна, а по поводу скверно характеризующего Кондорсе совпадения с Даламбером см. следующее примечание. О. Ш.

23. Этот пассаж также негоден. Возражений никто не выдвигал, дело было в парадоксе петербургской игры, в которой появилось бесконечное ожидание (Шейнин 2005, §. 3.3.4), притом Даламбер вовсе ничего не доказал. О. Ш.

24. Небезопасная прививка оспы здоровому человеку от больного, практиковавшаяся до введения оспопрививания по Дженнеру. Кондорсе описал мемуар Бернулли не совсем верно; его перевод см. Шейнин (2007b). О. Ш.

25. Кондорсе написал *как республиканец*, т. е. как сторонник республиканской формы правления. Тем не менее, рассуждения Бернулли равным образом годились бы и для королевств, и, более того, большинство его примеров относилось к населению королевства Франции. Современное обсуждение его мемуара см. Dietz & Heesterbeek (2002). О. Ш.

26. Это объяснение беспомощно; достаточно вспомнить, что уже в 1756 г. Симпсон посчитал серию наблюдений выборкой из некоторой генеральной совокупности и тем самым отказался от предположения о равнозначности в смысле Кондорсе. Далее, автор не упомянул интересного комментария Эйлера того же 1778 г. к мемуару Д. Б., см. их переводы (Шейнин 2006).

Рекомендация Бернулли фактически вела к выбору взвешенного среднего арифметического, точнее, обычного среднего, исправленного за асимметрию (неизвестного) распределения ошибок, см. Шейнин (1972 и 2007, §§ 3.1 – 3.3). В первой статье обсуждается также мемуар Бернулли о маятниках, см. ниже. *Труды (Werke, Vd. 2)* Бернулли включают список публикаций о его сочинениях по теории вероятностей, составленный с помощью И. Шнейдера, но моя статья (1972) в нём отсутствует. Между тем, именно он как редактор опубликовал её! О. Ш.

27. Например, Лагранж, мемуар которого был весьма интересен, но только в общематематическом смысле, и тот же Эйлер. О. Ш.

28. Кондорсе, видимо, не знал, что маятники применяются для определения силы тяжести, а его описание весьма поверхностно. О. Ш.

29. Кондорсе рассмотрел только восемь из десяти премированных работ. В одной из упущенных обсуждались якоря, и Бернулли разделил приз за неё с маркизом Poleni, в то время профессором в Падуа. Задача была предложена два года до этого, но никто не решил её полностью, и она была предложена вторично за 1737 г., притом разделённая на три части о форме, изготовлении и проверке якорей с премией за каждую.

Иоганн II, брат нашего Даниила, получил премию за первую часть, вторую присудили Tresaguet (*ancien ingénieur des ponts & chaussées*). Решения третьей части оказались недостаточно полными, и премию разделили Даниил и Poleni. Их сочинения, как Академия сообщила в своём предварительном отчёте, содержали весьма существенные исследования формы якорей и других тем и очень важные практические замечания.

Приз за второе, упущенное здесь исследование, Бернулли получил совместно с моим отцом. Тема была предложена в 1746 г. и касалась теории магнитов. Эту же затруднительную тему тщетно предлагали в 1742 и 1744 гг., так что в третий раз за неё был назначен тройной приз.

Мопертюи, который жил в Базеле в 1744 – 1746 гг., подстрекнул братьев Бернулли, полагавших, что тема слишком трудна и не посмели исследовать её первые два раза. [...] Если, как он обосновывал свою попытку, тема трудна для вас, то она трудна и для остальных и т. д. Даниил Бернулли признался, что думал об этой задаче и записал кое-что на бумаге, однако был лишь в малой степени удовлетворён и забросил свою попытку. Но он предложил Иоганну как бы шутя, что отдаст свои записи ему, если тот продолжит усилия, приз же в случае удачи они поделят. Младший брат согласился, и в результате их сочинение ушло в Академию под скромным девизом *In sententia permaneto, eninvero nisi alia vicerit melior*. Успех значительно превзошёл их ожидания, поскольку они разделили этот тройной приз с Эйлером и Du Tour, Esuyer (кавалером) и корреспондентом Парижской академии. Сочинение братьев (1748/41) было опубликовано за подписями Даниил и Jean Бернулли. Имя Jean не было уточнено, потому что Иоганн I к тому времени умер. Заметим, что их теория магнитов была очень близка к эйлеровской. Дан. II Б.

30. В т. 7 *Трудов* Бернулли (*Werke*. Basel, 1994) перепечатаны его мемуары о хранении времени и об измерении магнитногоклонения, см. ниже. О. Ш.

31. Этот приз, а также приз за 1747 г., см. ниже, был удвоен, поскольку оба были предложены ранее, в 1733 и 1745 гг. соответственно. Их распределение было, однако, отложено. Дан. II Б.

32. Я ни за что не стану раскрывать слабую сторону моего покойного деда. Она была у него, как и у других самых великих и мудрых людей, и он был несколько несправедлив по отношению к своему сыну. Я здесь переводчик, и много есть надёжных переводчиков, которые могли бы спасти меня от этого. По сути в свои последние годы, которые здесь обсуждаются, он не был таким решительным картезианцем, как Кондорсе обрисовывает его. Он, однако, знал, что сама Академия была почти целиком сочувствует картезианству и полагал, что предложит ей приятную жертву, послушно придерживаясь их возлюбленной системы и решив таким образом одну из её задач, которую наверняка можно было бы лучше объяснить в соответствии с теорией Ньютона.

Я не буду выяснять можно ли, а скорее в какой степени можно обосновать этот утомительный анекдот и тем меньше постараюсь выяснить, кто мог бы сообщить его Кондорсе. Дан. II Б.

33. Это описание было трудно понять, в частности из-за опечатки: вместо *опоры оси* было указано *вихри* (была всего одна лишняя буква!). Мы воспользовались текстом самого Бернулли (1748/39, французский перевод 1994 г.) и предварительным комментарием к нему. О. Ш.

34. Якоб и Иоганн были приняты иностранными членами Академии в 1699 г. Как было сказано выше, Якоб умер в 1705 г., а Иоганн в день Нового 1748-го года. Дан. II Б.

35. Я честно перевожу этот анекдот, но не могу удержаться от следующего замечания. Как мог Кондорсе, со своим тонким, живым умом, которого никто, конечно же, не смог бы отрицать, описывая ответ Бернулли и вкладывая слова в его уста, назвать его скромным и простым? По моему мнению, эти слова скорее выявляют некоторую гордость и самоумнение будто он хотел сказать *Я – тот Даниил Бернулли, fama super aethera notus*. На самом деле действительно простой ответ был *Меня зовут Бернулли*. Его спутник, который, видимо, лелеял восторженное и глубокое уважение к этому имени, захотел ответить на эту шутку той же монетой: *A*

меня зовут Исаак Ньютон. Бернулли, однако, доказал, что совсем не шутил, показав адреса на различных письмах, которые хранил, после чего узнал что его спутником был Grant, также учёный, адъюнкт Парижской академии наук. Дан. II Б.

36. Описываемое событие произошло во время возвращения братьев из Петербурга в Швейцарию, после того, как они выехали из Парижа. Нашему Даниилу было тогда 34 года. Дан. II Б.

37. Кондорсе мог бы добавить, что, услышав решение той задачи от Бернулли, Кёниг вежливо (!) поздравил его: *Ваш ответ вряд ли может быть достаточно хороши* (быть может он даже сказал: *никак не может быть достаточно хорошим*), *потому что я так много дней работал над ним*. Дан. II Б. О Кёниге см. также [ii, § 26). О. Ш.

38. Это неверно. Его собственный отец на долгое время сделал его глубоко несчастным, см. Wolf [v, § 8], который, в частности сослался на самого Кондорсе (§ 12)! Ниже, в § 18, Кондорсе допустил ту же ошибку и кроме того был совершенно неправ, заявив, что Бернулли наслаждался хорошим здоровьем, см. снова Wolf [v]. О. Ш.

39. Готы – древнее германское племя. Мы не можем объяснить, почему Кондорсе вспомнил о них, и кроме того (хотя, быть может, и не очень обоснованно), более привычно было бы упомянуть гуннов. О. Ш.

40. Штатные преподаватели Базельского университета не могли занимать должности в правительстве ввиду различных привилегий, которыми они пользовались; важная из них состояла в том, что они были подсудны своей собственной системе. Это уже доказывает, что указанное решение не было вызвано тем, что *благородная обязанность обучения людей* считалась *низкой и презренной профессией*. Более того, в соответствии с конституцией нашей республики никакое положение не является столь низким и презренным, чтобы не быть в состоянии участвовать в правительстве.

То решение было столь же мало основано на мнении о том, что *талант в науках несовместим с дарованием правителя*. Это очевидно, потому что штатные работники университета могут стать обычными гражданами страны, если только откажутся от привилегий, но могут вернуться назад и снова пользоваться ими. Примеры таких переходов вовсе не редки. Даже сейчас мы видим двух бывших профессоров, одного в малом совете, другого в большом совете и должностью в правительственной канцелярии, притом они могут снова занять научные должности. Дан. II Б.

Швейцарские кантоны имеют большие и малые советы; французские кантоны – общинные советы. О. Ш.

Библиографию, общую для двух статей, см. в конце [iv]

IV

Р. Вольф

Даниил Бернулли из Базеля, 1700 – 1782

R. Wolf, Daniel Bernoulli von Basel.
Biographien zur Kulturgeschichte der Schweiz, 3. Cyclus.
Zürich, 1860, pp. 151 – 202

[1] Даниил Бернулли, третий, завоевавший этому роду непреходящую славу, родился 29 января 1700 г. старого стиля в Гронингене [Голландия], где его отец, Иоганн I Бернулли, был в то время профессором математики, матерью же его была Доротея Фалькнер¹. На шестом году жизни Даниил с родителями, братьями и сестрами, вернулся в Базель¹, и там он сразу же успешно начал посещать школу, так что уже в 1713 г. смог поступить в Академию [в университет]. Философским и филологическим наукам его обучали [автор назвал семь человек и кратко сообщил о них], однако по математике он получил некоторое наставление от своего отца. Видимо больше ему сообщил его брат, Николай II, который был на пять лет старше (Вольф 1859, с. 78) и с которым он находился в самой тесной дружбе.

Николай, – сообщил Даниил 9 ноября 1728 г. своему другу Гольдбаху, –

Неощутимо и почти вопреки себе стал математиком. Не то, чтобы он не любил ее и не воспринимал ее очень легко, но каждое ее приложение затрудняло его. Быть может он сам вовсе не заметил бы всего своего продвижения, представляя себе, как мало усилий он при этом затрачивал, не будь его братской дружбы, которая естественным образом заставила его обучать меня математике, хоть и было мне тогда всего 11 лет. Вначале он имел в виду дать мне понять за короткое время всё, что он перенял от отца и к чему пришел сам. Он приложил все усилия, чтобы помочь мне впоследствии быть в состоянии заниматься вместе с ним, но до сих пор я неизменно оставался его учеником. Он заметил, что был настолько выше меня, и возымел о себе достаточно высокое мнение, чтобы считать себя вполне сформировавшимся математиком.

От Николая, когда он уже в то время решал задачи, требовавшие совершенного знания нового дифференциального, интегрального и экспоненциального исчисления², нельзя было еще ожидать в юности, что он полностью прочувствовал трудности, причиняемые высшей математикой даже столь

талантливым юношам. С другой стороны, можно было бы думать, что отец, уже старый человек и опытный учитель, с допустимым отцовским удовлетворением оценит примечательные успехи молодого Даниила скорее выше, чем ниже действительных и во всяком случае станет его одобрять. Но ничего подобного; отец, который так, кажется, и вёл себя по отношению к Николаю, напротив, удручал Даниила, что сразу же станет ясным по примеру, описанному Кондорсе [iii, § 1]:

Однажды, чтобы испытать его силы, он предложил сыну несложную задачу. Даниил [...] исследовал и решил ее и сообщил свое решение отцу [...], но услышал лишь, что должен был решить ее тотчас же [...]. Воспоминание об этом первом огорчении так и не стерлось из его памяти.

Хорошо, что Даниил имел достаточно сил, чтобы самостоятельно идти по своему научному пути и тем самым, как сказал Кондорсе [там же], *его семья вопреки самой себе добилась уникальной чести [...] произвести трех великих людей всего в двух поколениях.*

Действительно, и в дальнейшем Даниил редко удостоивался заслуженного признания Иоганном, и, как мы узнаем ниже, должен был даже перенести такую боль, которую меньше всего мог бы сын ожидать от своего отца.

[2] После окончания занятий философией Даниил был послан на год в дом пастора в Куртларию³ для лучшего изучения французского, языка, а в 1716 г. он получил степень магистра, так что дошла очередь до выбора профессии. По мнению родителей, Даниил должен был стать коммерсантом, он же самым энергичным образом противился этому. В конце концов сошлись на медицине, которую в то время превосходно преподавали Heinrich Stähelin (Вольф 1959, с. 111), Emanuel König^{II/11} и Theodor Zwinger. Два года Даниил прилежно занимался ей в Базеле, не упуская, однако, математики и физики, а в 1718 г. поехал для дальнейшего образования в Гейдельберг, в 1719 г. – в Страсбург и вернулся в Базель лишь в 1721 г., чтобы приобрести степень доктора. Для этого он написал диссертацию (1721/1) о количестве воздуха, попадающего в легкие человека при вдохе.

Через год, представив свои тезисы (1722/3), Даниил безуспешно попытался получить освободившуюся должность профессора логики, а в 1723 г. уехал в Венецию, чтобы еще больше усовершенствоваться в общении со знаменитым [врачом П. А.] Микелотти (Michelotti). Вскоре он настолько расположил того к себе, что смог сопровождать Мишелотти не только в больницах, но и при посещениях больных на дому, и имел удовольствие поблагодарить своего учителя за это предпочтительное отношение.

Был Микелотти также и искусным математиком и соревновался в научных спорах с некоторыми своими земляками, которые ей занимались, и особенно с Риккати, Бернулли же так умело выступал в его защиту, что оправдал при этом свою собственную научную славу, был склонён к публикации своих письменных дискуссий с другими (Бернулли 1724/4)^{III/15} и даже получил приглашение стать во главе задуманной академии в Генуе. Согласиться на это он, однако, не решился⁴, и, напротив, уехал вскоре в Падую, где часто посещал известного анатома [G. B.] Morgagni и тогда же вступил в переговоры с Петербургской академией наук⁵.

[3] Действительно, уже 25 ноября 1724 г. Иоганн Бернулли написал Шейхцеру:

Моему второму сыну предлагают заниматься математикой в Петербурге с годичным содержанием в 600 рублей при бесплатном жилье и достаточном количестве дров и свечей. Хоть это и не 2000, которые предложили, как тот похвалялся, Герману [i, Примечания], но всё же вполне почетно для молодого человека, которому всего только 25 лет. Я сообщаю ему эту новость [о Германе?] в Падую, где он сейчас находится, и посмотрю, что он решит. Если он захочет воспользоваться моим советом, то примет приглашение, по крайней мере если не найдет ничего более подходящего. О его способностях как математика полагаю, что он несколько не уступает Герману, а со временем превзойдет его, что бы тот не думал о своих обширных знаниях.

Письмо отца застало Даниила заболевшим тяжелой формой лихорадки, в постели, и прошло довольно много времени, пока не миновала опасность, и он не смог снова заняться перепиской. Даже 25 января 1725 г. он написал Гольдбаху:

Пишу Вам в постели, еще совсем обессиленный лихорадкой с высокой температурой, которая не смогла заставить меня перейти в мир иной. Я молод и потому счастливо отделался, еще крайне слаб, но вне опасности. Если дела пойдут таким же путем, пройдет еще несколько месяцев прежде, чем я смогу встать на ноги.

Примерно в то же время Д. Б. послал письмо и в Базель. Во всяком случае, 13 февраля 1725 г. отец, посылая экземпляр книги Бернулли (1724/4) Шейхцеру, написал ему:

Должен поблагодарить Вас за пожелание выздоровления моему сыну. Ему очень нужно оправиться, ведь он пять или шесть дней находился при смерти, но, слава Богу, теперь вне опасности. На прошлой неделе я получил письмо от него, первое с тех пор, как он немного оправился. Он жалуется на истощение сил, так что раньше мая месяца не надеется достаточно выздороветь, чтобы вернуться сюда. Посылаю

Вам эту небольшую книжку, вышедшую незадолго до его болезни. Это – смесь самых различных тем, не рассмотренных до конца, но Вы всё же заметите, на что он станет способным, если Бог продлит его жизнь.

Д. Б. долго не мог сообразить, принять ли ему приглашение в Петербург, и письменно посоветовался об этом со своим братом Николаем, в то время профессором права в Берне. Вот что он кроме того сообщил Гольдбаху в цитированном выше письме:

Я только что получил письмо от брата, который с истинной братской любовью написал, что не может решиться отпустить меня в Московию, и что если я уж безоговорочно соглашусь, то он будет готов пожертвовать своим положением (его кафедра приносит ему не менее 150 ливров) и сопутствовать мне. И я думаю, что нам обоим смогут легко найти место в Петербурге, тем более, что нет ничего обширнее, чем изучение математики. Если Вы можете одобрить этот план, то приобретете в заслугу неразлучность братьев, так сильно связанных теснейшей в мире дружбой.

[4] Д. Б. выздоровел скорее, чем от него могли ожидать, и настолько, что смог отправиться в обратный путь в Базель, и примерно в то же время произошло два других радостных для него события. Его конкурсное сочинение (1725/8) было достойно отмечено премией Парижской академии наук в 2500 ливров, и сбылось его желание, чтобы брат Николай также получил приглашение в Петербург. И теперь уже решился Даниил принять почетное приглашение, а его отец написал Шейхцеру 11 мая 1725 г.:

Благодарю Вас за Ваше трехкратное поздравление по поводу возвращения моего сына; за премию, полученную им из Франции; и за его путешествие в Петербург.

Но вот сам Даниил Бернулли Гольдбаху 13 июня 1725 г.:

Мне известно, что Вас интересует всё, относящееся ко мне, и потому я должен Вас уведомить, что согласился принять кафедру механики, которую мне благосклонно предложили с годичным окладом 800 рублей плюс 300 немецких экю⁶ или 450 флоринов на издержки по путешествию. Признаюсь Вам, однако, что не смог на это решиться без ужасной схватки, происходившей во мне между преимуществами, которых можно было бы ожидать от такого почетного приглашения, и жертвами, которые пришлось бы при этом принести. Но, наконец, победило честолюбие.

Я ужасаюсь, что дело так затянулось и надеюсь, что мне никак не припишут причину задержки. Никогда я не доставлял никаких трудностей по поводу предложенных мне усло-

вий, вначале я даже счел первоначальное предложение 600 рублей слишком щедрым и намного превышающим мои скромные заслуги, которых мне всё ещё нехватает, так что я оказался бы слишком самонадеянным, приписывай я их себе, и нет у меня в душе такой продажности, чтобы обосновывать подобные притязания. Моя главная и неизменная побудительная причина – это честолюбие, а не интерес.

Мы (1859, с. 101 – 102) уже имели случай сообщить, что братья благополучно прибыли в Петербург в первых числах сентября 1725 г. Их хорошо приняли, и они приступили к своей научной жизни, приправленной своим общением. Но, к сожалению, их счастье было кратковременным: уже 20 июля 1726 г. Николай умер (Вольф 1859, с. 102 – 103), и пустота, образовавшаяся у Даниила, да еще с собственным недомоганием от воздействия сурового климата на его хрупкое тело, сделали его жизнь в Петербурге безрадостной; он часто проклинал отъезд из Базеля, о котором еще в 1729 г. написал Гольдбаху:

Пагубный отъезд из Базеля стоил мне жизни брата, и это я хотел бы иметь возможность искупить всем своим добром и своей кровью.

В 1727 г. жребий на замещение должности профессора физики в Базеле оказался для него неблагоприятным и тем не менее Бернулли с трудом выжидал истечения пятилетнего срока, до окончания которого он обязался оставаться в Петербурге. Затем, однако, было явно сделано всё возможное, чтобы склонить его оставаться и дальше, не только повысив его оклад, но и предоставив ему выбор с любого времени удерживать его половину в качестве пенсии [выйти в отставку с половинным окладом]. Он пообещал остаться еще на некоторый срок, но всё время продолжал отыскивать себе место в Базеле. Так, в 1731 г. он был одним из кандидатов на должность профессора логики, однако успеха не добился. Лучшее произошло в 1732 г., когда младшего Эммануила Кёнига [см. Прим. II/11] повысили, дав ему должность профессора медицины, так что освободилась должность профессора анатомии и ботаники.

[5] Для жеребьевки регент отобрал троих, Joh. Jakob Huber, Benedikt Stähelin и его, и тогда, наконец, жребий оказался для него благоприятным. Младший брат Даниила, Иоганн П^{IV/22}, решил лично забрать его из Петербурга и отправился туда в том же году⁷.

[...] Тревожное морское путешествие в Данциг [Гданьск], видимо, повлияло на многие последующие труды Бернулли. [...]

Математическая задача на приз 1733 г. была [см. название сочинения Бернулли 1735/24], но в тот раз никто не заслужил приз. Та же задача была предложена на следующий год с двойным призом, который разделили Иоганн I и Даниил

Бернулли, см. Вольф (1859, с. 93) и основной текст ниже. Я не знаю, посылал ли Даниил ответ и в 1733 г.; напротив, говорят, что во время сессии Парижской академии, при представлении нескольких посланных работ, многие академики смотрели на прославленных братьев Бернулли, чтобы решить по их выражению, участвовали ли они в соревновании, но не заметили ни малейших изменений.

В Амстердаме мы посетили Фаренгейта^{V/33}. Мой брат подарил ему термометр Делиля^{VI/34} [...]. Тот полагал, что вода всегда закипает при одной и той же температуре, а не меняется в соответствии с давлением атмосферы^{VII/35}. [...]

[Восемь лет тому назад, как рассказал братьям российский посланник в Пруссии, Делиль был представлен королю Пруссии.] И король сказал ему: “Ну, хорошо, так какие же новости о Луне, господин Делиль, ведь там у вас империи и королевства, не правда ли?” “Да, монсieur”. “И кому же вы дарите эти королевства?” “Ученым людям, монсieur, и тем, у кого достаточно разума и не слишком много невежества, чтобы этого не понимать” [...]

Мы посетили [...], большого друга Хр. Вольфа. Он сказал нам, что король Пруссии [Фридрих II] усиленно просил Вольфа вернуться в Галле⁸ [...]

[Три недели братья прожили в Париже и посетили Мопертюи^{VIII/36}.] Начали говорить о Делиле и он сказал нам, что не очень доволен тем, что тот так долго продолжает оставаться в Петербурге, что он уже год как сохраняет за тем место [каким образом? ...] и что желательно, чтобы Делиль как можно быстрее вернулся занять его, потому что, как хорошо известно, никто не достоин этого места больше него.

Мы посетили академию; на ее заседании было примерно 25 человек: Мопертюи, Maïran, Реомюр, Camus, de Fontaine, Кондамин, Клеро, Godin и др. Поскольку оно было последним перед отпуском, работы, присланные на конкурс, распределили на нем для просмотра между пятью комиссарами. Работа было 28, но еще во время заседания была получена 29-я, и возник вопрос, принимать ли ее во внимание. После некоторого обсуждения решили принять и принимать также и впредь все, поступающие до окончания последнего заседания.

Очень много времени и даже большую его часть заняли [у братьев] в Париже взаимные помещения Мопертюи, Клеро, Maïran, Фонтенель и др., и про их пребывание там я могу добавить лишь два замечания.

Про 8 сентября: [...] Мы вместе с Монмором были у мадемуазель Ferrand, знавшую когда-то моего покойного брата, Николая II, [которого Николай I рекомендовал Монмору – Вольф]. Она понимала математику и показала нам относящиеся к притяжению физические опыты со стеклянной трубкой.

Про 10 сентября: *Мы пришли на обсерваторию вместе с Мопертюи, затем ужинали у него вместе с Кондамином, который захотел познакомиться с нами. [...]*

[14 сентября братья отправились в Мец.] *Перед прибытием мы узнали, что одним из наших спутников был ботаник, член Парижской академии Трант. [...]* При научном разговоре Транта с Д. Б. он спросил имя своего собеседника. *Даниил Бернулли.* Трант вероятно подумал, что тот шутит, и ответил: *А меня зовут Исаак Ньютон.* Но тут Бернулли показал ему адреса на письмах, которые носил при себе, и тем самым доказал, что не шутит, и тогда Трант тоже назвал себя. [...]

[6] 12 октября 1733 г. братья, наконец, прибыли в родной город, который Д. Б. никогда больше надолго не покидал. 26 октября 1735 г. он написал своему другу Эйлеру:

По отношению к здоровью, я, со своей стороны, стал, так сказать, другим человеком, как только начал наслаждаться нашим добрым швейцарским воздухом.

И это оживление наилучшим образом сказалось на науке, притом не потому, что Бернулли в большой степени отдавался и у себя дома тем двум областям, преподавать которые ему поручили^{IX/39}. Почти все свои усилия он посвящал своей большой работе, в которой как бы открыл новое поле приложения математики и ввиду которой навечно придал блеск своему имени, – своей *Гидродинамике* [1738/31]. Уже 17 июля 1730 г. он написал Гольдбаху:

Я полностью погрузился в воду, и это мое единственное занятие, так что уже некоторое время назад отбросил всё, не относящееся ни к гидростатике, ни к гидравлике.

С тех пор Д. Б. почти исключительно частично отдался проделанным петербургским исследованиям и опытам и частично – окончательной отделке и редактированию этой серьезной работы. Летом 1734 г. он продвинулся настолько, что смог отдать ее в печать. 25 августа того же года в письме, направленном профессору Schörfli в Страсбург и опубликованному в сентябрьском номере журнала *Mercure Suisse*, он впервые открыто и в высшей степени интересно сообщил о своем труде. Я полагаю, что это письмо тем более следует перепечатать, потому что упомянутый журнал даже здесь, в Швейцарии, стал довольно редким⁹.

[7] Можно представить себе, с каким интересом после появления этой публикации научное сообщество ожидало самого труда Бернулли. Однако, хоть он и написал Эйлеру 18 декабря 1734 г., что его

Гидродинамику Действительно печатает г-н Dulsecker, который даст мне 30 экземпляров, да еще 100 талеров гонорара,

эта работа после преодоления различных встреченных помех закончилась и могла быть направлена в книготорговлю лишь в 1738 г. Тем самым подтвердилась поговорка *Что долго длится, в конце концов оказывается хорошим*, и Бернулли рад был увидеть, что его труд был чуть ли не всюду так хорошо воспринят, – он почти решил, что уж слишком хорошо. 9 августа 1738 г. он по этому поводу написал Эйлеру:

Не иначе как этот мой труд был воспринят весьма благоприятно, если только можно придавать самую малость доверия тем письмам, которые я отовсюду получаю. Но, поскольку в наши дни лесть сходит за вежливость, то я не представляю себе, в какой степени должен радоваться этому одобрению. Ваше свидетельство наверняка заменило бы мне все остальные, потому что я осознаю как Вашу дружбу, так и Вашу естественность.

Ответа Эйлера я не нашел, нет у меня и указанных писем. Однако, легко собрать многочисленные позднейшие свидетельства, удостоверившие полнейшее признание труда Д. Б. Вот лишь некоторые примеры¹⁰.

Аббат Боссю (Bossut 1802/1810), который позднее написал превосходную работу о гидродинамике (1771), и приговор которого поэтому ценен вдвое, высказался следующим образом:

Теория вытекания из отверстий любого размера неизменно оставалась несовершенной, пока Даниил Бернулли после нескольких своих удачных попыток не смог подвергнуть ее общему и строгому вычислению, приняв некоторые достаточно соответствующие опытам предположения.

И затем, в соответствии со сказанным, он изложил эти гипотезы и продолжил:

Весьма просто и изящно он вывел уравнения, описывающие эту задачу, и применил общие формулы ко многим частным и практически полезным случаям.

В заключение Боссю заявил:

Даниил Бернулли проявил проницательность геометра и физика, внимательного и приученного следовать ходу природы. Вычисление всегда было для него лишь необходимым инструментом, но не тщеславным показом чисто теоретических формул. Каковы бы ни были успехи науки о движении воды начиная с эпохи появления книги Даниила Бернулли, справедливое потомство будет неизменно причислять ее к наиболее изящным и мудрым произведениям человеческого гения.

21 ноября 1778 г. Jeanneret написал своему другу Jetzler'у:

Я прочел Гидродинамику Боссю. Что мне доставило большое удовольствие, это его справедливая оценка заслуг Даниэля Бернулли, см. его Предисловие, с. 11 и 13. Он мудрее Эйлера, Даламбера и др. и никогда не набрасывается как те на анализ для того, чтобы закончить, как те, ужасными формулами, от вида которых задрожешь, как мне говорил Даниил Бернулли, и которые к тому же не нужны ни для чего, что заметил тот же аббат Боссю в своем Предисловии. Бернулли часто меня предупреждал, чтобы я не доверял всем этим сложным формулам; он полагал, что природа очень проста, чтобы её нужно было бы направлять, а если так поступают, то потому, что основывают вычисление на ошибочных предположениях (pour y mener, et que si on trouve, c'est qu'on a fondé ses calculs...).

И, наконец, великий Лагранж (1811 – 1815, т. ?, с. 242), после введения и приложения принципа сохранения живых сил Иоганна Бернулли сказал:

Затем Даниил Бернулли обобщил этот принцип и вывел из него законы движения жидкостей в сосудах, которые до него рассматривались лишь смутно и произвольно. И затем он в весьма общем виде показал [1750/43 – Вольф], как можно применять его в весьма общем виде к движению тел под действием каких-либо взаимных притяжений, либо притягиваемых к закрепленным центрам силами, пропорциональными любым функциям расстояний.

И ниже, снова имея в виду *Гидродинамику* Д. Б., он называет ее *Трудом*, который сверкает анализом столь же изящным в его применении, сколь простым по результатам.

[8] Хотя научная репутация Д. Б. непрерывно улучшалась, от своего отца он, напротив, не только не находил открытого признания, но даже должен был, как сказано выше, выдерживать много такого, что болезненно задевало его, – и тем болезненнее, потому что глубокое почтение отца не позволяло ему открыто защищать свои справедливые права, и в лучшем случае он мог изливать душу в письмах близким друзьям.

Иоганн Бернулли, хоть он и преодолел себя в свои последние годы и начал относиться к Эйлеру как к равноценному математику и одобрять [его труды], напротив, так и не простил сыну того, что тот осмелился в отдельных случаях превосходить его. Именно, его гордость была особенно уязвлена, когда в 1734 г. [1735/24] приз Парижской академии наук ему пришлось разделить с сыном¹¹ (Вольф 1859, с. 93).

Еще острее выразился Фусс (1843):

Непомерная ревность Иоганна Бернулли, которая когда-то привела его к знаменитому спору со старшим братом, проявилась в совершенно поразительной форме, противной природе, как можно даже сказать, по отношению к сыну, Даниилу, и до такой степени, что, не будучи более в силах бороться с таким молодым и мощным противником, он в конце концов оказался способным к плагиату по отношению к нему¹².

И это последнее утверждение приводит нас к тому, что более всего беспокоило Д. Б., – что по случаю выхода его трудов [1742] отец (Вольф 1859, с. 94 – 95) не только вообще перенес туда без ссылок результаты своих сыновей, и прежде всего Даниила, но и положил в свой карман многое из *Гидродинамики*. Вот как Д. Б. пожаловался своему другу Эйлеру 4 сентября 1743 г.:

Мой отец одним махом полностью ограбил меня, забрав себе всю мою Гидродинамику, в которой, сказать по правде, я не должен был бы благодарить его даже за одну-единственную букву. В одночасье я лишился плодов 10-летней работы; все предложения он перенял оттуда и притом назвал свой труд Гидравликой, ныне в 1732 г. впервые открытой, тогда как моя книга вышла лишь в 1738 г. Вначале это было для меня почти непереносимо, но наконец я воспринял всё безропотно. Впрочем, чувствую также отвращение и презрение по поводу своих прежних трудов: лучше бы я обучился ремеслу сапожника, чем математике. С тех пор я также не могу больше решиться разработать что-либо математическое.

[9] Помимо беспокоящих отношений с отцом, Д. Б. был подавлен своим общественным положением, приносившим ему мало удовлетворения и препятствовавшим ему прилагать всё свое время и все силы исследованиям, для которых он и был создан. 12 декабря 1742 г. он в этом настроении написал Эйлеру:

Мои обязанности позволяют мне заниматься математикой только дополнительно, а кроме того мои малые математические способности настолько слабы, что они как раз и исчерпаны, и я помимо своей воли должен отступаться от всех размышлений.

В последующих письмах он повторно заявлял, что не мог бы решиться снова отправиться ни в Берлин, ни снова в Петербург. За много лет до этого с ним действительно вступили в официальные переговоры из Берлина, и 24 декабря 1740 г. Мопертюи написал Фридриху II:

Братья Бернулли, геометры из Базеля, – это две провинции, которые Вам, Ваше Величество, лишь не удалось покорить. Вам это будет стоить всего только 2000 немецких экю за

одного из них, и 1500 – за другого. Очарованные в большей степени удовольствием служить Вашему Величеству, нежели польщенные услугой соответствующего вознаграждения, они весьма расположены обосноваться в Берлине. С ними, которых мы скоро заполучим, и с Эйлером, который уже здесь, с Монпьер, которого я имею в виду для астрономии, и, рядом с этими знаменитыми людьми, мной, чье усердие направлено Вам на службу в большей степени, чем мой талант, я вижу уже академию Вашего Величества, более мощную, чем любая другая в Европе.

Но, несмотря на эти уверения, все переговоры с Берлином в то время, так же как впоследствии с Петербургом, окончились ничем, хотя Даниил Бернулли был бы действительно рад жизни в более научной атмосфере, чем которую он обнаружил в Базеле. 4 января 1746 г. он написал Эйлеру, который снова начал настаивать [на его отъезде из Швейцарии]:

Признательность за признаки Вашей столь истинной дружбы со мной не позволяют мне отложить мой ответ. Моя восприимчивость к этому [к этой дружбе] стала настолько сильнее с тех пор, как я начал жить в стране, в которой не знают ни дружбы, ни науки. Если бы меня не удерживали мои старые родители, я бы любой ценой постарался жить и закончить свою жизнь возле такого хорошего друга. Здесь у меня нет ни свободного времени, ни малейшей возможности что-либо привнести в истинную науку¹³.

И 22 сентября 1747 г., снова ему же:

Нынешнее положение в Базеле мне безмерно противно, и Ваше последнее письмо склонило меня к тому, чтобы обсудить с отцом приглашение в Петербург. Но против всех ожиданий оказалось, что он сильнейшим образом отговаривал меня от этого и как бы заклинал никаких подобных изменений при его жизни, которая недолго еще продлится, не предпринимать. Он добавил, что в моем возраст я либо должен уехать на всю жизнь со всем своим добром и скарбом, либо не уезжать вообще, и что мне было бы лучше уже заранее никак не долго ожидать будущего наследства.

Когда в ближайший новогодний день отец действительно умер, подкрепленные сказанным выше попытки склонить Бернулли переехать в Петербург возобновились^{X/51}. И всё же 9 марта 1748 г. он написал Эйлеру:

Что касается вопроса о том, чтобы теперь, после смерти моего отца, принять петербургское приглашение, то могу честно заверить Вас, что не был бы в состоянии сделать это, имей я даже к этому большое желание. Я уже давно очень болен и поэтому не в состоянии выполнять свои ны-

нешние дела, не говоря уже о том, чтобы выдержать такое большое путешествие и жить в таком суровом климате¹⁴.

Поэтому я прошу Вас засвидетельствовать г-ну Президенту мою глубокую благодарность за честь, которая мне была сделана, и за доброе доверие, которое мне было оказано. Впрочем, я имею даже без пенсии больше, нежели мне требуется на мои скромные расходы, и смотрю на всё с философской точки зрения.

[10] Возможно, однако, что в то время Д. Б. втайне надеялся, что ему предложат стать преемником своего отца, но в этом он сильно ошибался. Его вполне могли выбрать в Парижскую академию наук [и действительно выбрали в 1748 г.], хотя в нее еще не попал Эйлер, а [друзья] находящегося в Париже Габриеля Крамера (см. следующую биографию в этой моей коллекции) также активно призывали избрать его одним из восьми ее иностранных членов. И всё же Базельский ученый сенат не отступился от обычной рутины: должность профессора математики должна была быть замещена в результате публичного состязания, притом, что вполне могли предвидеть, Бернулли не будет в нем участвовать. Можно было бы извинить сенат, который по закону обязан был объявить конкурс, однако частенько уже имели место исключения^{XI/53}.

Быть может Д. Б. уже обдумал всё это. Весной 1748 г. он написал Эйлеру:

Я уступил настоятельной просьбе войти в коллегия экспериментальной физики вместо доктора Stähelin, который очень болен и обессилел. Это привело к серьезному наплыву студентов: у меня их всё время более ста человек, притом я теряю очень много времени из-за обязанностей и намереваюсь оставаться на этом месте не более, чем до конца нынешнего лета.

Предложив Бернулли это место, [Сента] устранил несправедливость, причиненную ему безрассудным жребием уже в 1727 г. [см. § 4]. Но если так оно и было в действительности, Сенат должен был бы предложить профессию математики [не ему, а] Иоганну II, который своими математическими достижениями уже проявил себя необычно высоко^{XII/55} и в качестве профессора красноречия был равным образом не на месте. Но и этого не произошло, поскольку Иоганн ради приличия естественно не мог участвовать в конкурсе. Лишь когда профессура по математике досталась по жребию вполне достойному в других областях, но к ней непригодному Якобу Христофу Рамспеку (1722 – 1797), во избежание возмущения всего научного мира был устроен обмен, и Рамспек принял профессию по красноречию, Иоганн же – кафедру своего отца. Д. Б. всё это видел, и когда в 1750 г. умер Stähelin ему всё же, наконец, без выборов передали профессию по физике^{XIII/57}, улучшив ее притом членством в капитуле Св. Петра¹⁵.

[11] Частично побужденный своими сочинениями на темы конкурсных вопросов Парижской академии наук, Д. Б. постепенно подготовил ряд весьма ценных мемуаров о различных частях механики и физики, родственных *Гидродинамике*, и сумел так искусно применить высшую математику не отходя от природы и не предаваясь аналитическим забавам. И поэтому его справедливо причисляют к основателям истинной математической физики, а его труды считаются лучшим украшением петербургских, парижских и берлинских академических журналов. Но мы зашли бы слишком далеко, коснись мы их всех по отдельности, хоть они этого и заслуживают, так что Кондорсе вполне верно сказал о них [iii, § 4]:

Нет почти ни одного, который не заслуживал бы особого упоминания в Похвальном слове, но [...] будь они его единственным вкладом, не были бы достаточны, чтобы заслужить ему право считаться гениальным.

И мы должны будем ограничиться некоторыми общими суждениями и небольшими частными замечаниями. Прежде всего желательно последовать письму 26 апреля 1774 г. Jeanneret к Jetzler:

Что касается петербургских Комментариев, то я также очень хочу их приобрести; там имеются прекрасные вещи. Вы прочтете там, кроме прочего, мемуары Даниила Бернулли^{XIV/60}, и мне кажется, что никто из наших ученых не занимается физико-математическими науками с большим смыслом, большей точностью и в более тесном соответствии с природой, которую он неизменно тщательно исследует. Другие же в основном поступают по своему вкусу, вычисляют в соответствии с ним и природа должна подчиняться им. И они нисколько не тревожатся, потому что их рассуждения остаются лишь на бумаге.

Посмотрите, делает ли кто-либо кроме Бернулли опыты, чтобы удостовериться, соответствует ли природа теории, но каждый раздел его Гидродинамики заканчивается опытами, которые он произвел, чтобы подтвердить результаты своих вычислений. Следует признать, что всё, не отработанное подобным образом и часто основанное лишь на весьма произвольных принципах, должно оказаться достаточно бесполезным.

Рассматривая все имеющиеся книги, надо будет признать, что из большинства из них можно извлечь очень мало практического проку. Авторы самых качественных из них не опускаются до деталей, хоть, по правде сказать, они не обесчестили бы себя, потому что приложения часто оказываются более трудными, чем эти бесконечно общие формулы. Берн. довольно часто посмеивался, замечая, как эти люди, к которым можно причислить Даламбера, обобщают, потому что гложущая зависть склоняет их к желанию быть

*первыми среди геометров и часто обязывает их переделывать всё то, что они рассматривают лишь чтобы казалось, что они дают пример, замечая, что вот что-то не вполне общо, а тут ошибка ввиду пренебрежения такой-то величины*¹⁶.

[12] К случайному замечанию Jeanneret по поводу Даламбера здесь может быть уместно услышать, что о нем говорит сам Бернулли, особенно потому что его суждение об этом человеке было как раз весьма характерным, и его письма Эйлеру предоставляют для этого большие возможности. 7 июля 1745 г. он писал:

В последний раз как был Мопертюи в Базеле, он непрестанно представлял мне как чудо из чудес некоего молодого Даламбера, выпустившего в свет механику и гидродинамику. Я, наконец, ему сказал, что в 20-летнем возрасте невозможно по этой науке рассмотреть все начала и притом достичь изумительных успехов. Между тем это побудило меня добыть вышеуказанные сочинения, и с удивлением я увидел, что в его гидродинамике кроме некоторых незначительных вещей всё остальное лишь наглое самодовольство.

*Его критерии иногда просто ребяческие и доказывают не только, что он вовсе не является необычным человеком, но даже, что он таковым никогда и не станет, потому что его самонадеянность слишком велика, чтобы он мог учиться у других, а собственная проницательность слишком мала, чтобы можно было бы что-либо особенное узнать самому*¹⁷.

Это навернчка несколько резкое суждение, особенно из уст Бернулли, который во всех других случаях мягок, постепенно, однако, всё более смягчалось по мере того, как он ближе знакомился с трудами Даламбера и заметил, то Эйлер взял молодого ученого под защиту. И вот его письмо Эйлеру 4 января 1746 г.:

В чистой механике он проявил себя высокообразованным человеком, но как только в нее вкрадываются некоторые физические и метафизические рассуждения, всё становится чисто ребяческим.

И далее, 29 июня 1746 г.:

Я понял из гидродинамики Даламбера, что он в прикладной математике слаб в смысле количеств. Он заявляет, что вывел сложные интегральные формулы для направления и силы ветров для всех климатов и сезонов, но я могу лишь сказать, что это слова, которые навлекут больше стыда математике, чем окажут ей чести. Полагаю, что ввиду своей гидродинамики он станет всеобщим посмешищем и я бы поступил с ним так же, как Вы – с Робинсом [i, § 36] и

намного больше восхищался бы его истинными заслугами самими по себе, чем подчёркивал его смехотворное самодовольство, которое приписываю его юности и особенно потому, что предвижу, что и в том, чего ему сейчас недостает, он станет великим.

И 9 июля 1746 г.:

Быть может Даламбер после публикации своей гидродинамики намного больше усовершенствовался в физике.

3 ноября 1746 г.: *Если Даламбер решит приехать в Берлин, то это станет большим приобретением для вашей академии.*

И 16 августа 1749 г. :

В физике и механике делах Даламбер для меня малозначащ; в физической гидравлическе он рассуждает как ребенок вопреки всем опытам. Несмотря на всё это, я очень сильно и искренне уважаю его и вижу заранее, что с возрастом его юношеские промахи в достаточной степени исчезнут.

И всё-таки основное суждение Бернулли о Даламбере долгие годы оставалось по существу без изменения, и еще 26 мая 1750 г. он кратко сформулировал его в письме Эйлеру:

Даламбера я считаю великим чистым математиком, но когда он вторгается в область прикладной математики, всё мое уважение к нему исчезает: его гидродинамика слишком по-детски наивна, чтобы я мог уважать его в подобных вопросах. [...] Его книга о ветрах [1747] бессодержательна, и тот, кто прочтет всё, будет знать о них столько, сколько знал до начала чтения. Я думаю, что [в этом случае] требуются физические доказательства, а не отвлеченные интегрирования. Постепенно начинает проникать дурной вкус, от которого истинные науки в значительно большей степени терпят ущерб, чем движутся вперед. Для реальной физики часто было бы лучше, если математики вовсе не существовало бы на свете¹⁸.

Здравый смысл Бернулли обоснованно противился и походам Эйлера в прикладную математику, в которых иногда наступало стремление подвергать физические вопросы математической обработке почти только, чтобы иметь случай достичь серьезного аналитического продвига. Он желал, чтобы математика вводилась в физику лишь как вспомогательный инструмент, и в подобных приложениях математики его не перегнал ни один из его современников.

Далее автор цитирует Кондорсе [iii, почти весь § 15].

[13] Как было сказано выше, конкурсные вопросы Парижской академии наук склонили Д. Б. к одним из его наилучших

исследований, и здесь уместно поэтому, если этого не было сделано раньше, особо обсудить те, за которые он получил призы. Свой первый приз он получил в 1725 г. [§ 4], второй достался ему в 1734 г. [§§ 4 и 5], и по поводу соответствующего мемуара Эйлер, как кажется, отозвался не очень благоприятно. По крайней мере 25 января 1737 г. Д. Б. написал ему:

Ваше мнение о моем премированном мемуаре меня сильно унизило бы, не заметь я, что Вы наверняка прочли его лишь вскользь и чрезвычайно спешно. Мне никогда не приходило на ум изменять положение плоскости солнечного экватора, чтобы тем самым привести в порядок наклонения [планетных орбит], равно как и эксцентриситеты, я лишь заметил, что, поскольку положение этой плоскости еще неопределенно, не будет неуместным исследовать, где его следует расположить, чтобы среднее арифметическое из всех наклонений стало минимальным, притом же я так и сделал, и не жалею об этом. Могу Вас заверить, что по мнению всех моих корреспондентов этот мемуар должен быть чуть ли не наилучшим из всех моих трудов.

И когда Эйлер вновь возразил, Д. Б. написал ему 16 марта того же года:

Вы говорите, что хорошо заметно, что я спешно написал его; но и я замечаю, что Вы его просмотрели спешно.

Весьма вероятно, что Эйлер именно потому мог неверно оценить мемуар Бернулли, что тот был написан в духе Ньютона, тогда как он сам в то время и даже много лет позднее, вновь и вновь начиная основывать частные вопросы по Ньютону^{XV/63}, в общем всё же почитал картезианскую систему. Это можно заключить по письму Д. Б. к нему от 4 февраля 1744 г.:

Я полагаю, что эфир так же тяготеет к Солнцу, как воздух к Земле; не могу скрыть от Вас, что в этих вопросах я ньютоновец чистой воды, и удивляюсь, что Вы так долго продолжаете держаться за принципы Декарта; и здесь, весьма возможно, играет роль какое-то Ваше влечение к ним. Если Господь Бог мог создать душу, природа которой непостижима, то он мог также снабдить материю всеобщим притяжением, хотя подобная абстракция и выше нашего понимания. Напротив, в принципах Декарта всегда заключено нечто, противоречащее нашему пониманию.

И в позднейших письмах Эйлеру Д. Б. возвращается к этой теме, пока, наконец, тот не примирился полностью с теорией притяжения. К самым высоким почетным титулам Бернулли неоспоримо следует причислить, что он достопримечательным образом еще в первой половине XVIII в. так рано выкор-

чевал у себя всеобщее распространенный предрассудок против учения Ньютона и вновь и вновь содействовал тому же на континенте Европы.

[14] Третью премию Д. Б. разделил с профессором Poleni из Падуи за ответ на вопрос о наилучшем способе поверки якорей [1737/28]. В то же время его брат Иоганн был премирован за работу о наилучшей форме якорей. Четвертый приз за вопрос о морских приливах и отливах Д. Б. разделил в 1740 г. с Эйлером, Маклореном и картезианцем Каваллери [1748/39]. 30 апреля 1740 г. он написал Эйлеру:

Это те самые, которым уже известен исход состязаний. Приз разделен на четыре части, одна из которых досталась Вам, другая часть – Маклорену, третья – какому-то неизвестному картезианцу и одна часть присуждена мне. Мне пишут, что для подобных премий ничего подобного трем из этих четырех работ еще никогда не посылали, в четвертой же не видят ничего достойного, так что быть может ее единственной заслугой является отсутствие в ней антикартезианства.

Пятый премированный в 1743 г. мемуар (Бернулли 1748/41) Кондорсе [iii, § 13) назвал одной из тех его работ, в которой Д. Б. *проявил наивысшие тонкость и остроумие*. На тот же вопрос Парижской академии ответил Эйлер, но получил за него лишь почетный отзыв, Д. Б. же продолжал активно заниматься этой темой, и, в соответствии с его идеями, механик Иоганнес Дитрих из Базеля, который вообще приобрел репутацию за свои физические приборы, в том числе за отличные искусственные магниты, изготовил изрядное количество игл для инклинаторов, считающихся намного предпочтительнее [любых иных]. И Эйлер, например, написал Дитриху 24 июня 1755 г.:

Два дня назад я получил по почте Ваши иглы для инклинатора и должен был заплатить 10 рейхсталеров и 10 грошей за доставку и еще 2 рейхсталера и 12 грошей акциза. Но я считаю этот инструмент настолько превосходным и так и скажу о нем в Академии и потому надеюсь после вычета расходов дополнительно приобрести для Вас более 15 луидоров за каждый. Ни один здешний механик не должен будет увидеть эти иглы, не говоря уже о том, что немногих из них следовало бы опасаться. Эти дни я с громадным удовольствием производил всякого рода опыты с этими иглами, из которых достоверно установил, что здесь в Берлине наклонение равно $71^{\circ} 30'$.

[15] Шестой приз за ответ на вопрос о физической причине магнитов Д. Б. разделил в 1746 г. со своим братом Иоганном и французским физиком Du Tour. Этот же вопрос был тщетно

поставлен в 1742 и 1744 гг., а в 1746 г. за него был установлен трехкратный приз, и Мопертюи, который в то время как раз приехал в Базель, настойчиво упрашивал братьев Бернулли исследовать его. Даниил пояснил ему, что уже записал некоторые свои мысли о нем, которые, однако, его не удовлетворили, а затем, полушутя, сказал Иоганну, что готов отдать ему свои наброски, если он станет над ними работать и хотел бы разделить с ним приз, оказавшись суждение благоприятным для них.

Иоганн принял это предложение, и исход неожиданно оказался счастливым. Об этом Даниил написал Эйлеру 29 июня 1746 г.:

Я поздравляю Вас с присуждением части Парижской премии. Вопреки всем ожиданиям, я со своим братом также получил ее часть. Если бы я в малейшей степени льстил себе, тем, что о наших идеях будут так много рассуждать, я бы их лучше разработал. Весь труд занимает едва лишь 2 листа¹⁹, и в нем рассмотрены лишь несколько основных явлений. Впрочем, идеи были вполне новы и могли бы поэтому принести физике некоторую пользу.

Седьмой приз Бернулли поделил в 1747 г. с неизвестным, в котором ошибочно предположил Эйлера, за лучший метод определения времени на море при невидимом горизонте [1750/42]. Об этом он написал Эйлеру 29 апреля 1747 г.:

Я только что услышал из Парижа, что мне присуждена половина двойной премии за этот год, вторую же половину приписывают Вам. Если Вы участвовали в конкурсе, то я нисколько не стал бы сомневаться в этом и хотел бы тогда заранее сердечно Вас поздравить.

В Париже я более счастлив, чем в Берлине [см. vii, § 2]. Несмотря на это, сомневаюсь, что буду и в дальнейшем участвовать в конкурсах. Боюсь, что мое счастье может в конце концов иметь скверные последствия, а именно, что научное сообщество начнет отыскивать в этом какую-то предпочтительность, хоть я и скрываюсь [под девизами] как только могу.

Несмотря на свое последнее замечание, Д. Б. еще многожды участвовал в конкурсах и в 1751 г. получил восьмую, притом двойную премию за ответ на вопрос о природе и причинах течений и о лучшем способе наблюдать и устанавливать их [1769/44]. В 1753 г. ему присудили девятую премию за наилучший способ способствования действию ветра на большие суда либо при помощи весел, либо каким-либо другими возможными средствами [1769/47].

И, наконец, в 1757 г. Бернулли получил десятую премию, ответив на вопрос о наилучшем способе уменьшить боковую и килевую качки судна без заметного ухудшения каких-либо хо-

роших качеств, которые должны были быть приданы ему при постройке [1771/48].

Жил бы Эйлер, получивший 12 премий полностью или частично в своем родном городе, Парижская академия, которая многие десятилетия предпринимала почти излишние усилия для исследования посланных ей конкурсных математических сочинений, она могла бы без существенных ошибок неизменно отправлять премии в Базель²⁰.

[16] Уже упомянутые решения конкурсных задач на 1725, 1734, 1740 и 1747 гг. и прежде всего рассмотренный нами подход Д. Б. к теории тяготения (§ 13) уже ввели бы его в ряды самых заслуженных в астрономии деятелей, но осталось еще нечто, притом относящееся ко многому, помимо исследования Mallet (Вольф 1859, с. 249 – 268). Так, в качестве члена Петербургской академии, Бернулли (1728/81) он обсуждал там выступление Делиля (1728) по вопросу о возможности установить истинную систему мира и доказать вращение Земли, исходя из одних только астрономических фактов^{XVI/66} и кроме того опубликовал многие ценные астрономические мемуары^{XVII/67}. И практическая астрономия не оставалась совсем чуждой ему. Фон Цах (год?) приобрел математические и астрономические книги из наследия Д. Б., и среди них редкое собрание всех томов *Connaissances des temps* с 1679 г. и обнаружил в томе за 1736 г. записку, написанную рукой Бернулли, с наблюдениями всего полного лунного затмения 26 марта 1736 г. Впрочем, для регулярных наблюдений у него не было возможностей, что он указал в письме 1769 г., которое я опубликовал в 1853 г. в *Berner-Mitteilungen*, не было и никаких внешних побуждений к этому.

Далее, следует упомянуть, что ввиду его повторных представлений часы в Базеле, которые длительное время (полагают, что со времени Базельского договора 1499 г. (Basler Concil)) показывали в полдень час дня, были в 1779 г. переставлены в соответствии с принятым в остальном мире. Эта реформа оказалась совсем не легкой, и помимо прочего вызвала к жизни карикатуру, которая до сих пор входит в собрание иллюстраций в базельском Antistitium. На ней показано, что именно Д. Б. пытается перевести часовую стрелку с 1 на 12. Реформу поддерживали торговцы, но портные, сапожники и пр. пытались, напротив, воспрепятствовать непопулярному новшеству, магистрат же был бессилен.

[17] И, наконец, возможно упомянуть и мемуар Бернулли (1778/72) [...] ²¹. Этот последний приводит нас к обсуждению многих других приложений теории вероятностей к гражданской жизни. В 1760 г. Д. Б. послал Парижской академии мемуар [1766/51] о вариоляции оспы [...]. На ту же общую тему он представил Петербургской академии работы по продолжительности женитьб [1768/56], соотношению мужских и женских рождений [1770 – 1771/59] и т. д. Статистические темы различного рода также интересовали его²². Так, например, в 1764 г. он написал доктору Хирцелю в Цюрих:

Как полезно было бы выяснить для каждого климата соотношение болезней, которые губят людей, и выделить из них должным образом эндемические. Так называются все болезни, которые одолевают и губят жителей данной местности относительно чаще чем в других районах²³. Мне кажется, например, что в нашем Базеле большое число погибает от инсульта. Если эта догадка будет обоснована, то следовало бы подумать о причине этой болезни и всё хорошенько исследовать. Притом же нужно заметить, что все не слишком населенные города, к тому же состоящие из неизменных родов, после многих лет обременяются наследственным и преобладающим признаком. Среди почтенных семей в нашем Базеле инсульт распространен больше, чем в других, и много у нас скрюченных и сутулых, однако не припомню, чтобы в многолюдном Петербурге видел хоть одного такого.

Вряд ли случалось, чтобы иностранный член Парижской академии наук не принадлежал бы в то же время и к другим научным обществам, так что и Д. Б. присоединил к своему диплому много других. Берлинская академия приняла его в 1747 г., Королевское общество – в 1750 г., Бернское экономическое общество – в 1762 г., Физическое общество в Цюрихе – в 1763 г., Маннхеймское общество – в 1767 г., Кондорсе же [iii, § 1] добавил Болонский институт [университет] и Туринскую академию²⁴.

И, соответственно, он находился в довольно активной переписке, а имена Кондамина, Буге, Клеро, Мопертюи, Лаланда, Бюффона, Ламберта, Леонарда и Иоганна Альбрехта Эйлера, Лагранжа, Mallet, Jallabert и др. свидетельствуют, что она имела серьезное научное значение. Многие письма опубликовал Р. Н. Fuss (1843), который включил в свой сборник 37 писем Д. Б. Гольдбаху за 1723 – 1730 гг.; 58 писем Л. Эйлеру за 1726 – 1755 гг. и 5 – Николаю Фуссу за 1773 – 1778 гг. Я сам опубликовал выдержки из различных писем к Mallet и т. д.

[18] И всё же большая их часть не была еще использована и в лучшем случае хранится неизвестно кем. Установлено, что вся переписка Д. Б. после его смерти попала в руки его племянника, Иоганна III, потому что Scheibel написал 1 ноября 1796 г. из Бреслау Кестнеру в Гёттинген:

В августе меня неожиданно посетил в Берлине Директор [математического класса Берлинской академии] Бернулли, отменно добродушный человек. Весьма печально только, что он в свои юные годы, при усердных [астрономических?] наблюдениях в суровую зиму, настолько повредил свой слух, что должен теперь неизменно пользоваться слуховой трубкой. Переписка Даниила Бернулли находится у него. Я предложил ему передать ее с разъяснительными примечаниями в формате Commerc. Epist. Leibn. Vern., но только какому-либо иностранному издателю в Лозанне, Женеве и т. д. и не [исключи-

тельно] для подписчиков. Он поехал отсюда в Oels к герцогу, с которым хорошо знаком по Берлину.

На самом деле Иоганн III сам раньше хотел опубликовать по меньшей мере отдельные письма. Действительно, во втором томе выпущенной им немецкой переписке Ламберта (Ламберт 1781 – 1784) он четко указал:

Важная переписка Ламберта с моим дядей, Д. Бернулли, будет включена в первый том французской научной переписки.

Этот том, к сожалению, так и не вышел, а мои собственные последующие (в 1847 и 1848 гг.) исследования ни по переписке, ни в результате поездок успеха не имели (Вольф 1859, с. 87 – 88). Лишь в ноябре 1858 г., после публикации биографии Иоганна [I?] Бернулли, пулковский астроном Вагнер известил меня о том, что в биографии герцога Эрста II из Sachsen-Gotha²⁵ (Beck 1851) при перечислении приобретенного для его библиотеки материала имеются следующие записи: 1793, дек. 7, у Иоганна Бернулли в Фридрихсфельде возле Берлина, 860 талеров и 1799, 26 июля. У директора [математического класса Берлинской академии] Бернулли в Кёпенике²⁶ 300 луддоров за рукописи его отца, примерно 100 томов и связок.

Возможно, что там находятся некоторые утерянные письма. После этого я обратился к профессору Хабихту в Готе, который любезно сообщил мне 22 декабря 1858 г. более четкие сведения и даже переслал мне обзор имевшихся писем. В соответствии с этими данными собрание [писем] в Готе, видимо, состояло в основном из писем братьев Бернулли, т. е., разумеется, главным образом копий и выдержек из них.

Иоганн I представлен более всего, но его главные корреспонденты (Вольф 1859, с. 87) либо совсем отсутствуют, либо писем всего несколько. Далее, Николай II: несколько писем Даниилу; Даниил: письма Иоганну II, Габриелю Крамеру, Эйлеру, Ламберту, Фонтенелю и некоторым другим, хоть и не в большом количестве: Иоганн II: несколько писем Мопертюи, Кондамину, Ламберту, Кестнеру, Forgey и другим; наконец, Якоб II: несколько писем Иоганну III.

Весьма желательно опубликовать надлежащие выдержки из этого собрания, которые наверняка заполнят многие неизвестные места в истории математических наук, но еще желательнее разыскать остальную часть переписки [рода] Бернулли, потому что из содержащегося в Готе достаточно очевидно, что Иоганн III, который, как известно, вечно нуждался, не сумев продать целиком всю великолепную коллекцию писем своей династии, разделил ее на части, и что герцог Эрнст II смог приобрести лишь ее остаток, основное же было уже распродано другим²⁷.

[19] В заключение добавим сведения о характере Даниила Бернулли, о его последних годах и о его смерти. Он был, как уже показывает его удачный приложенный [к тому Вольф (1860)] портрет, очаровательным, мягким и дружественным человеком, притом хорошим собеседником, обладавшим не только изрядно распространенным даром рассказчика, но и талантом слушателя. И не следует сомневаться, что стал бы он и хорошим супругом и отцом, реши он, как сам выразился, *подвергнуться опасности потерять свободу и покой* [см. Кондорсе [iii, § 16]].

Он придерживался простых и правдивых моральных ценностей, но не уклонялся от радостей жизни, занимался благотворительностью, хотя главным образом втайне^{XVIII/77}, был благочестив, но не ханжа. Тех незнакомых, которые хотели бы его повидать как достопримечательность, он, особенно в более поздние годы принимал в лучшем случае весьма неохотно. Напротив, очень любил посещения друзей и коллег и никогда не давал им почувствовать свое высокое научное положение. Вот что рассказал Jetzler своему другу Jeanneret в письме 27 июля 1772 г.:

Проезжая через Базель, я имел удовольствие видеть братьев Бернулли, чья вежливость, особенно Даниила, меня совсем очаровала. По существу я обнаружил, что этот великий геометр – самый любезный человек в мире. Ведь я мог бы многое рассказать Вам, потому что Вы знаете его достаточно. Дан. Бернулли пришел повидаться со мной туда, где я поселился (venait me voir dans la couronne, où j'étais logé). Бог мой, я был поражен, это было уж слишком для мат. первого ранга придти к человеку, который начал заслуживать себе место лишь среди последних. Эта честь мне очень бы польстила, коль скоро я ее заслуживал, но не должен ли был я покраснеть?

28 августа Jeanneret ответил:

Я очень рад, что Вы видели г. г. Бернулли. Хорошо знаю, что Даниил нравится Вам больше, чем его брат. Это – очень честный человек, но я удивлен, что он не заговорил с Вами обо мне. В остальном же я теперь припоминаю, что Вы быть может не сказали ему, что провели здесь зиму.

Д. Б. охотно помогал начинающим ученым и, например, не считал ниже своего достоинства посещать их лекции, чтобы поддержать своим присутствием и их, и слушателей. Так, Абель Socin^{XIX/78-79} описал в своем дневнике:

В 1760 г. я получил из Парижа письма Франклина об электричестве и изучал со своим другом Фюрстенбергом^{XX/80} их содержание день за днем в течение шести недель с девяти вечера до часу ночи. Мы кроме того приобрели большинство

приборов и затем я прочел об этом два курса. Однажды профессор Бернулли сам пришел на лекцию, после которой я сказал слушателям, что если они захотят узнать что-либо получше, то должны будут обратиться к этому настоящему профессору.

Он не был, как это часто бывает с родителями, ревнив и, напротив, радовался, когда люди помоложе примыкали к нему в заботе о науках, и, весьма довольный, так и написал 13 марта 1778 г. в Петербург Фуссу по поводу упомянутого Socin:

У нас в городе на самом деле многие имеют физические кабинеты, довольно хорошо укомплектованные, особенно в области электричества, и эту группу людей вскоре пополнит профессор Socin, который весьма успешно работал в Ханау-ан-Майн²⁸, но заявил, что хочет вернуться на родину и занять (retourner dans sa patrie, а été mis dans le senaire pour remplir) доставшееся ему по жребию свободное место в нашем большом Совете. Он – автор недавно опубликованного трактата (1777 и 1778) об истинных принципах и действиях электричества^{XXI/81}.

Собственные лекции Д. Б. по физике, весьма примечательные по дару упрощения и способности наименьшими средствами достигать существенного в выводах [формул] и исследованиях, он продолжал читать до 1776 г., затем отдал их своему племяннику Даниилу^{XXII/82}, а когда того в 1780 г. повысили, и он стал профессором красноречия, – попросил его младшего брата Якоба^{XXIII/83} заменить Даниила. Не то, чтобы, как неверно сообщил Holzhalb, убывание духовных сил его склонило к этому, ибо его последние труды свидетельствовали о полной силе, а Кондорсе [iii, § 18] с полным правом сказал о нем:

Его последние труды еще были достойны его имени, и то, чего он достиг в возрасте, в котором столько людей обречены на бесполезное существование, достаточно, чтобы составить репутацию другому геометру.

Но его физические силы, которые никогда не были очень уж большими, оказались теперь недостаточными; именно, весьма неприятная астма становилась всё опаснее, и в письме Эйлеру, который вновь попытался убедить его принять приглашение в Берлин и которое попало к Фуссу между 1754 и 1766 гг.²⁹, он пожаловался:

Возраст и здоровье мешают мне принять его. Малейшая работа истощает меня, и я не более, чем калека (depointain). В Пруссии я провел бы лишь слабый и бесполезный остаток жизни, почти истраченной в России и Швейцарии.

И не следует поэтому удивляться тому, что 7 июня 1777 г. в письме Фуссу в Петербург о *слабостях, неотделимых от старости*, мы видим стенания, ни тем менее тому, что он добавил:

К этому естественному состоянию изнурения и страдания присоединилась катаральная лихорадка, достаточно серьезная, чтобы угрожать и более сильного человека, но оказавшаяся не в состоянии добиться своей цели.

Представляется, что то было одним из последних его писем. В последующие годы его состояние существенно ухудшилось, и в начале марта 1782 г. недуги вряд ли стали давать ему возможность владеть умом и чувствами более нескольких часов в сутки. Утром 17 марта 1782 г. Д. Б. спал необычно сладко и спокойно, так что его слуга подумал, что тот сможет в скором времени встать на ноги, но, войдя снова в спальню, застал своего господина мертвым. Несмотря на глубокую старость покойного, потеря для рода, для родного города и для всего научного мира произошла потому, что его всюду любили и уважали и у него не было врагов^{XXIV/84}. Неудивительны были поэтому всеобщий траур, различные попытки отметить память о нем и почетные отголоски в письмах его современников. Например, 3 апреля 1782 г. Jeanneret писал Jetzler:

В тот самый день 17 марта, когда Вы мне написали, Даниил Бернулли покинул наш мир и быть может заснул вплоть до страшного суда, о чем Вам без сомнения уже известно. Но вот новая потеря для науки: это – великий человек, по меньшей мере в этом мире, но в нем я теряю и хорошего друга. Его племянник указал мне, что до конца своих дней он имел светлую голову. Не то, чтобы он был в состоянии размышлять и заниматься столь же трудными предметами как раньше, но, что касается дел в повседневной жизни, или совета о каком-либо событии, он неизменно оставался в том же присутствии духа,. Желательно, чтобы такие умные люди могли оставлять свой разум остающимся здесь как Илия³⁰, оставивший свой разум ученику, отдав ему свою одежду. Что касается меня, то я намного охотней завладел бы одеждой, оставленной Даниилом Бернулли, если бы знал, что она обладает тем же свойством. Он любил славу, но не искал ее, делая себя менее понятным. Напротив, он любил ясность и облегчал самые трудные предметы.

И затем 30 апреля 1782 г. Jetzler написал Иоганну III в Берлин:

Ваше Высокоблагородие потеряли своего дядю, а математическая физика – своего величайшего человека, я же, пусть бы я мог тоже немного получить в подарок что-то из образа мыслей этого великого человека. Он явно был первым любим-

цем природы; она раскрывала ему свои тайны. Другие великие люди погружались в мир лишь возможного и часто удовлетворялись предположениями, он же исчислял истину.

И мы закончим словами Кондорсе [iii, последние строки его *Похвального слова*]:

Оплаканный своей семьей и жителями города, которые чтили его гениальность и добродетель, он оставил наукам памятники, которые никогда не были освящены блеском; ученым – полезные наставления в искусстве наслаждения славой и ее сочетания с отдыхом и рассуждениями; и всем людям – пример счастья в склонности к уединению, любви к учению и мудрости^{XXIV/84}.

Примечания автора

^{I/1} Кроме Кондорсе [iii], переведенного и комментированного Даниилом П Бернулли на немецкий язык (Базель, 1783), я использовал соответствующую статью Лакруа (1811), книгу Р. N. Fuss (1843), переписку Scheuchzer, Mallet, Jetzler [источники не указаны] и т. д. и т. п. По поводу Иоганна I Бернулли я сошлюсь на свою статью (1859, с. 71 – 104) и в качестве дополнительного источника укажу автобиографию Риттера (Ritter, *Börner Nachrichten*, Vd. 2). Он сообщает:

Чтобы составить набросок жизни великого Иоганна I, нужно знать, что тот, кто в то время желал с пользой посещать его лекции, должен был уже хорошо владеть алгеброй. Для Иоганна эта тема была слишком незначительной, чтобы долго задерживаться на ней со своей обычной отчетливостью, и поэтому он и в эти последние годы весьма неохотно читал лекции по геометрии и алгебре. Для него речь должна была идти о трансцендентностях, в которые он полностью погружался и на которых так долго останавливался, пока слушатели не получают о них четкое понятие.

*Он вполне мог охотно допустить, чтобы студенты к нему обращались с сомнениями, которые он с полной готовностью разрешал. И хоть в остальном он имел свирепый нрав, но целое общество мог развлекать своими внезапными осмысленными идеями, так же и на своих лекциях он был очень прилежен и его вообще-то тягостная подагра не могла его от этого удерживать. Иоганн сочинял безупречные сатирические стихи на латинском языке и заслужил себе место между Марциалом и Оуеном. Французским языком он владел вполне и совершенно особой чести он достиг тем, что королевское Парижское научное общество [Академия наук] заявило, что после того, как он заслужил три премии, оно больше не будет их присуждать ему, чтобы не вызвать у других иностранцев ревности и подавленности [А как же Эйлер и Даниил Бернулли?]. Он был очень щедр и часто отдавал неимущим студентам принадлежавший ему *Sostium*.*

^{III/11} Эммануил Кёниг из Базеля (1658 – 1731), профессор греческого языка, затем физики, а в то время – медицины, позднее стал тестем брата Даниила, Иоганна II. [...] Его сына также звали Эммануил. [...]

^{III/15} Книга Бернулли (1724/4) относилась к рядам, теории вероятностей, истечению воды и т. д., к решению задач Риккати и Гольдбаха и т. д. Вопросы чистой математики, а именно теории рядов, составили содержание и его дальнейших трудов, опубликованных в Петербурге, Лейпциге и т. д. Как характерное следует подчеркнуть, что для определения суммы бесконечного ряда, члены которого периодически составляли определенные суммы, он применял теорию вероятностей. Далее, он (77/1747) весьма

благоприятно отозвался о сочинении Клеро [1746], упомянутом в заглавии указанного сочинения.

^{IV/22} Иоганн II Бернулли родился в Базеле 18 мая 1710 г. Уже в 1721 г. он поступил в университет, заслужил первую ученую степень за доклад (1723) и стал одновременно с Эйлером магистром за второй доклад (1724). После отдыха в Bivis [Vevey, Швейцария] он начал изучать юриспруденцию и заслужил ученую степень за диссертацию (1729). В 1731, 1734 и 1746 гг. безуспешно пытался получить профессию по юриспруденции и попутно изучал математику по наставлениям своего отца, притом с большим успехом, см. Прим. XII/55. Его поездка за Даниилом и их обратный путь обсуждаются в нашем основном тексте, а его дружба с Мопертью последующие поездки – в Прим. VIII/36.

В 1744 г. он женился на Сусанне Кёниг (ср. Прим. III/11), которая подарила ему не только многократно упоминаемых ниже сыновей Иоганна III, Даниила II и Якоба II, но и еще двоих, Эммануила, коммерсанта, и Николая, химика и аптекаря. После смерти Даниила он стал его преемником в качестве иностранного члена Парижской академии наук, а еще до того – членом академии в Берлине, Стокгольме и др. Он обладал сильным духом, но был слаб телом и потому уклонялся от серьёзных напряжений. В общении проявлял робость и неуверенность, но письма его были очень бойкими, и в них он оказывался весьма находчивым в употреблении латинского и французского языков. Помимо работ на конкурсы Парижской академии, некоторых научных сочинений, написанных по случаю, и статьи (1740) он более ничего не опубликовал. Умер он 17 июля 1790, см. Вольф (1859, с. 67 – 68).

^{V/33} Габриель Даниил Фаренгейт из Данцига, который после неудачных занятий торговлей стал в Голландии фабрикантом термометров. На своем спиртовом термометре он установил две постоянные точки, вначале погружая его в смесь льда, воды и нашатыря, затем – в смесь только первых двух составляющих. Интервал между этими точками он разделил на 32 части, а точку кипения воды не использовал.

^{VI/34} Иосиф Николай Делиль обратился к математике и астрономии поздно в жизни, но с таким рвением, что Петр I и Екатерина II попытались переманить его из Парижа в Петербург, что в конце концов и удалось, и он довольно долго пробыл в России (с 1725 по 1747 гг.). В 1733 г. он представил в Петербургскую академию ртутный термометр, для которого принял за нуль точку кипения воды, второй фиксированной точки не установил, а за цену деления [за градус] принял 1/10 000 объема ртути при 0°, так что при принятии им направления отсчета температуры точка таяния льда соответствовала делению 150.

^{VII/35} [В Гааге им показали место, на котором был убит де Витт.] В свои юные годы Ян де Витт (1625 – 1672) отличился как математик, а именно как один из первых, усвоивших и усовершенствовавших аналитические методы Декарта. Позднее он посвятил себя политической карьере, стал Великим пенсионарием [высшим должностным лицом провинции Голландия (Республики соединенных провинций, современных Нидерландов)] и использовал всё свое влияние, чтобы по возможности держать дом Оранского подальше от исполнительной власти. По этой причине он оказался заклятым врагом партии оранжистов, и весьма вероятно, что они либо непосредственно, либо по меньшей мере посредством распространения подлых слухов привели 20 августа 1672 г. в Гааге к стечению толпы, которая растерзала де Витта и его брата Корнелия. Не удовлетворившись смертью тех, кого они раньше восхваляли, разъяренная толпа затащила тела убитых на виселицу и повесила их голыми вниз головой (что удостоверяется многочисленными старинными медными гравюрами во владении цюрихской городской библиотеки) и не уставая издевалась над трупами. Лишь вечером по приказу Генеральных штатов [парламента] удалось рассеять толпу и похоронить мертвецов, однако распоряжение наместника, принца Вильгельма III Оранского, о расследовании дела и наказании убийц оказалось безрезультатным, с другой стороны, он не осмелился воспрепятствовать чеканке медалей в память погибших братьев. В дальнейшем он

сам должен был засвидетельствовать, что они были превосходными членами магистрата и истинными республиканцами.

^{VIII/36} В 1729 г. Мопертюи, уже будучи членом Парижской академии наук, приехал в Базель, чтобы послушать Иоганна I и близко сошелся с Иоганном II, тот же в 1739 г. посетил Мопертюи в Париже, познакомился там в маркизой Du Chatelet и после ухода Кёнига (Вольф 1859, с. 151 – 153) надолго задержался у них, чтобы лучше усовершенствовать её математику. Мопертюи неоднократно посещал в Базеле Иоганна II, который неизменно оставался в дружеских отношениях с ним, ухаживал за ним во время его смертельной и мучительной болезни. Там Мопертюи, отчаявшись от жизни и скончался 27 июля 1759 г. на руках у Иоганна II, который позаботился об установке красивого памятника, украсившего могилу покойного в Дорнахе в Швейцарии.

Чтобы сохранить эту истинную дружбу Иоганн II наверняка должен был выносить ничем иным не обоснованный упрек в том, что разделял с Мопертюи гнусные и вполне отрицательные религиозные взгляды, так что 4 марта 1763 г. едва ли не очень терпимый Бонне (Bonnet) написал Халлеру (Haller):

[...] Меня уверяли, что неверующий Мопертюи так и умер на руках своего друга, столь же неверующего Иоганна II. Я очень хотел бы узнать подробности о последних часах этих явных врагов людского благополучия.

^{IX/39} Кроме работы (1721/2) и двух также ранних мемуаров [1728/10, 11] Бернулли видимо ничего иного, относящегося к этой теме, так и не опубликовал.

^{X/51} Заметно поэтому, какую светлую память о себе оставил Д. Б. в Петербурге. И вообще он неизменно оставался членом тамошней академии, которая выплачивала ему пенсию, и время от времени отсылал ей мемуары для публикации. Желательно указать здесь также, что он был одним из семи иностранных ученых, которым императрица Екатерина II подарила памятные золотые медали по случаю ее [успешного] первого мира с Турцией [в 1774 г.] и что позднее Даниил Бернулли передал и эту, и другие медали, которые он получал вновь и вновь, в Базельскую библиотеку.

^{XI/53} Например, Иоганну I Бернулли и в некоторых иных случаях, когда это считалось желательным (Вольф 1859, с. 83).

^{XII/55} Он уже в то время получил четыре премии, о трех из которых мы указали ранее (Вольф 1959, с. 93), и четвертую, в 1746 г., – третью часть тройной премии, равной 7500 ливров, за природу магнитов [1748/41], – разделив ее со своим братом, см. ниже.

^{XIII/57} Кондорсе [iii, § 4] и другие биографы ошибочно указывают, что Даниилу кроме физики поручили преподавать и спекулятивную философию. Напротив, его оставили в качестве экстраординарного профессора с правом голоса на факультете медицины.

^{XIV/60} Помимо многих мемуаров, весьма важных и частично написанных в достойном состязании с Эйлером, о колебании струны и гибких пластинок, особо следует упомянуть его доказательство параллелограмма сил [1728/9] и первого доказательства указанного его отцом принципа виртуальных скоростей, равно как и его сочинение [1728/11], в котором Д. Б. пытался определить положение и величину невосприимчивого [слепого] пятна при входе зрительного нерва и т. д.

^{XV/63} Например, при ответе на конкурсный вопрос 1740 г., см. § 14.

Намного вернее (Шпейзер 2008, с. 110), что Иоганн *не был ни картезианцем, ни ньютономцем*. И на с. 259: *Определённой целью Эйлера было распространить ньютоново основание механики также и на другие отрасли науки*. О. Ш.

^{XVI/66} Оба докладчика сошлись на том, что в то время ответ на указанный вопрос должен был быть отрицательным, но что коперниканская система мира уже заключала в себе доказательство истинности вращения Земли.

^{XVII/67} Таков, например, мемуар [1735/17]. Нельзя также упустить и его последний мемуар [1780/73].

^{xviii/77} Стало известно, что в 1762 г. он передал университету 50 дублонов [золотая монета, в данном случае видимо швейцарская], чтобы ректоры могли расходовать проценты за них на выдачу некоторых сумм бедным проезжавшим студентам.

^{xix/78-79} Его внук, член муниципалитета Петр Мериан в Базеле, благосклонно сообщил, что Иоганн Абель Socin из Базеля, родившийся там 16 января 1729 г. и учившийся математике у обоих Иоганнов, а у Даниила Бернулли – физике, и у [...] медицине, в 1758 г. стал доктором медицины [после защиты диссертации] под председательством Д. Б., совершенствовался в Лейдене и принял в 1761 г. приглашение стать профессором медицины и физики в гимназии г. Ханау [в Гессене, Германия], где удостоился серьезного одобрения и как учитель, и как врач, и получил звание гессенского надворного советника и придворного врача. Он вернулся в Базель в 1778 г. [...] Умер 24 октября 1808 г., а его любовь к математике и физике унаследовали его внуки, Петр и Рудольф Мериан.

^{xx/80} Иоганн Фюрстенбергер из Базеля родился в 1726 г. и умер вероятно в том же веке за рубежом. Он особо известен как изобретатель электрической лампы (Ehrmann 1780), и по его идее механик Брандер в Аугсбурге [Германия] должен был неоднократно изготавливать их.

^{xxi/81} Оба издания он посвятил Даниилу Бернулли. Переработанную и переведенную на французский язык в 1805 г. вторую часть автор оставил после себя в рукописи. Кроме того, Socin опубликовал мемуар на латинском языке в т. 5 *Act. Helv.* и несколько других статей.

^{xxii/82} См. Вольф (1858, с. 133 – 134), где, впрочем, неверно сказано, что он стал профессором физики. Вплоть до революционных лет он оставался профессором красноречия и умер управляющим администрацией собора. [Трудно сказать до какого именно года; революционные события в Швейцарии начались в 1792 г. и продолжались довольно долго. По поводу должности викария мы можем лишь сослаться на наше Прим. 15.]

^{xxiii/83} Якоб Бернулли, родившийся 17 октября 1759 г., был сыном Иоганна II, учился юриспруденции и защитил диссертацию в 1778 г. Впрочем, помимо того он весьма усердно занимался математикой и физикой, приняв своего дядю Даниила за образец для себя. Он был намного талантливее своих братьев, и после смерти дяди стал бы его преемником после составления *Физических и математических тезисов*, защищенных в 1782 г. Блеск рода Бернулли вспыхнул бы вновь, но жребий для него оказался неблагоприятным. [...] Позднее он стал профессором математики в Петербургской академии, женился на одной из внучек Эйлера и многократно доказал свои способности к науке в академических изданиях. Однако, 15 августа 1789 г. он утонул при купании в Неве. См. о нем Bernoulli Jacob (1793).

^{xxiv/84} Hutton (1795 – 1796) сообщает [по существу цитируя Кондорсе [iii, § 18]], что в Базеле его весьма уважали, и что у каждого отца одним из первых наставлений своим детям было требование кланяться Даниилу Бернулли.

Примечания переводчика

1. Там его отец стал преемником своего скончавшегося брата, Якоба Бернулли (профессора математики).
2. Иначе: исчисление экспоненциальных функций, проще сказать, их алгебра.
3. Во франкоговорящей части нынешнего кантона Берн.
4. Об этом см. также Смирнов (1959, с. 435 – 436).
5. Не был уверен в себе, см. его Автобиографию 1776 г. (Бернулли 1738/31, перевод 1959, с. 429).
6. Мы можем только указать, что французский эюк был примерно равен рейхсталеру.
7. Автор подробно описывает путешествие братьев, в основном по дневнику Иоганна II, который передал ему внук последнего, “известный технолог” Христоф Бернулли в Базеле. В 1842 г. Тот же Х. Б. из Базеля

опубликовал работу по статистике населения. Выписки из дневника мы пометили курсивом.

8. Тот действительно вернулся (из Марбурга), но лишь в 1740 г.

9. Текст письма, который Вольф действительно привёл, мы поместили в качестве Приложения к данной биографии.

10. Здесь автор приводит обширные выдержки из *Похвального слова* Кондорсе [iii, § 8].

11. Регентом (Правительницей) с 9 ноября 1740 г. до 25 ноября 1741 г. была Анна Леопольдовна, мать несовершеннолетнего Ивана VI Антоновича.

12. Но не к его изданию 1911 г., см. наше вступительное слово.

13. Это противоречит только что сказанному автором.

14. Кондорсе [iii, § 18], видимо, ошибался, утверждая обратное. Эту выдержку мы привели в переводе Смирнова (1959, с. 446), но добавим теперь еще несколько строк оттуда же, отсутствовавших у Вольфа.

15. Сам Бернулли указал в своей Автобиографии 1776 г. (1738/31, перевод 1959, с. 431), что это произошло в 1743 г. и что в 1744 г. он стал деканом капитула. По поводу капитулов в Германии известно (*Энци. Словарь Брокгауза и Ефрона*, полутом 27, 1895), что с течением времени подобные должности превратились в статью дохода для имперской знати.

16. Подобные ошибки всё же следует исправлять.

17. Бернулли несколько раз упоминает механику и гидродинамику Даламбера, но вряд ли названия книг. Мы установили сочинения D'Alembert (1743; 1744; 1752).

18. Не было ли это сказано сгоряча?

19. По 8 страниц, см. Примечание в Приложении.

20. Эту премию Эйлер получил в 1772 г. (Юшкевич 1971, с. 468).

Вообще же премии объявлялись с 1721 по 1781 гг., и снова с 1812 г.

21. Автор не добавил ничего нового по сравнению с поверхностным описанием, данным Кондорсе [iii, § 10].

22. Подразделение последних названных работ на теоретико-вероятностные и статистические здесь весьма неудачно.

23. Эндемическими называются болезни, распространенные повсеместно и зависящие от условий жизни, а также и постоянные для данной местности, обусловленные природой и теми же условиями.

24. Автор не упомянул Петербургской академии, поскольку Бернулли стал ее членом задолго до Парижской.

25. Герцогство в Тюрингии.

26. Фридрихсфельде – название по меньшей мере пяти населенных пунктов в Германии; Köpenick – юго-восточнее Берлина.

27. О собственных усилиях автора по розыску писем см. также Вольф (1959, с. 87 – 88).

28. Возле Франкфурга-на-Майне.

29. Это письмо также опубликовано (P. N. Fuss 1843, t. 2, pp. 653 – 655).

30. См. 4-я Царств, 2.8 – 2.12; упомянутая там милоть – какая-то одежда.

Даты жизни некоторых лиц, упомянутых Р. Вольфом

В квадратных скобках указаны источники сведений о соответствующих лицах, а именно отдельные страницы или биографии в томах сборников Вольфа; римские цифры означают годы издания сборников (1858, 1859 и 1860).

Вагнер А. Ф., 1828 – 1886, астроном в Пулково

Марциал М. В., прим. 40 – прим. 104, римский поэт

Samus C. E. L., 1699 – 1768, математик, механик, член Парижской АН

Cavalleri A., 1698 – 1763, физик

Cramer G., 1704 – 1752, математик [III, с. 203 – 226]

Engelhard N., 1696 – 1765, математик и физик [III, с. 325]

Du Chatelet – Laumont G. E., 1706 – 1749, маркиза

Dutour de Salvert E. F., 1711 – 1789, физик.
De Fontaine J. C. (?), 1715 – 1807, философ
 --- **A. (?)**, 1705 – 1771, математик
Formey J. H. S., Формей Ж.-Л.-С., 1711 – 1797, философ, писатель,
 неперемный секретарь Берлинской АН
Godin L., 1704 – 1760, астроном
Goldbach Ch., 1690 – 1764, математик, член Петербургской АН
Hirzel H. K., 1725 – 1803, врач и ботаник
Holzhalb H. J., 1723 – 1807, историк науки в Швейцарии
Huber J. J., астроном [I, с. 442]
Jallabert J., 1712 – 1768, физик
Jeanneret S. R., член Берлинской АН [III, 213 – 214]
Jetzeler C., 1734 – 1791, физик [II, с. 207 – 230]
Kästner A. G., 1775 – 1806, математик. И Вольф, во всех трех томах
 своих сборников, и Юшкевич (1968) неоднократно упоминают его.
König S., 1712 – 1757 [II, с. 147 – 182]
Mairan J. J. d’Ortous, 1678 – 1771, физик, член Парижской АН
Mallet J. A., 1740 – 1790, астроном [II, с. 249 – 268]
Poleni G., 1683 – 1761, математик, естествоиспытатель
Owen G., Оуен Дж., 1564 – 1622, английский поэт
Scheibel J. E., 1736 – 1809, математик, астроном
Scheuchzer J. J., 1672 – 1733, врач, обучался физике и математике,
 преподавал математику, интересовался наблюдениями и их обработкой в
 естествознании [III, с. 181 – 228]
Schöpflein J. D., 1694 – 1771, историк, юрист
Socin A., 1729 – 1808, физик [I, с. 133]. В 1778 г. посвятил Даниилу
 Бернулли свою книгу *Основы электричества*.
Stähelin B., 1695 – 1750, ботаник, врач, физик [II, с. 111]
Trembley J., 1749 – 1811, юрист, математик
Zwinger T., 1658 – 1724 [III, с. 119 – 132]

Сведения о роде Бернулли

Иоганн I [II, с. 71 – 104]
Иоганн II [III, с. 67 – 68, 93]
Якоб I [I, с. 133 – 166]
Якоб II, 1759 – 1787, член Петербургской АН. См. Общую
 библиографию

Приложение

**Письмо Даниила Бернулли, профессора в Базеле
и члена Петербургской академии наук
Шёпфлингу, профессору в Страсбурге
и члену Королевской академии надписей
[и изящных искусств]
о книге, которую он собирается опубликовать**

Бернулли (*Werke*, Bd. 5. Базель, 2002, с. 87 – 90, французский оригинал; английский перевод: с. 20 – 24. Впервые опубликовано в 1734 г.)

Узнав, что г-н Dulsecker опубликует мой труд, Вы оказали мне честь, попросив кратко описать его. Я счастлив узнать, что Вы всё еще интересуетесь изучением математики и физики, которое в прошлом было так Вам приятно.

Если в предпринятой мной работе есть какое-то доброе качество, мне нетрудно будет показать Вам его, – Вам, так глубоко понимающему всё наиболее надежное и полезное в науках. И поэтому я скажу Вам, что моя работа будет опубликована в книге на латинском языке в четвертую долю листа объемом примерно в $2\frac{1}{2}$ алфавита и включать около 15 отдельных страниц с рисунками¹.

Тема труда – Сила и движение жидкостей, и, чтобы представить ее единым словом, я называю это Гидродинамикой. Ясно, что это – очень широкий предмет, но быть может покажется удивительным, что при моем методе изложения он является, так сказать, совсем новым кроме темы о равновесии жидкостей в покое. Этот вопрос я включил только для того, чтобы моя Система оказалась более полной.

Верно, конечно, что люди всегда размышляли о темах, столь полезных, как относящиеся к движению жидкостей и зависящим от него наукам, но до сего дня никто не проник в достаточной степени в чистую математику и не обладал достаточным знанием принципов механики, которым следует природа, и потому не рассматривал этот предмет успешно. И это – причина, которая обескураживала некоторых ученых, а других заставляла допускать грубейшие ошибки. Что же касается поддержки, которую математика представляет исследованию законов гидродинамики, то в моей работе будет заметно, что очень часто приходится иметь дело с интегрированием, разделением неопределенных количеств, рядами и др., притом большая часть этих операций и понятий была до последнего времени неизвестна даже по имени. И поэтому 50 или 60 лет назад попытка незначительного проникновения в этот предмет была бы слишком рискованной даже для величайшего гения. И даже после изобретения дифференциального, экспоненциального и интегрального исчисления² и т. д. всё еще не было достаточного познания фактов и принципов механики. Вот это и обусловило грубые ошибки у Ньютона в этом предмете³, хоть он и рассматривал лишь простейшие задачи.

Около 12 лет назад мой отец, осознав общность и полезность лейбницевского принципа сохранения живых сил, начал

применять его для весьма простого решения труднейших задач и тем самым заново осветил всю механику⁴. Через четыре года или пять лет после этого, руководствуясь отцовскими открытиями и наставлениями, я приложил тот же принцип, чтобы обнаружить вариации в движении воды, вытекающей из небесного отверстия сосуда. Этот случай, хоть в моем трактате он и из простейших, еще не был исследован, и его можно найти в Бернулли (1729/12).

С тех пор, всё более убеждаясь в плодотворности своих методов, я разрабатывал полную гидродинамическую систему, изучая все виды движений жидкостей, равно как и их влияние и вообще всё, от них зависящее. Таково истечение жидкостей из сосуда произвольной формы через произвольное отверстие; то же истечение при неизменно наполненных сосудах; колеблющиеся движения жидкостей или их движения в попеременно противоположных направлениях и т. д.

Затем я рассмотрел более сложные движения, как те, которые происходят внутри частично погруженных сосудов или в сосудах, состоящих из нескольких полостей и т. д. В этих последних случаях подходящее приложение указанных общих принципов требует совершенно особой осмотрительности, ибо каждый, кто безоговорочно обращается к ним, ошибется так же, как тот, кто возьмется одинаковым образом вычислять движение сталкивающихся упругих и гибких тел. Всё свое исследование я сопровождал самыми обычными примерами, а также и такими, которые представлялись мне самыми полезными для других наук и наиболее влияющими на них.

Далее я также исследовал движение жидкостей, источник которого находился вне их, и эти соображения привели меня к изучению наилучших из известных нам гидравлических машин и к обоснованию преимуществ одних их типов над другими путем сведения их [?] к истинным принципам, о которых никто до сих пор не помышлял. Здесь я доказываю, что для машин существует определенная степень совершенства, которую нельзя превзойти относительно движущих сил, а затем показываю, каким образом обычные машины не достигают указанного совершенства и каково количество потерянных абсолютных сил⁵. Основываясь на этом, я формулирую правила и привожу замечания, которые, как я полагаю, в той же мере важны для механики и твердых, и жидких тел. И таким путем я обнаружил, например, что знаменитая машина Marly, которую весьма точно описал Weidler⁶, обеспечивает лишь 1/56 часть той работы, на которую способна наиболее совершенная идеальная машина.

После этого, на основе принципов архимедова винта и некоторых новых свойств, выведенных из чистой геометрии, я провожу специальное исследование с целью усовершенствования этой машины вплоть до последней степени. Что касается движущих сил, как, например, падения воды, я показываю, как следует применять их с наибольшей выгодой. Далее я перехо-

жу к равновесию упругих жидкостей и [но] прежде всего к воздушной атмосфере⁷.

Этот раздел, который можно было бы назвать аэростатикой, разрабатывался до сего времени незначительно и довольно скверно, и следует заметить, что большинство физиков всё еще подвержено здесь ошибкам, вызванным предубеждениями. Тут я в основном останавливаюсь на наиболее интересных темах физики, механики и астрономии, как, например, на природе и изменениях атмосферы; силе пороха, который рассматривается как значительно сжатый воздух; распространении звука; кривизне луча света, проходящего через атмосферу; на изменениях в показаниях барометра и термометра и т. д. И я также изучаю приведенный в движение воздух и притом несколькими способами.

Впрочем, частью, наиболее полезной для практической механики, является теория, данная мной для абсолютных сил, которые могут быть извлечены из заданного количества упругой и сжатой до определенной степени жидкости. Так, например, наибольшее действие, которое может быть получено от кубического фута воздуха⁷ вдвое плотнее обычного, соответствует поднятию одного фунта на высоту 344 футов или 344 фунтов на высоту в один фут; эти действия следует считать равными друг другу. Одним фунтом пороха можно поднять 183 913 864 фунта на один фут, т. е. добиться наверняка большего, чем могли бы сделать сто человек за день при помощи любых машин.

Кто управляет машинами, не может изучить всё это в достаточной мере, потому что существует бесконечное количество природных тел весьма умеренной цены, заключающих в себе поразительные силы. Я здесь имею в виду абсолютные силы, пропорциональные действиям, которые они могут произвести, как, например, по поднятию определенных грузов на определенную высоту, но совсем не мертвые силы, представляющие собой только давления.

После этого я перехожу к жидкостям, содержащимся в движущихся сосудах, поскольку многие природные явления зависят от их поведения, затем даю теорию равновесия жидкостей, приведенных в движение или проходящих через каналы. Это представляет собой новую науку, и поэтому я называю ее гидравлической статикой. В основном она имеет дело с установлением усилий, с которыми вода воздействует на проходимые ей каналы и которые могут иногда сводиться на нет или даже становиться отрицательными.

Эти факты настолько необычны, что я сам должен был бы затратить уйму усилий, чтобы убедиться в них, если бы мои опыты полностью не соответствовали теории. Эта часть моей работы может оказаться наиболее полезной для установления правильных пропорций водяных трубопроводов, но она также послужит физиологии для осознания строения животных относительно движения жидкостей, давления жидкостей на сосуды и т. д. Статику текущей воды нельзя рассматривать не

зная сути движения, и именно поэтому она до сих пор остается неизвестной. Далее, имеются движения, которые нельзя определить без предварительного рассмотрения этой самой статики, что как раз и не дало мне возможности идти обычным путем, т. е. от изучения гидростатики и гидравлики независимо друг от друга.

Наконец, в последнем разделе я изучаю действие или реакцию воды, истекающей из сосуда, на него самого и толкающей его в противоположном направлении. Ньютон кратко упомянул эту реакцию в первом издании *Математических начал*⁸, но не установил ее должным образом и ничего не сказал о ней в позднейших изданиях своей книги. Мой метод является общим для задач подобного рода, и эта тема предоставляет нам принцип движения, который можно назвать внутренне присущим, и от него зависит, например, движение ракет. Быть может удастся применить его при новом виде судовождения без парусов и весел, что, хоть и слишком ново, не должно отвергаться с порога. Опыты и вычисления, сделанные мной в этой связи, покажут, что можно надеяться на успех. Этот же раздел содержит также размышления об усилиях, с которыми жидкость при падении действует на плоскости и от которых зависит сила ветров и рек, движущих лопасти водяных мельниц и других машин. Мне представлялось, что эта тема до сих пор еще не была рассмотрена должным образом, и я попытался обнаружить ее истинные законы.

Таково краткое описание моей работы. Поскольку она почти целиком нова и принадлежит физике, равно как и математике, я попытался подтвердить основные предложения опытным путем. Эти опыты довольно многочисленны, и их описание приведено в конце каждого раздела вместе с соответствующими размышлениями.

Геометры не составляют наибольшую долю ученых, и поэтому я останавливался на чисто геометрических умозаключениях только в самых необходимых случаях и старался быть в помощь насколько мог более, чем одному виду людей [читателей]. Ибо, написав свою книгу, находясь на службе императрицы России в качестве члена ее Академии наук, основанной Петром I для совершенствования наук и искусств, мой долг состоял в том, чтобы, насколько это было в моих силах, соответствовать славным пожеланиям Их Величеств.

Базель, 25 августа 1734 г.

Примечания

1. В те времена листы нумеровались буквами латинского алфавита (часто без включения букв j, u и w). Таким образом, можно предположить, что *Гидродинамика* должна была содержать $2\frac{1}{2} (23 \cdot 8) = 460$ страниц, фактически же в ней оказалось 312 с 12-ю отдельными страницами, содержащими 86 рисунков. Ред.

2. См. Прим. 2 в основном тексте. О. Ш.

3. Об ошибке Ньютона в первом издании его *Математических начал* см. Предисловие редактора к сочинению Бернулли (1724) в томе 1 его *Трудов*, с. 217 – 225. Ред.

4. См. Иоганн Бернулли (1727). Ред.
5. Иначе: работы. Ред.
6. Weidler (1728). Эта машина представляет собой большую установку с 14 подливными водяными колесами на реке Сена возле Парижа. Ред.
7. Воздух всё-таки не жидкость. О. Ш.
8. Издание 1687 г., кн. 2, Предложение 37, с. 332, или с. 778 – 779 издания [1972 г.] под ред. Коуге́ и Cohen. Ред.

Общая библиография

Библиографию сочинений Даниила Бернулли см. [V].

Антропова В. И. (1972), Дифференциальные уравнения с частными производными. В книге Юшкевич А. П., *История математики с древнейших времен до начала XIX столетия*, т. 3. М., с. 409 – 451.

Райков Т. И. (1938), Даниил Бернулли и его работа в Петербургской академии наук. К двухсотлетию *Гидродинамики*. *Вестник АН СССР*, № 7 – 8, с. 84 – 93.

Смирнов В. И. (1959), Даниил Бернулли, 1700 – 1782. В книге Бернулли (1738/1959, с. 433 – 501).

Тихомиров Е. И. (1932), Инструкции русским метеорологическим станциям в XVIII в. *Изв. Гл. геофиз. обс.*, № 1 – 2, с. 3 – 12.

Шейнин О. Б., Sheynin O. B. (1972), Daniel Bernoulli's work on probability. Kendall M. G., Plackett R. L., Editors (1977), *Studies in the History of Statistics and Probability*. London, vol. 2, pp. 105 – 132. Работы Даниила Бернулли по теории вероятностей и статистике. В книге Шейнин (2007а, с. 118 – 136).

--- (2002), О теоретико-вероятностном наследии Курно. *Историко-математич. исследования*, вып. 7 (42), с. 301 – 316.

--- (2005), *Теория вероятностей. Исторический очерк*. Берлин. Также www.sheynin.de

--- (2006), *Хрестоматия по истории теории вероятностей и статистики*. Берлин. Также www.sheynin.de

--- (2007а), *Статьи по истории теории вероятностей и статистики*. Берлин. Также www.sheynin.de

--- (2007б), *Третья хрестоматия по истории теории вероятностей и статистики*. Также www.sheynin.de

Юшкевич А. П., Youshkevich A. P. (1968), *История математики в России*. М.

--- (1971), *Euler. Dict. Scient. Biogr.*, vol. 4, pp. 467 – 484.

Anonymous (1729), [о Николае Бернулли]. *Commentarii Acad. Sci. Petropol.*, t. 1 за 1727, pp. 482 – 488.

Anonymous (1793), *Histoire précis de la vie* [Якоба Бернулли]. *Nova Acta Petropol.* за 1789, pp. 23 – 32. Со списком сочинений.

Beck A. (1851), *Ernst der Zweite; Herzog zu Sachsen-Gotha und Altenburg*. Gotha.

Bernoulli Daniel II (1783), О нем. *Vita Danielis Bernoulli*. Также *Nova Acta Helvetica*, t. 1, 1787, с. 1 – 32.

Bernoulli Jacob (1782), *Theses physicae et physico-mathematicae quas vacante cathedra physica... 1782 defendera conabitur*, 8 pp. Доклад.

--- (1793), о нем. Аноним, *Histoire précis de la vie*, *Nova acta petropol.* за 1789, 23 – 32. Со списком сочинений.

Bernoulli Johann I, Бернулли Иоганн I (1727), *Discours sur les loix de la communication des mouvement...* В книге автора (1742, t. 3, pp. 1 – 107).

--- (1742), *Opera omnia*, tt. 1 – 4. Hildesheim, 1968.

--- (1937), *Избранные сочинения по механике*. М. – Л.

Bernoulli Johann II (1723), *De nobilissimo conspicillorum ocularium invento*. Доклад.

--- (1724), *Utrum galli praestant anglis inventorum physicorum et mathematicorum laude*. Доклад.

--- (1729), *De compensationibus*. Доклад.

--- (1740), *Réponse à une lettre anonyme sur la figure de la terre*. *J. helv.*

Bernoulli Niklaus (1729), о нем. Аноним, *Commentarii Acad. Sci. Petropol.*, t. 1, за 1727, с. 482 – 488.

Bernoulli R. (1983), *Leonhard Eulers Augenkrankheiten*. In *Leonhard Euler 1707 – 1783*. Basel. pp. 471 – 487.

Biographie (1811 – 1828), *Biographie Universelle*, tt. 1 – 53. Paris. Среди авторов были Лаплас, Понселе и Фурье. Все авторы, правда, были указаны без инициалов, но вряд ли можно сомневаться в их личности.

Bossut C. (1771), *Traité élémentaire d'hydrodynamique*, tt. 1 – 2. Paris.

- (1802), *Histoire générale des mathématiques*, tt. 1 – 2. Paris, 1810.
- Bouckaert L., van der Waerden B. L.** (1982), Комментарий в книге Bernoulli (1982, Bd. 2, pp. 21 – 29).
- Clairaut A. C.** (1746), *Elements d'algebra*. Paris. Ряд последующих изданий, переводы на немецкий.
- Condorcet M. G. A. N.** (1847, перепечатка), *Eloge de M. Le Comte d'Arci. Oeuvres*, t. 2. Paris, pp. 370 – 391. Год первоначальной публикации не указан (не ранее 1779 г., даты смерти d'Arci).
- Crépel P.** (1987), *Le premier manuscrit de Condorcet sur le calcul des probabilités, 1772. Hist. Math.*, vol. 14, pp. 282 – 284.
- D'Alembert J. Le Rond** (1743), *Traité de dynamique*. Paris, 1758, 1796, 1921. *Динамика*. М., 1950.
- (1744), *Traité de l'équilibre et du mouvement des fluids*. Paris, 1770.
- (1747), *Réflexions sur la cause générale des vents*. Paris.
- (1752), *Essai d'une nouvelle théorie de la résistance de fluids*. Paris.
- Delisle J. N.** (1728), *Discours lû dans l'assemblée publique de l'Académie des Sciences 1728, avec la réponse de Bernoulli*. Pétersbourg.
- Dietz K., Heesterbeek J. A. P. B.** (2002), Daniel Bernoulli's epidemiological model revisited. *Math. Biosciences*, vol. 180, pp. 1 – 21.
- Ehrmann F. L.** (1780), *Description et usage de quelques lampes à air inflammable*. Strassbourg.
- Fuss P. N.** (1843), *Correspondance mathématique et physique de quelques célèbres géomètres du 18ème siècle*, tt. 1 – 2. New York – London, 1968.
- Hald A.** (1998), *History of Mathematical Statistics from 1750 to 1930*. New York.
- Henry M. Ch.** (1883), *Correspondance inédite de Condorcet et de Turgot*. Genève, 1970.
- Hutton Ch.** (1795 – 1796), *Mathematical and Philosophical Dictionary*, vols 1 – 2. Hildesheim, 1973.
- Lacroix S. F.** (1811), Bernoulli Daniel. *Biographie* (1811 – 1828, t. 4, pp. 326 – 327).
- Lagrange J. L.** (1788), *Mécanique analytique. Oeuvres*, tt. 11 – 12; 1811 – 1815; tt. 1 – 2. Paris. 1888 – 1899, Перепечатка третьего издания 1853 г.
- Lambert J. H.** (1781 – 1784), *Deutscher Gelehrter Briefwechsel*, Bde 1 – 5. Hrsg. Johann II Bernoulli. Berlin.
- Leibniz G. W., Лейбниц Г. В.** (1704, нем. и франц.), *Новые опыты о человеческом разуме*. М. – Л., 1936.
- Ritter** (год?), *Börner's Nachrichten*, t. 2.
- Socin A.** ((1760), *Tentamina electrica in diversis morborum generibus. Acta Helvetica*, t. 5.
- (1777 – 1778), *Aufgangsgründe der Electricität*. Hanau.
- Speiser D.** (2008), *Discovering the Principles of Mechanics*. Basel.
- Speiser D., et al** (1987), Комментарий в книге Bernoulli (1987, Bd. 3, pp. 4 – 5).
- Straub H.** (1970), Bernoulli Daniel. *Dict. Scient. Biogr.*, vol. 2, pp. 36 – 46.
- Süssmilch J. P.** (1775 – 1776), *Göttliche Ordnung*. Göttingen – Augsburg, 1988.
- Todhunter I.** (1865), *History of the Mathematical Theory of Probability*. New York, 1949, 1965.
- Weidler J. F.** (1728), *Tractatus de machinis hydraulicis toto terrarum orbe maximis ... Vitembergae*, 1733.
- Wolf R.** (1858 – 1862), *Biographien zur Kulturgeschichte der Schweiz*, Bde 1 – 4. Zürich.
- Zach F. X. von** (год?), Сообщение о наблюдении лунного затмения Даниилом Бернулли. *Geogr. Ephemeriden*, Bd. 4. На самом деле журнал в начале назывался *Allgemeine geogr. Epemeriden*, (51 или 54 тома в 1798 – 1816 гг.), затем *Neue allg. geogr. Ephemeriden* (31 том в 1817 – 1831 гг.).

Библиография
Daniel Bernoulli, Даниил Бернулли

На основе списка в *Трудах* Бернулли (т. 5, с. 721 – 727), составленного Штраубом (H. Straub) и дополненного тремя соавторами (P. Radelet-de Grave, V. Scheuber, M. Mattmüller)

Штрауб, как очевидно, разбил общий список на подпоследовательности в соответствии с местами публикаций (с журналами и т. д.). Названия журналов мы сохранили только в тех случаях, когда мемуары не были (еще?) включены в вышедшие тома *Трудов* Бернулли (указаны в квадратных скобках). Последние 8 мемуаров были обозначены не номерами, а буквами; мы присвоили им номера 76 – 83.

Несколько менее полный список, притом с менее полными библиографическими описаниями, приложен к статье Штрауб (1970). В частности, в нем отсутствуют указанные выше мемуары 76 – 83.

Сокращения

CP, NCP = *Commentarii, Novi Commentarii Acad. Scient. Imp. Petrop.*

Mém. Berlin = *Mém. Acad. Roy. Sci. et Belles Lettres Berlin*

Mém. Paris = *Mém. math. phys. Acad. Roy. Sci. Paris*

Prix = *Pièces qui ont remporté les prix de l'Académie Royale des Sciences Paris*

1 (1721), *Dissertatio inauguralis physico-medica de respiratione*. Basel [1, с. 61 – 83].

2 (1721), *Positiones miscellaneae medico-anatomico-botanicae*. Basel [1, с. 85 – 91]

3 (1722), *Theses logicae sistentes methodum examinandi syllogismorum validitatem...* [1, с. 257 – 264].

4 (1724), *Exercitationes quaedam mathematicae* [1, с. 297 – 362].

5 (1724), *Notata in praecedens schediasma Illustr. Co. Jacobi Riccati* [1, с. 272 – 274].

6 (1725), *Explanatio notationum suarum, quae exstant suppl. t. 8, sect. 2* [1, с. 346 – 349].

7 (1725), *Solutio problematis Riccatiani propositi in Acta Lips.* ... [1, с. 349 – 351].

8 (1725), *Discours sur la manière la plus parfaite de conserver sur mer l'égalité du mouvement des clepsidres ou sablières* [7, с. 221 – 239].

9 (1728), *Examen principiorum mechanicae, et demonstrationes geometricae de compositione et resolutione virium* [3, с. 119 – 135]. Франц. перевод 1987 г.

10 (1728), *Tentamen novae de motu musculorum theoriae* [1, с. 92 – 103].

11 (1728), *Experimentum circa nervum opticum* [1, с. 104 – 106].

12 (1729), *Theoria nova de motu aquarum per canales quoscunque fluentium*. CP, t. 2 for 1727, с. 111 – 125.

13 (1729), *De mutua relatione centri virium, centri oscillationis et centri gravitates...* [3, с. 136 – 144].

14 (1729), *Dissertatio de actione fluidorum in corpora solida et motu solidorum in fluidis*. CP, t. 2 for 1727, с. 304 – 342; Продолжение: CP, t. 3 for 1728, с. 214 – 229.

15 (1732), *Methodus universalis determinandae curvaturae fili...* CP, t. 3 for 1728, с. 62 – 69.

16 (1732), *Observationes de seriebus quae formantur ex additione vel subtractione quacunquе terminorum se mutuo consequentium...* [2, с. 49 – 64].

17 (1735), *Problema astronomicum inveniendi altitudinem poli una cum declinatione stellae ejusdemque culminatione...* [1, с. 443 – 447].

18 (1735), *Theorema de motu curvilineo corporum, quae resistentiam patiuntur velocitatis suae quadrato proportionalem...* CP, t. 4 for 1729, с. 136 – 143. Продолжение (1738): CP, t. 5 for 1730/1731, с. 126 – 142.

- 19 (1735), Experimenta coram societate instituta in confirmationem theoriae pressionum quas latera canalıs ab aqua transludente sustinent. CP, t. 4 for 1729, c. 194 – 201.
- 20 (1738), Notationes de aequationibus, quae progrediuntur in infinitum, earumque resolutione per methodum serierum recurrentium... [2, c. 65 – 80].
- 21 (1738), Dissertatio brevis de motibus corporum reciprocis seu oscillatoriis, quae ubique resistantiam patiuntur quadrato velocitatis suae proportionalem... CP, t. 5 for 1730/1731, c. 106 – 125.
- 22 (1738), Specimen theoriae novae de mensura sortis [2, c. 223 – 234]. Нем. перевод 1896 г.; англ. перевод 1954 г. Русский перевод: Опыт новой теории измерения жребия. В книге (1999), *Теория потребительского поведения и спроса*. СПб, с. 11 – 27.
- 23 (1739), Theoremata de oscillationibus corporum filo flexili connexorum et catenae verticaliter suspensae. CP, t. 6 for 1732/1733, c. 108 – 122.
- 24 (1735), Quelle est la cause physique de l'inclinaison des plans des orbites des planetes par rapport au plan de l'équateur de la revolution du Soleil autour de son axe... [3, c. 303 – 326].
- 25 (1740), Demonstrationes theorematum suorum de oscillationibus corporum filo flexili connexorum et catenae verticaliter suspensae. CP, t. 7 for 1734/1735, c. 162 – 173.
- 26 (1741), De legibus quibusdam mechanicis, quas natura constanter affectat, nondum descriptis, earumque usu hydrodynamico, pro determinanda vi venae aquae contra planum incumbentis [5, c. 425 – 444].
- 27 (1744), De variatione motuum a percussione excentrica [3, c. 145 – 159].
- 28 (1737), Réflexions sur la meilleure figure à donner aux ancres... *Prix 1737*, c. 49 – 84.
- 29 (1747), Commentationes de immutatione et extensione principii conservationis virium vivarum, quae pro motu corporum coelestium requiritur [3, c. 160 – 169].
- 30 (1747), Commentationes de statu aequilibrıi corporum humido insidentium. CP, t. 10 for 1738, c. 147 – 163.
- 31 (1738), *Hydrodynamica* [5, c. 93 – 424]. Нем. перевод 1965 г.; англ. перевод 1968 г. Русский перевод (1959) *Гидродинамика*. Л. Содержит перевод *Автобиографии* автора (с. 427 – 432), полученной Петербургской АН на латинском языке в 1776 г.
- 32 (1750), De motibus oscillatoriis corporum humido insidentium. CP, t. 11 for 1739, c. 100 – 115.
- 33 (1741), Traité sur le flux et reflux de la mer [3, c. 327 – 438].
- 34 (1750), Commentationes de oscillationibus compositis praesertim iis quae fiunt in corporibus ex filo flexili suspensis. CP, t. 12 for 1740, c. 97 – 108.
- 35 (1751), Excerpta ex litteris ad Leonhardum Euler [2, c. 81 – 93].
- 36 (1751), De motu mixto, quo corpora sphaeroidica super plano inclinato descendunt [3, c. 170 – 177].
- 37 (1751), De vibrationibus et sono laminarum elasticarum... CP, t. 13 for 1741 – 1743, c. 105 – 120.
- 38 (1751), De sonis multifariis quos laminae elasticae diversimode edunt disquisitiones mechanico-geometricae experimentis acusticis illustratae et confirmatae. CP, t. 13 for 1741 – 1743, c. 167 – 196.
- 39 (1748), Sur la manière de construire les boussoles d'inclinaison... [7, c. 67 – 111].
- 40 (1746), Nouveau problème de mécanique [3, c. 179 – 196]. Нем. перевод 1914 г.
- 41 (1748), Nouveaux principes de mécanique et de physique, tendans à expliquer la nature & les propriétés de l'aiman [7, c. 113 – 135]. Соавтор Иоганн П. Продолжение (1750): [7, c. 295 – 319].
- 42 (1750), La meilleure manière de trouver l'heure en mer [7, c. 241 – 293]. Продолжение: (1750), [7, c. 295 – 319].
- 43 (1750), Remarques sur le principe de la conservation des forces vives pris dans un sens général [3, c. 197 – 206].
- 44 (1769), Sur la nature et la cause des courans... [5, c. 535 – 611].
- 45 (1755), Réflexions et éclaircissemens sur les nouvelles vibrations des cordes... *Mém. Berlin* for 1753, c. 147 – 172.

- 46** (1755), Sur le mélange de plusieurs espèces de vibrations simples isochrones, qui peuvent coexister dans un même système de corps. *Mém. Berlin* for 1753, c. 173 – 195.
- 47** (1769), Recherches sur la manière la plus avantageuse de suppléer à l'action du vent sur les grands vaisseaux... *Prix* 1753, c. 3 – 99.
- 48** (1771), Sur la meilleure manière de diminuer le roulis & le tangage d'un navire... *Prix* for 1757, c. 3 – 96.
- 49** (1758), Sur les nouvelles aiguilles d'inclinaison... [7, c. 140 – 151].
- 50** (1758), Lettre de D. B. à Clairaut, au sujet des nouvelles découvertes faites sur les vibrations des cordes tendues. *J. des sçavans* for Mars 1758, c. 157 – 166.
- 51** (1766), Essai d'une nouvelle analyse de la mortalité causée par la petite vérole... [2, c. 235 – 267]. Русский перевод: Опыт нового исследования смертности, вызванной оспой, и выгоды вариоляции для ее предотвращения. В книге Шейнин О. Б. (2007), *Третья хрестоматия по истории теории вероятностей и статистики*. Берлин (также www.sheynin.de), с. 48 – 85.
- 52** (1760), Réflexions sur les avantages de l'inoculation [2, c. 268 – 274]. Русский перевод: Размышления о выгоде вариоляции. Там же, с. 40 – 47.
- 53** (1764), Recherches physiques, mécaniques et analytiques sur le son & sur les tons des tuyaux... *Mém. Paris* for 1762, pp. 431 – 485. Перепечатка: Bologna, 1983.
- 54** (1767), Sur les vibrations des cordes d'une épaisseur inégale. *Mém. Berlin* for 1765, pp. 281 – 306.
- 55** (1768), De usu algorithmi infinitesimalis in Arte Conjectandi specimen [2, c. 276 – 287].
- 56** (1768), De duratione media matrimoniorum... [2, c. 290 – 303]. Русский перевод: О средней продолжительности браков при всяком возрасте супругов и о других смежных вопросах. В книге Птуха М. В. (1955), *Очерки по истории статистики в СССР*, т. 1. М., с. 453 – 464.
- 57** (1769), Commentatio de utilissima ac commodissima directione potentiarum frictionibus mechanicis adhibendarum [3, c. 209 – 218].
- 58** (1770), Disquisitiones analyticae de novo problemate conjecturali [2, c. 306 – 324].
- 59** (1770), Mensura sortis ad fortuitam successionem rerum naturaliter contingentium applicata [2, c. 326 – 338]. Продолжение (1771): [2, c. 341 – 360].
- 60** (1770), Commentationes physico-mechanicae de frictionibus variis illustratae exemplis [3, c. 221 – 238].
- 61** (1771), Examen physico-mechanicum de motu mixto qui laminis elasticis a percussione simul imprimitur. NCP, t. 15 for 1770, c. 361 – 380.
- 62** (1772), De summationibus serierum quarundam incongrue veris earumque interpretatione atque usu [2, c. 101 – 116].
- 63** (1772), De vibrationibus chordarum, ex duabus partibus, tam longitudine quam crassitie, ab invicem diversis, compositarum. NCP, t. 16 for 1771, pp. 257 – 280.
- 64** (1773), De indole singulari serierum infinitarum quas sinus vel cosinus angulorum arithmetice progredientium formant, earumque summatione et usu [2, c. 119 – 134].
- 65** (1773), Expositio theoretica singularis machinae hydraulicae tiguri Helvetiorum exstructae. NCP, t. 17 for 1772, c. 251 – 271.
- 66** (1774), Theoria elementari[s] serierum, ex sinibus atque cosinibus arcuum arithmetice progredientium diversimode compositarum, dilucidata [2, c. 138 – 151].
- 67** (1774), Vera determinatio centri oscillationis in corporibus qualibuscunque filo flexili suspensis eiusque ab regula communi discrepantia. NCP, t. 18 for 1773, c. 247 – 267.
- 68** (1775), Commentatio physico-mechanica generalior principii de coexistentia vibrationum simplicium haud perturbatarum in systemate composito. NCP, t. 19 for 1774, c. 239 – 259.
- 69** (1775), Commentatio physico-mechanica specialior de motibus reciprocis compositis multifariis nondum exploratis qui in pendulis bimembribus facilius

observari possint in confirmationem principii sui de coexistentia vibrationum simpliciorum. NCP, t. 19 for 1774, c. 260 – 284.

70 (1776), Adversaria analytica miscellanea de fractionibus continuis [2, c. 156 – 172].

71 (1776), Disquisitiones ulteriores de indole fractionum continuarum [2, c. 175 – 194].

72 (1778), Diudicatio maxime probabilis... [2, c. 361 – 375]. Англ. перевод: The most probable choice between several discrepant observations... *Biometrika*, vol. 48, 1961, c. 3 – 13; также в книге Pearson E. S., Kendall M. G., Editors (1970), *Studies in the History of Statistics and Probability*. London, c. 155 – 172. Русский перевод: Наиболее вероятный выбор из нескольких не согласующихся друг с другом наблюдений и соответствующее составление наиболее подходящего вывода. В книге Шейнин О. Б. (2006, с. 232 – 267). Все переводы выполнены вместе с переводом комментария Эйлера того же года.

73 (1780), Specimen philosophicum de compensationibus horologicis, et veriori mensura temporis [2, c. 376 – 390].

74 (1747), Recherches physiques et mathematiques sur la théorie des vents réglés. [5, c. 509 – 535]. Опубликовано анонимно.

75 (1941), Oratio physiologica de vita [1, c. 107 – 116].

76 (1755), Remarques sur les aimans artificiels de Basle [7, c. 137 – 139].

77 (1747), Extrait d'une lettre à Garcin sur les *Elemens d'Algèbre* de Clairaut [2, c. 94 – 97].

78 (1751), Diverses reflexions concernant la physique générale [5, c. 622 – 630]. Продолжение (1755) [5, c. 631 – 640].

79 (1734), Письмо 1734, перепечатанное в т. 5 *Трудов* Бернулли и переведенное нами в качестве Приложения к статье [IV].

80 (1725), Animadversiones in solutionem problematis Lunular[um] quadrabilium [1, c. 292 – 294].

81 (1728), Выступление по докладу Делиля об истинной системе мира. В книге *Discours lû dans l'assemblée publique de l'Acad. Sci. St. Pétersbourg*, c. 17 – 24.

82 (1734), Remarques sur les observations météorologiques... [5, c. 503 – 508]. Опубликовано анонимно.

83 (1755), Abhandlung von der Höhe der in vorstehendem Stücke beschriebenen Orte [5, c. 641 – 645].

Следует дополнительный список семи из неопубликованных работ автора.

Труды Даниила Бернулли (*Werke*. Basel). Вышли в свет тома 1, 2, 3, 5, 7 и 8 (1996, 1982, 1987, 2002, 1994 и 2004).

Дополнительные сведения

1. В т. 2 *Трудов* Д. Б. (возможно и в других томах) перепечатаны не только его мемуары, но и соответствующие авторефераты, на которые никто так и не сослался.

2. В каталоге *Gesamtverzeichnis des deutschsprachigen Schrifttums 1700 – 1910* за Д. Б. числится

Specimen inaugurale de usu medico tabularum baptismalium, matrimonialium et emortualium. Med. Diss. Basel, 1771.

3. Зюссмильх (1776, т. 3, с. 31) привел ссылку на мемуар Д. Б.

Integral calculs auf die Tödlichkeit der Kinderblattern gezeigt hat.

4. Тихомиров (1932) опубликовал русский перевод 1733 г. латинской инструкции, написанной Д. Б. для Сибирских метеорологических станций.

Ж.-А.-С. Формей

Похвальное слово Ламберту

J.-A.-S. Formey, Eloge de M. Lambert. *Nouveaux Mémoires Acad. Roy. Sci. et Belles-Lettres Berlin avec L'Histoire pour le Même Année*. Année 1778, 1780, pp. 72 – 90 of first paging. Reprint: J. H. Lambert, *Opera math.*, t. 1. Zürich, 1946, pp. 1 – 15

[1] Взвзявшись за работу, которую я сегодня исполняю, – мучительную и даже превосходящую мои силы, – мне показалось, что я вижу двуликого Януса, равным образом необычного и трудного для восприятия. Одно лицо показывает мне ученого в лучезарном объединении всех своих качеств, всех знаний, всего таланта, которые могут прославить не только писателей и философов, и которые, будь они распределены среди многих лиц, сделали бы их знаменитыми. Другое лицо представляет человека, но простого человека, почти такого, какого природа сотворила без помощи мастерства и искусства. Оно напоминает мне глыбу мрамора, из которого скульптор еще не решил, изваять ли бога или умывальник.

Подобные люди безусловно редкостны. Нужно опознавать их по характерным особенностям, а те, с которыми они разрешают мне ознакомиться, вместе с теми, которых мы все можем видеть и наблюдать, быть может выделяют это *Слово* из всех остальных с их лишь обычными идеями и неясными вещами.

Иоганн Генрих Ламберт родился в Мюлузе¹ 26 апреля 1728 г. То, что обычно говорят о первых годах жизни и образования ученых, является своего рода общим местом, притом весьма скучным. Ученые обладали счастливым врожденным расположением духа, они сумели успешно развиваться и таким образом достигали всего того, что соответствовало их знаниям и занимаемым должностям. Во всем этом часто встретишь лишь малоизвестные имена и ненужные даты, в нашем же случае нельзя забыть ни одного штриха, и пренебрежение хоть одним обстоятельством недопустимо.

Отец нашего академика был честным гражданином, дамским портным, дед которого вынужден был покинуть Францию ввиду религиозных преследований. Он обосновался в Мюлузе и получил права городского жителя. Изобилие никогда не сопутствует беженцам, и эта семья жила весьма скудно. Лукас Ламберт, отец И. Г., с большим трудом кормил ее своим ремеслом. Своего сына он воспитывал как предназначенного к своему же делу. Он заботился об этом и применял свою власть, не думая, не предвидя, что сын сможет когда-либо выйти из его тесной области, чтобы устремиться до пределов вселенной.

Семья портного намного возростала, и обязанности молодого Ламберта, который был одним из старших, становились

многочисленнее и, так сказать, стали еще сильнее способствовать вырождению. Он должен был полностью обслуживать своих братьев и сестер в той мере, в какой это требовалось их возрастом и нуждами, а точнее, поочередно быть подмастерьем и слугой.

Тем не менее, его образованием не пренебрегали полностью. До 12-летнего возраста отец посылал его в городскую народную школу, в которой он выделялся своим прилежанием, оставляя далеко позади всех своих товарищей и с самого начала проявлял признаки, указывавшие на самое явное желание учиться. Это, однако, не привело родителей к мысли побуждать сына к учению; напротив, его безусловно подчиняли ремеслу, и он вынужден был заменить перо на иглу.

Подросток, который во все годы своей жизни был непоколебим в своих желаниях и не в силах отказываться от них, дал знать, правда, почтительно, но твердо, что не способен избрать подобный образ жизни, который он вообще считал противным своей в то время слабой конституции. Он не мог и не хотел восставать, но удвоил свои настойчивые просьбы, пользуясь пока что всеми средствами изучить что-либо. Раскачивая ногой колыбель и дождавшись ослабления плача, он брал в руки какую-либо книгу и читал ее самым прилежным образом.

И вот штрих, который еще лучше покажет, каковы были препятствия, которые ему пришлось преодолевать и какова была его стойкость, чтобы им противостоять. Его мать, препятствуя его ночным занятиям, отказала ему в освещении. Молодой Ламберт обратился к чистописанию, которое впоследствии оказалось очень полезным для него: он очень хорошо писал и рисовал. Он изготавливал небольшие рисунки для продажи своим товарищам за четверть или половину су в зависимости от числа лиц, показанных на них, и на полученные деньги покупал свечи, зажигая их когда все в доме засыпало. Провидение воспользовалось этими бдениями для спасения всей семьи. Однажды вечером опрометчиво сбросили на чердак еще горячую золу, она же вновь подожгла содержавшиеся в ней угли. Пол над комнатой ученика загорелся, он это заметил и еще успел разбудить домашних, чтобы погасить пламя, которое не замедлило бы пожрать весь дом.

[2] Никак нельзя было противиться подобной настойчивости, а кроме того учителя мальчика часто замечали его возможности и давали знать отцу о них. И он уступил. Обращаясь к самим учителям, он попросил их взять сына за руку и проложить для него первые шаги на том пути, который тот захочет избрать. Уместно заметить здесь, что в то время число образованных людей в Мюлузе ограничивалось полдюжиной богословов, поскольку считалось, что кроме богословия никаких иных наук вовсе не существует, или что развивать науку могут только богословы. Отсюда вытекало естественное следствие, что следует воодушевлять только тех, которым видятся эти возвышенные знания, и помогать только им. Выбора не

было, и Ламберт-отец ходатайствовал о стипендии для обучения сына богословию, в чем ему было, однако, отказано. Многократные настойчивые и убедительные просьбы не смогли смягчить распорядителей подобных благ.

Как вообразить себе эту фигуру скорби или скорее отчаяния молодого человека, увидевшего, что исчезла единственная разумная надежда на продолжение своего образования! Его родители снова сурово объявили ему, хоть он и жаловался, что придется работать, что только его собственные руки смогут его прокормить. Он стонал, но покорился и снова стал тем, кем и был раньше, – подмастерьем и слугой. Эта двойная ноша стала лишь тяжелее, и он вероятно не выдержал бы, если бы один из его братьев, который и сейчас еще занимается [этим же] ремеслом, не помогал ему, часто заканчивая дела, начатые И. Г., но оказавшиеся для него непосильными.

В разгар этих домашних занятий один из его товарищей принес ему книгу по арифметике и геометрии. Только лишь открыв ее, он почувствовал существовавшую для него область и загорелся желанием продвинуться в ней. И так почти всегда начинается путь оригинального таланта, который содержит в себе какие-то скрытые зародыши и который обязан своему первоначальному развитию некоему счастливому случаю.

Вот так Лафонтен, с которым часто сравнивали Ламберта, видимо вышел из своего рода спячки, услышав торжественное чтение оды Malherbe:

*Что скажете вы, грядущие племена,
Если опишет честный рассказ
Похождения дней наших мерзких?*

Было бы занятно узнать, с какой же книжки начал Ламберт. Он так прилежно изучил ее, что в конце концов понял всё от корки до корки. Но еще одно и более полное доказательство мощности его таланта представляют замеченные им многочисленные промахи и ошибки, которые он, правда, не сумел исправить.

Мы не подошли к концу этих благоприятных особенностей. Дом отца Ламберта угрожал развалиться, и для ремонта вызвали рабочих. Молодой человек наблюдал за ними со своей книгой в руках и задавал много вопросов о практическом применении известных ему принципов. При этом он проявил такую способность мышления, которая тем более поражала, что исходила от простого подмастерья портного, что один из главных рабочих проникся к нему дружескими чувствами и пообещал ему другую книгу о том же, о чем была его первая, но более обширную и с большим числом чертежей.

Молодой человек вздрогнул от радости при обещании подобного сокровища. Он последовал за рабочим к нему домой, тот же без промедления дал ему эту книгу. Ламберт проглотил ее и был вдвойне восхищен, установив, что по удивительнейшему стечению обстоятельств она была предназначена имен-

но для исправления замеченных им ошибок. И полумрак, руководивший им до тех пор, сменился светом, который мог лишь усиливаться. По этим лишь двум книгам, без помощи учителей, он изучил арифметику и геометрию. Не раз он убеждался (а его правдивость никогда не ставилась под сомнение), что, несмотря на сухость этих двух наук, никакие трудности ни на секунду не отталкивали и не останавливали его.

Подобное явление, происшедшее в глубине Беотии², должно было породить некоторое удивление. В Мюлузе имелись уважаемые люди, которые, не будучи богословами, не только поощряли Ламберта, но давали определенные и бесплатные указания, считая себя вознагражденными с избытком поразительным продвигом своего тучащегося.

[3] Таким образом, неизменно находясь в недрах своего отечества, он заложил основы своих философских взглядов и применил их даже к изучению восточных языков. В то же время он совершенствовал свое чистописание, предвидев, что оно окажется его первым источником заработка на жизнь. И оно таки предоставило ему возможность устроиться переписчиком в канцелярию, начальником которой был тогда Ребер. В 15 лет Ламберт пожелал выучить французский язык, но родители не могли платить за обучение, и он поступил бухгалтером к некоему de la Lance из Монбельяра, который владел каким-то производством на шахтах в Сероix в Верхнем Эльзасе. После двух лет, полагая, что достаточно овладел французским, он захотел жить там, где мог бы удовлетворять свою страсть к знаниям.

Ему очень посчастливилось стать секретарем Изелина, советника маркграфа марки Vade-Dourlach³, живущего в Базеле и публикующего в то время политические газеты. Изелин проникся к нему такой симпатией, что не переставал доказывать ее. И, что убеждает в его великодушии, Изелин, несмотря на желание оставить Ламберта при себе, предпочел лишиться его и обеспечить ему место, с которого, можно сказать, началось всё благополучие нашего знаменитого ученого, а именно место наставника внуков графа де Салис в Куре.

В дом графа он вошел 17 июня 1748 г. и пробыл в нем 8 лет. Я хотел бы, чтобы обилие материала позволило мне приступить к хвалебному слову о другом и распространить изложение на уважаемую семью де Салис, чтобы воздать ей всё должное, которого она заслуживает. И я определенно нашел бы это *Слово* вполне готовым в душе Ламберта, будь возможно в ней порываться. По крайней мере его начало записано в подлинном письме Ламберта, написанном через 15 дней после его входа в дом де Салис покойному советнику и казначею Мюлуза, его родственнику и крестному отцу Николаю Хейлману.

Я прочел это письмо. В нем содержатся самые почетные подробности о благоразумии, добродетели, благочестии, которые установились в этом доме, и о разумной методике преподавания, царившей в нем. Рассматривая это письмо

совместно с написанным 11 ноября прошедшего [1777-го] года избранным главой администрации Кура и Президентом Лиги дома Господня, г-ном Антуаном де Салис, архиатру Хирцелю⁴, в котором выражено сожаление по поводу смерти Ламберта и содержатся ценные воспоминания, сохранившиеся со времени, проведенного ими совместно, замечаешь в нем начало и конец этой тесной дружбы, длившейся около 30 лет, но по своей сущности способной длиться веками, будь человеческая жизнь продлена соответственно.

Если описывать жизнь Ламберта (а материала хватит), эти подлинные документы окажутся весьма подходящими. Но я должен ограничиться, и вот всё, что рамки *Слова* позволяют мне сообщить о пребывании Ламберта в Куре и о его путешествиях со своими питомцами. Вначале, чтобы как следует ознакомиться с обстановкой, в которой он находился в течение тех лет, скажем, что дом де Салис принадлежал Пьеру де Салис, графу Священной Римской Империи, чрезвычайному посланнику при лондонском дворе и одному из переговорщиков при заключении Утрехтского мира⁵. Этот сеньор, достигший в то время 80-ти лет, объединял в себе все незаурядные качества государственного деятеля, патриота и христианского философа. Его супруга, дама Англуаза, обладала наилучшим характером и была также подвижна.

[4] Питомцы Ламберта были внуками графа, сыновьями его зятя, Антуана де Салис, умершего в 1765 г. При обучении своих подопечных Ламберт нашел полную возможность совершенствоваться, чего был до тех пор лишен. Всё более и более ощущая свои силы, он охватывал без разбора физику, астрономию, математику и механику, и не считал себя негодным к изучению богословия, метафизики, красноречия и поэзии. Он даже сочинял стихи на всех языках, которыми владел, – на немецком, французском, латинском и итальянском, но не посмел дойти здесь до греческого (Remy 1910). Если эти стихи и не дотягивали до высшего уровня, он более основательно вознаграждался набожностью, которую ему внушали церковные гимны.

Впрочем, мы считаем своим долгом более основательно останавливаться в основном на плодах его знания, а не воодушевления; вернемся к его истинным целям. Прочитав как-то, что Паскаль изобрел арифметическую машину [суммирующий механизм] усилиями своего собственного таланта, он не находил себе покоя, потому что не мог представить себе подобную. Он сам сконструировал часы или ртутный маятник⁶ на 27 минут, служившие ему для точного измерения времени при физических опытах. Его арифметические шкалы и прибор для облегчения показа перспективы на рисунках не менее примечательны.

Особый случай (а случай, видимо, подчинялся порядку в благоприятном для Ламберта смысле) привел его к этому последнему изобретению. Он предложил одному из своих воспитанников алгебраическую задачу; тот ошибся в вы-

числениях [выводах?], не смог ее исправить и отказался от дальнейших попыток, предоставив её своему наставнику. После этого Ламберт несколько дней бесплодно занимался этой задачей, долго размышлял о ней, и, наконец, воскликнул как второй Архимед: *Я нашел ошибку, и она привела меня к открытию!* И в тот же день он сконструировал свой прибор для показа перспективы [1759/6]. Понятиям о соединениях, к которым Ламберт пришел после своих сочинений, *Алгебраической Логике* и *Органона* [1764/15] он также был обязан своим тогдашним бдениям⁷.

Скорость его продвижения и существенные знания, которые он накопил, и стали заметными, привели его в Литературное общество, учрежденное многими выдающимися лицами в Куре. Он особенно ценил свои связи с профессором Мартином Планта, обладавшего многими дарованиями и особенно редким математическим талантом. Он, помимо других обязанностей, упорядочивал работу основанного им семинара, начавшего работать в Haldenstein.

В 1753 г. ситуация в Куре, главном городе Grisons, и епископа [республики, *вечного союзника Швейцарии*, ее кантона с 1803 г.] начала упорядочиваться. Ламберт составил мемуары [два *Мемориала*, 1753] в пользу города, и их основательность сделала ему честь. В том же году он стал членом швейцарского общества Société Helvétique в Базеле, которому послал много математических и физических мемуаров, включенных в *Acta Helvetica*.

[5] Так прошло восемь лет, самых счастливых, если не ошибаюсь, в жизни Ламберта, и возвещавших ещё более славные времена, но слишком быстро закончившихся. 1 сентября 1756 г. он покинул дом де Салис с третьим сыном главного администратора и одним из его племянников, чтобы прежде всего прожить год при гёттингенском университете, а затем продолжить путешествие. Попав в Гёттинген, они посетили горный массив Гарц и тамошние знаменитые шахты. До их отъезда Королевское научное общество избрало Ламберта своим корреспондентом.

Оттуда питомцы со своим руководителем отправились в Утрехт и провели год в Голландии, где Ламберт отдал в одно гаагское издательство свой трактат о траектории света [1758/5]. Но еще в Утрехте, при составлении их дальнейшего маршрута, Ламберт повторил случившееся с астрологом, который упал в колодец. Самый роковой несчастный случай привел его на порог смерти, и его конституция была потрясена до такой степени, что я предположил, что это всегда будет давать о себе знать.

Ввиду своей столь же странной сколь неизменной привычки, он всегда обращался к своим собеседникам боком и изменял свое положение, когда оказывался против них, а именно отступал настолько же, насколько те приближались к нему. И вот он отступил на несколько шагов, не подумав, что позади него – лестница, и скатился вниз. Падение оказалось страш-

ным; он полностью потерял сознание и пришел в себя лишь через сутки, открыв глаза, совсем почерневшие от нахлынувшей крови. Он никак не захотел поверить врачу, который устанавливал время его бессознательного состояния. Не знаю, походил ли он в этом на знаменитого Bossuet, который, лишившись сознания на несколько часов, сказал окружающим его: *Как такой человек, как я, мог так долго оставаться без мыслей?*

Как бы то ни было, прошло немало времени, пока Ламберт не встал на ноги попечением того же врача, Хана, знаменитого профессора из Утрехта⁸, который посоветовал ему воздержаться на несколько лет от серьезных размышлений. Но из всех режимов не было такого, какому он смог бы меньше подчиниться.

При встрече в Лейдене с Мушенбруком Ламберт испытал приятное приключение, и мне думается, что можно легко представить его как одно из самых забавных. Профессор, уже поседевший в своих занятиях, приняв Ламберта, решил, что посещение было вызвано почтением учащегося или в крайнем случае новичка. Он принялся обучать Ламберта и рассказывать ему обычные вещи. Тот знал их намного лучше и отвечал хозяину своим твердым тоном и так бегло, как только мог. Скоро Мушенбрук потерял почву под ногами, и собеседники поменялись ролями: Ламберт стал учителем, а тот – учеником.

Путешественники въехали во Францию. Во время пребывания в Париже Ламберт повидал самых известных геометров, астрономов и физиков и познакомился с Даламбером, который ощутил его заслуги. Но особые знаки дружбы ему выказал Messier, известный своими астрономическими наблюдениями и открытиями. Из Парижа путешественники вернулись в Grisons через Марсель, графство Ниццу, Пьемонт и Миланское герцогство. Ламберт таким образом воспользовался этим путешествием для расширения своих знаний о многих вещах.

[6] Возвратившись в Кур, Ламберт провел еще некоторое время в доме де Салис и покинул его в мае 1759 г., чтобы снова увидеть свою родину. Проезжая через Цюрих, он отдал в печать свою *Perspective* [1759/7]. В Мюлузе он еще застал свою мать (отец умер в 1747 г.), три месяца прожил там, а затем покинул ее навсегда: она умерла в том же году. Чтобы сразу покончить с его семейными связями, скажем здесь, что после своей смерти он оставил четырех братьев и двух сестер, что он неизменно чувствовал расположение к своему брату, портному Жану Жоржу, и что [впоследствии] хотел вызвать в Берлин 14-летнего сына этого брата, талантливого и выкроенного, так сказать, по образцу дяди.

В сентябре 1759 г. Ламберт был в Аугсбурге и оставался там некоторое время, чтобы полностью закончить свою *Фотометрию* [1760/9] и отдать ее в печать. В то самое время в Мюнхене была учреждена Курфюрстская Баварская академия наук, избравшая его своим членом. Академия пожелала даже более близко присоединить его к себе и заключила с ним сог-

лашение, по которому он обязался посылать ей свои рукописи и вообще помогать своими советами. За это ему было присвоено звание почетного профессора и установлена пенсия в 800 флоринов, он же оставил за собой право проживать вне Баварии где только ему будет угодно.

Эта связь оказалась кратковременной. Его упрекали в том, что он недостаточно принимал близко к сердцу интересы Академии, а он быть может более обоснованно жаловался, что его мнением пренебрегают и указанные им беспорядки не устраняют. Выплату пенсии прекратили, и никаких шагов для ее возобновления он не предпринял.

Он был слишком занят абстракциями, чтобы заботиться о своем материальном положении, хуже которого быть не могло, и довольствовался лишь тем, что доставляли ему его труды. Он хотел жить как философ от одного произведения к другому, как когда-то Скаррон жил на доходы от *поместий маркиза Quinet*, т. е. от гонораров за свои бурлески [пародийная поэзия], публикуемые одноименным издательством. Доходы Ламберта были бы невероятными, будь авторские проценты зависимы от внутренней значимости сочинений, или будь продажи благоприятны для этого процента. Но распродаются только пустяки, серьезные же книги пылятся на складах книжных магазинов. И тем не менее знатоки тотчас же должным образом оценивали его труды, которые обеспечили ему заслуженную репутацию и навсегда закрепили положение, занимаемое им с тех пор в царстве наук.

В 1760 г. он собрал воедино разбросанные еще отрывки в *Новый органон* [1764/15], а в 1761 г. опубликовал в Аугсбурге свой трактат об орбитах комет [1761/10]. Непрерывный поток идей, быстро протекавший через его мозг, принес ему и материал для *Архитектоники* [1771/37]. Таковы были его сокровища, и он вполне соответствовал поговорке *Всё свое ношу с собой*⁹.

Я не хочу и не могу привести точный хронологический список всех сочинений Ламберта, и еще меньше желаю анализировать их. Двое моих прославленных коллег уже произнесли свое суждение по этому поводу (*là-dessus*), против которого никто не возражал¹⁰, и репутация этих сочинений уже создана, а будущее подтвердит то, что решил наш век. Но я хочу представить этому уважаемому собранию в качестве уникального в своем роде и почти невероятного, историю духа Ламберта в течение 25 лет, ход его таланта, нить его действий, – то, что он сам указал так же правдиво как и просто в особом *Дневнике* [1915/70], записи в котором велись с января 1752 до мая 1777 г.

Вот отдельные листки, более ценные, чем сохранившиеся от прорицательниц Сивилл¹¹; и никогда не было таких, которые в большей степени заслуживали бы сохранения. Я прошу Академию разрешить их публикацию вслед этим *Словом*, для которого они являются как бы душой и которым они придают [дополнительную] цену¹².

[7] Пройдем снова в 1761-й год и объединим различные путешествия, которые Ламберт проделал до приезда в Берлин. Мы оставили его в Аугсбурге; он поехал осмотреть Эрлангенский университет и посетить воды в Pfeffers¹³, затем снова появился в Куре. Следующую зиму Ламберт провел в Цюрихе. Скрытая склонность неизменно увлекала его в Grisons, летом 1762 г. он еще раз появился в Куре и прожил там до осени 1763 г., затем съездил в Valteline [в Италии] и успешно занимался установлением границ между миланским герцогством и Республикой Grisons.

В декабре 1763 г. Ламберт был в Лейпциге, куда его привлекла городская типография, издавшая в начале 1764 г. его *Новый органон*. С давних пор Берлин привлекал к себе приятной местностью, он же притом имел там бесконечно ценного друга, Зульцера, который давно уже приглашал его, а в феврале 1764 г. смог, наконец, тесно обнять Ламберта.

Здесь начинается новая эпоха, о которой я говорю меньше; о всем происшедшем имеются свидетели, настолько же осведомленные, насколько я сам. Следует тем не менее сказать достаточно, чтобы представить факты. Предваряемый своей репутацией, сопровождаемый, так сказать, своими знаниями, Ламберт тем не менее был человеком, к которому глазам и ушам трудно было привыкнуть. Бедно и своеобразно одетый, он представлял собой неловкую фигуру, не был знаком почти ни с одним из принятых обычаев или не хотел им подчиняться, и казался занятым лишь самим собой. Неизменно размышляющий, он всегда заговаривал с любым встречным, и поток из его философских уст истощался лишь тогда, когда он оставался один.

Я еще вижу его перед собой, как он начинал разговаривать с кем-нибудь, кто его покинул, продолжал и заканчивал будто кто-то слушал его. С этим недостатком самолюбия так часто проявлялось наиболее возвышенное самомнение, что последствия противоречили предпосылке. Было заметно, что он хотел привлекать внимание, но что вовсе не гордыня заставляла его говорить. Его страсть была более обоснована и не достигала цели столь грубым путем. Причиной было чистое и простое ощущение того, что он заслуживает этого, глубокое убеждение в своих знаниях и своей значимости и особенно личное удовлетворение, которое он основывал на способе приобретения всех своих сокровищ, – самим собой, силой своего таланта и прилежания в работе.

Нисколько не заботясь о том, что могут подумать об этом другие, не думая о том, нравится он или нет, он показывал себя без прикрас и таким образом преодолевал предубеждения и заставлял других примириться со своими манерами. Он неизменно хорошо ощущал неудобства, связанные со своей манерой поступать и беседовать, но считал, что они искупаются столь прекрасными качествами ума и сердца, что в конечном счете полагал ее, могу вас уверить, господа, по-

добным слитку чистого золота, форма которого не изменяет его стоимости.

[8] В марте король Пруссии позвал его в Потсдам. Положение для такого, как он, стало критическим, и вначале оно, как казалось, привело к отрицательным результатам. Категоричный тон его ответов, уверенность, с которой на вопрос *Что Вы знаете?* он без колебаний ответил *Всё, государь*, а на следующий вопрос *Как же Вы это изучили?* последовал ответ: *Я сам изучил*, поразил уши, мало привыкшие к подобному языку. Можно было подумать, что избыток ума как-то ухудшил его способности.

Встреча оказалась бесплодной и видимо не могла быть повторена.

Но один из наших уважаемых коллег, достаиваемый ежедневными беседами с Его Величеством, сообщил королю об особенностях Ламберта, схожего по характеру с Лафонтеном, и король принял их во внимание и не захотел лишать свою академию столь многообещающего члена. Ламберта приняли в нее и установили ему пенсию, и свою вступительную речь на заседании Академии он произнес в январе 1765 г. [1767/18]. С тех пор король часто проявлял заметные признаки своего уважения к нему, назначил его членом экономической комиссии академии, а также в отдел строительства со званием главного советника и существенно увеличил его пенсию.

В течение тех 12 лет, которые действительно протекли как сон, Ламберт, будучи в своей стихии, не переставал трудиться для углубления науки и на общественное благо. Он выпустил большое число прекрасных сочинений и рассыпал неизмеримое количество достойных мемуаров в наших изданиях, в Берлинских астрономических ежегодниках и во многих других сборниках. Все его труды обладают двумя достойными чертами, всеобщностью и оригинальностью.

Он был невероятно изобретателен, и источником этой способности видимо были его прежние первостепенные потребности. Не имея в своем распоряжении ни необходимых ему инструментов для наблюдений, ни приборов для физических опытов, и никакой возможности для их приобретения, он сам конструировал их из простейших и самых распространенных материалов, какие только оказывались под рукой. Его сноровка возмещала несовершенство их структуры, и невозможно представить себе, до какого предела он доводил подобный подход, но нельзя и скрыть, что Ламберт вероятно слишком далеко зашел либо в своей привычке, либо в некотором упрямстве: имея уже всё необходимое, он держался за собственноручно изготовленное и это мешало ему достигать той точности, на которую был способен его разум.

[9] Пусть мне будет дозволено разложить образ Ламберта, чтобы лучше понять его. Я никогда не подмешиваю сатиру к похвальным словам, но никогда и не искажаю их, и полагаю, что, как и живопись, этот вид сочинений допускает некоторые

тени, лишь помогающие подчеркивать область всеобщего светлого.

Ламберт знал всё в геометрии; он, правда, достиг в ней достойного успеха, но быть может не высказал ни столь глубоких взглядов, ни даже той умелости вычисления, которые характеризуют трех или четырех лучших геометров нашего века. Он выделялся во всех отраслях механики, не переставал заниматься интересными темами, шел дальше своих предшественников и был велик своими знаниями астрономии и космологии. Его разум был как-то сродни свету, и следовал за ним по всем траекториям, исследовал все его свойства в такой степени, что привлек бы внимание великого Ньютона, будь тот знаком с этим своим соперником, достойным состязаться с ним.

*Комета, которую Ламберт наблюдал в своей ранней юности, – указал Даниил Бернулли, – видимо сильно повлияла на его будущие труды. Она придала ему первый толчок к остроумному мемуару *Insigniores* [1761/10] и различным другим достойным мемуарам о кометах, например в его известных *Beiträge* [1765 – 1761/17], которые развили его особый талант геометрических построений.*

И вообще Ламберт хотел измерять всё измеримое; не было, возможно, ни одного измеримого размера, который он не оценил бы, или не пытался достичь этого.

Помимо того, о чем свидетельствуют его труды, я нахожу в перечне его занятий *питометрию* (искусство судить), которую он усердно исследовал. Его последним трудом была *Пирометрия* [1779/66], которую он закончил, как указано в последней строке его *Дневника* [1915/70], 16 мая предыдущего года [1777 г.]. Логика и онтология [основы принципов бытия] возбуждали его разум. Два его самых крупных труда, *Органон* и *Архитектоника*, [1764/15, 1771/37], являются достойными памятниками этого жанра. Впрочем, мне кажется, что эти сочинения лишь уважают. Дело шло о новых путях и я не решил, открыл ли их сам Ламберт, и обратил внимание только на те, которые он исследовал, и я вижу, что они почти покинуты потому, что либо охотно идут по проторенным дорогам, либо недостаточно убеждены, что лучше было бы покинуть их¹⁴.

Ламберт был далек от трех царств природы [животных, растений, минералов]¹⁵. Он никогда не обращал внимания ни на индивидуальное, ни на отдельные факты. Его точка зрения ограничивалась звездным миром, лежащей перед ним прямой линией и внутренностью своего разума, где он почти всегда находился, даже когда беседующие с ним полагали, что находятся с ним и полностью или частично привлекли его внимание. Никаких отклонений ни вправо, ни влево, всегда в царстве абстрактного, конкретные же объекты, как их называют, лишь слегка касались его. И, наконец, у него почти не

было пристрастий. Не то, чтобы он обходил стороной все радующие взор сельские местности с их красивыми цветами. Мы даже видели, что он поднимался до составления стихов [§ 4], однако он неизменно спрашивал себя обо всём, относящемуся ко вкусу: *Что это доказывает?*

Я не хотел говорить ему об этом. Мне были известны его притязания на тонкое остроумие и мне попался мемуар в форме диалога [1754/1], который он хотел уснащать большим умом, но в котором, однако, ряженный академик довольно таки напоминает актера в несвойственной ему роли. Великие люди приводят в сильное отчаяние нижестоящих, если они не отдадут должной дани человеколюбию¹⁶.

[10] Я лишь говорю о моральной стороне дела, но она действительно должна быть исследована, и я хочу отобразить одну только черту. Ламберт был прямолинеен в любом смысле: прямота взглядов, правдивость намерений и действий. Достаточно понятно, что я не собираюсь приписывать ему ни безупречности, ни непогрешимости, но, если можно сказать о людях, как Гораций сказал об авторах,

Vitiis nemo sine nascitur: optimus ille est, qui minimis urgetur.
(Никто не рождается без пороков, и лучшим является тот, кто меньше всех спешит.)¹⁷

Такая оптимальность неоспоримо является должным свойством покойников.

Заканчивая похвальное слово Озанаму, Фонтенель сообщил, что этот академик говаривал, что *математику надлежит отправляться в рай по перпендикуляру*. И без сомнения таков был путь, по которому Ламберт покинул Землю; чтобы попасть на небо, ему вовсе не нужна была карета, экипажем для него послужил луч света. Насколько, как мы показали, разнообразны и многообразны были занятия его разума, настолько же единство и равномерность господствовали в его жизни. Все его дни начинались, продолжались и заканчивались одинаковым образом. Он не был ни врагом общества, ни безучастным к некоторым его удовольствиям. Быть может были даже случаи, когда он должен был более строго придерживаться установленного в нем порядка, но он и не нарушал его ни несдержанностью, ни нескромностью поведения, когда говорил вполне откровенно о своих знаниях и достоинствах. Он неизменно шел своим путем не поворачиваясь и не останавливаясь, но, строго говоря, это всё-таки никогда не вводило его в крайности.

Его прямота рождала твердость, часто доходившую до негибкости. Нужно было сходить с его дороги, иначе он толкал и опрокидывал, не обращая внимания на личности. Он скорее пренебрегал обычаями света, чем не был знаком с ними. [Само]образование Ламберта могло способствовать тому, что он слишком поздно пришел к их пониманию и восприятию его гибкости, которая у стольких людей вырождается в кривляния и ужимки, он лишь слишком поздно вошел в то,

что называется высшим светом. Но, лучше ощущая величие и истинное благородство, которого не сыщешь у большинства встречавшихся ему, он установил себе место, с которого трудно было согнать его. Таково наиболее ценное действие исключительных прав: *Mens conscia recti*. (Дух осознает верность сделанного им.)

Завершим эту часть *Слова*, повторив, что Ламберт был верующим и даже набожным, больше христианином, чем философом, и что все вывихи дурной философии были ему совершенно неизвестны. Он был слишком велик, чтобы сходить со своей точки зрения. В своем *Дневнике* [1915/70] за январь 1755 г. он указал сочинение, озаглавленное *Oratio de characteribus Christiani, ejusque praestantia prae philosopho*, и его жизнь является неизменным комментарием и бесспорным доказательством этого.

[11] И такой человек умер, не прожив и полувека, и мы его больше не увидим. Я вспоминаю, что сказал Flêchier в надгробном слове на похоронах Turenne. Возвестив о смерти этого героя, он воскликнул, и его словами, хоть они были скорее блестящими, чем рассудительными, действительно восхищаются: *Державы, враги Франции, вы живы! И я говорю, но гораздо более обоснованно:*

*Ламберт умер, а вы, невежды, враги знания, вы живы!
Бесплезная ноша Земли, рожденные, чтобы пожирать
блага, но не способные ничего производить!*

Когда я бросаю взгляд на то место, на котором мы привыкли видеть нашего знаменитого коллегу, где мы его с таким удовольствием видели, и откуда мы так часто слышали [выступления] *как бы с кафедры*, – я говорю сам себе, не ущемляя ничьих заслуг: Замещено ли это место? Случится ли это когда-нибудь?

Я колеблюсь и хочу как-то избежать отчета о катастрофе, однако это должно быть сделано. Нужно подойти к пропасти, в которой нашли пристанище бранные останки бессмертного человека. Конституция Ламберта была слабой с первых лет его жизни, а несчастный случай, о котором мы сообщили [§ 5], непоправимо, как мы опасались, подорвал ее, и, наконец, он недостаточно внимательно соблюдал требуемые предосторожности, которые могли бы предостеречь его от переутомления. Но всё это никак не свидетельствовало о каком-то упадке и тем менее о столь близком конце. Мы видели его несколько лет назад цветущим толстячком, что было признаком доброго здоровья в большей степени, чем крепость¹⁸. Чтобы подорвать его потребовалось бы серьезное заболевание, чтобы сокрушить его нужно было самолечение. Зимой 1775 г. этим заболеванием стал сильный насморк, и вначале Ламберт не обращал на него внимания, не применял тех простых средств, которые могли бы быстро исцелить активных и способных помочь себе. Затем, утомленный обилием мокроты,

он придумал невероятную уловку, которую, не услышь я про нее из его собственных уст, мне такой и показалась бы, и когда он мне сообщил про нее, я не очень ее одобрил.

По мере того, как собиралась мокрота, он глотал её на небольших корочках сухого хлеба и тем самым собирал в своем желудке самое мерзкое вещество. Он не переставал добавлять эту гниль в свои соки, а потому и в кровь. И таким образом, кто желает неизменно оставаться изобретательным, добивается этого за свой собственный счет: *Artifex periiit arte sua*, *Умельый гибнет от своего искусства!* Болезнь оказалась длительной, но ее исход был ясен, лишь он сам не понимал опасности и обратился к врачам слишком поздно и как бы для очистки совести.

Он неизменно вёл себя в соответствии со своими собственными принципами и так называемыми правилами. Было заметно, что он таял как воск в огне, что от него осталась только сухая и желтая кожа, прилипшая к костям. Находясь в таком состоянии явной общей слабости, он спросил врача, как бы из любопытства, не могло бы оно продлиться долгое время, к примеру 15 лет. Я видел Ламберта в парке 18 августа, он пил кофе и я разговаривал с ним. Он сказал, что нисколько не опасается и хорошо понимает свою болезнь. *Я избавился от пяти ли шести сот катаров* [катаральных воспалений], *и больше ничего не осталось*¹⁹. Основание у него было: основной источник мокроты иссяк. Тем не менее, он еле держался на ногах, хоть голова, как казалось, не ослабла.

Мы видели его в собрании Академии 18 сентября скорее мертвым, чем живым, у него даже проявились признаки судорог, которые напугали тех, кто их заметил. В понедельник 22-го он написал мне записку, прислав с ней мемуар Зегнера, потому что полагал, что у него не будет сил придти на следующее собрание. И в день этого собрания 25 сентября он и умер, чего, однако, так и не предвидел. Занимался он привычными делами, а за несколько минут до кончины он, как и Лейбниц, размышлял о методе, которым Furtembach превратил половинку гвоздя в золото. Он легко, но так же как всегда и с прежним аппетитом поужинал, но затем легкий инсульт унес его из общества смертных в царство бессмертных, где никто никогда уже не должен предъявлять своих званий у входа и права у всех одинаковы.

Примечания

1. Прежнее немецкое название города – Мюльхаузен, а месяц апрель – явная ошибка, следует читать август. О. Ш.

2. Область в древней Греции, весьма далёкая от греческой науки. О. Ш.

3. Крохотная марка западнее Штутгарта. О. Ш.

Изелин был также профессором права и пользовался уважением базельских юрисконсультов. Был членом бывшего Королевского общества наук в Берлине и остался членом тамошней академии. Умер в 1779 г. Ф.

4. Лига Дома Господня – название весьма небольшой политической единицы. Звание *архиатр* (главный придворный врач ввёл Петр I в 1716 г., и неясно, что он означал в республиканской Швейцарии. О. Ш.

5. Утрехт – город в Нидерландах. Утрехтский мир – название ряда двухсторонних соглашений 1713 г., которые, совместно с другими, завершили войну за Испанское наследство. О. Ш.
6. Мы можем только предположить, что к маятнику был присоединён ртутный столбик и что время определялось по высоте ртути. О. Ш.
7. *Алгебраической логики* мы не нашли. О. Ш.
8. Затем он перешёл в университет Лейдена. Ф.
9. Это высказывание означает: главное не вещественное, а духовное. О. Ш.
10. Никаких источников не указано и том *Nouv. Mét.*, в котором было опубликовано *Похвальное слово* Формея, не содержит указанного суждения. О. Ш.
11. По преданию, Сивилл было 9 или 10. О. Ш.
12. Как указано выше, *Дневник* был опубликован только в 1915 г. О. Ш.
13. Pfeffers мы нашли только в Верхней Баварии. О. Ш.
14. Это не соответствует только что сказанному выше. О. Ш.
15. Тем не менее, он был достаточно сведущ в химии, производил опыты с солями и зачитал соответствующие мемуары в академии. Ф.
16. Это непонятно. О. Ш.
17. Основываясь на § 7 биографии, написанной Вольфом, мы заменили *urgetur* на *urgetir*. О. Ш.
18. Либо явно ошибочное утверждение, либо описка. О. Ш.
19. Отдавая это *Слово* в печать, я колебался, оставлять ли эти подробности. Но, поскольку они характерны, я решил оставить их. Ф.

VI

Р. Вольф

И. Г. Ламберт из Мюльхаузена

R. Wolf, Joh. Heinrich Lambert von Mühlhausen.
Biographien zur Kulturgeschichte der Schweiz.
3. Cyclus. Zürich, 1860, pp. 317 – 356

[1] 26 августа 1728 г. портному Лукасу Ламберту из Мюльхаузена [ныне Мюлуз, Франция], Верхний Эльзас, в одном из мест к тому времени более чем двести лет относящемся к (zugewandten) Швейцарской конфедерации, жена Елизавета Швермер родила сына, Иоганна Генриха Ламберта, который неизменно считал себя швейцарцем. И до тех пор, пока он не заслужил себе никаких научных званий, его современники называли его *швейцарцем из Мюльхаузена*¹¹. И я поэтому без сомнений включаю этого великого мыслителя в число швейцарских ученых.

Родители И. Г. были честными, но совсем неимущими, богатыми лишь детьми. И когда он, еще маленький мальчик, приходил из школы, то должен был помогать матери и смотреть за младшими братьями и сестрами. Его сверстники весело играли, он же в это время сидел дома у колыбели. Если только удавалось ему достать какую-нибудь книгу, то единственное удовольствие доставляло ему при этом чтение.

В 12-летнем возрасте отец забрал его из школы и, несмотря на его сильное отвращение, засадил сына в свою каморку. Если же сын хотел вечерами при свете утолить свою жажду чтения, то мать, не одобрявшая этого, отправляла его спать пораньше. Ламберт, однако, не давал себя утратить. Когда всё в доме затихало, он вставал с постели и читал при лунном свете, или при свечке, которую покупал либо за деньги от продаваемых нарисованных неумелой рукой рисунков, либо от полученных за разноску одежды. Его чтение конечно же не могло долго оставаться вполне тайным, тем более, что когда однажды ночью на чердаке вспыхнул пожар от горячей золы, он спас и семью, и дом.

И после этого отец тем охотнее решился позволить ему учиться дальше и ввиду усилий сына, и потому, что прежние учителя убеждали его в том же, да он и сам понял, что его И. Г. не был рожден портным. Но едва лишь бедный мальчишка сильно обрадовался отцовскому разрешению, как злой рок предотвратил учение: отец обратился в магистратуру с ходатайством о стипендии сыну для изучения богословия, но получил отказ. И родители теперь уже снова заявили сыну, что его спасет только игла. И. Г. покорился железной необходимости, но не был подавлен. При хорошей погоде он забирался ночами на крышу, чтобы изучать звездное небо, в иные же дни глотал научные книги, которые удавалось заполучить.

Так, без дальнейшей помощи он прочел от корки до корки две одолженные у рабочих книги по арифметике и геометрии.

[2] Его меткие вопросы и дельные замечания, с которыми он делился со всеми теми, от кого надеялся получить разъяснение, всё более обращали на себя внимание. Помощник учителя И. Я. Цюрхер начал бесплатно обучать его французскому и латинскому языкам, но больше всего ему помог городской писарь Ребер: за его хороший почерк он взял И. Г. в качестве переписчика в свою канцелярию и тем самым навсегда освободил от портняжной мастерской. Позднее Ребер рекомендовал Ламберта некоему Лалансу из Монбельяра, который занимался [владел?] металлургическим производством в Серроис, и тот взял И. Г. к себе бухгалтером. Ламберт получил возможность совершенствоваться во французском языке, овладеть техническими знаниями и даже произвести некоторые опыты.

И после примерно двух лет, в течение которых он кроме того продолжал свои научные занятия и в частности с большим интересом проследил комету 1744 г., Ламберт опять-таки по рекомендации Ребера стал секретарем профессора Иог. Рудольфа Изелина в Базеле, который в то время издавал политическую газету и вел оживленную переписку. Изелин отнесся к нему весьма дружественно, разрешил ему посещать свои лекции и несколько часов в день самостоятельно заниматься науками. И всё-таки представляется, что Ламберт никаких лекций не посещал и только лишь занимался сам по себе, о чем позднее и сообщил^{III/5}:

Я уже примерно за четыре года до того заложил для себя основы латинского и французского языков, когда покойный городской писарь Ребер рекомендовал меня доктору Изелину в Базеле, чтобы я ему помогал в его переписке и выпуске газеты. Я проводил в этом качестве едва лишь половину рабочего дня и поэтому приобрел себе некоторые книги, по которым изучил элементы наук. И я тотчас же понял, что мои усилия должны быть приложены прежде всего к тому, чтобы усовершенствоваться и стать счастливым. Но в то же время я обнаружил, что нельзя выправить намерения, извращенные от рождения, если вначале не освободить разум от предрассудков и правильно не просветить его. Таков был мой первый путевой знак, и в указаниях Вольфа о силах человеческого разума, Мальбранша об исследовании истины и Локка в его мыслях о человеческом разуме я выявил те правила, которые оказали мне большую пользу как в осознании самого разума, так и его недостатков, а также при исследовании истины. Больше всего я обнаружил [всё] это в математических науках и особенно в алгебре и механике, представивших мне четкие и основательные примеры, по которым я упрочил изученные ранее правила и смог превратить их, так сказать, в кровь и плоть. До сих пор я не выявил никаких причин для раскаяния в этих своих усилиях, ибо я смог тем легче и основательнее

изучать другие науки тем более, что должен обучать других. И это я делал и еще делаю для совершенствования разума закладки основы для укрепления воли. Я ведь хорошо знал, что в любом случае воля направлена на доброе и избегает зла, но я заметил также, что при этом предположении следует заранее хорошенько знать, что является благом, и что – злом, чтобы не выбрать лишь кажущееся благом и не давать сатане ослепить мир и наши собственные пристрастия. И поэтому я не отказался изучить учение о нравах по священному писанию, а затем смог прочесть брошюру Пуфендорфа (1673) об обязанностях человека и гражданина и другие философские сочинения о морали и смог достаточно четко осознать предпочтительность божественного учения о нравах перед всеми другими и затем более серьезно посвятил себя этому. Но другие не спешат расчистить путь для обоснования природы, и потому, чтобы лучше познать мораль, я не должен уаускать её из вида.

В остальном я здесь следовал совету, который Rollin (год?) дал тем, кто желал прилежно заниматься свободными искусствами. При чтении тех или иных книг я конечно в достаточной мере прочувствовал недостаток устного обучения и должен был оставить без обсуждения многие вопросы, возникшие у меня об этих науках. Но я с тем более сильным рвением стремился ответить на них и теперь с божьей помощью уже настолько продвинулся, что могу снова устанавливать изученное с достаточным удовлетворением своими способностями. И предполагаю в ближайшие три года поехать вместе с двумя молодыми людьми, которых я теперь обучаю языкам, христианскому вероучению по Остервальду (1726), арифметике, искусству измерения [топографии], военно-строительному делу, географии и истории, в Утрехтский университет, а оттуда проехать через Англию и Францию. И я обоснованно надеюсь, что при этом окажется возможным с божьей помощью и впредь оставаться счастливым.

[3] Конец письма Ламберта подводит нас к важной перемене, которая произошла с ним весной 1748 г. В то время он по рекомендации Изелина переехал в Кур, в дом графа Петера фон Салиса, в котором преподавал его внуку Антону и двум другим юношам этого рода, Баптисту и Иоганну Ульриху. В то же время он имел прекрасную возможность научиться вести себя в приличном обществе, равно как и достаточно свободного времени, чтобы восполнить свои знания, пользуясь притом богатой домашней библиотекой. Новые и древние языки, музыка и философия, математика и физика поочередно занимали его, и первичные основы для большей части его более серьезных научных работ, о которых речь будет впереди, были заложены уже здесь, в городе Кур.

Несмотря на свою сильную склонность к теоретическим рассуждениям, здравый смысл никогда не позволял ему позабыть о том, чтобы обеспечить более надежные основания пу-

тем наблюдений. Но для этого ему часто недоставало инструментов и приборов, и он научился достигать желаемого самыми простыми средствами, что неизбежно заставляло его самому конструировать приборы для себя^{III/10}. В 1750 г. он начал в том же городе длительные регулярные метеорологические наблюдения^{IV/11}, позднее несколько раз совершал вылазки в горы для соответствующих исследований и измерил [видимо, топографически] окрестности своего места. Он был принят в литературное объединение, учрежденное уважаемыми людьми и познакомился также с Мартином Планта, и его многогранный талант начал всё более признаваться. Этому немало способствовали и два мемуара [*Мемориалы*], которые он составил в 1753 г. для ежегодников, выпущенных в защиту города Кур, который в то время испытывал трудности в отношениях со своим епископом в Zwift.

[4] Так Ламберт провел восемь лет своей жизни в доме Салис столь же приятно, сколь полезно, и пришло время, когда оба его старших питомца, Антон и Батиста, должны были начать путешествие в его сопровождении. К концу 1756 г. они отправились в Гёттинген, где слушали лекции по юриспруденции и самостоятельно читали Пандекты [древнеримские сборники права], пока летом следующего года ввиду захвата города французами университет не пришел в упадок. Это побудило Ламберта, который тем временем был избран членом-корреспондентом Гёттингенской академии, переселиться вместе со своими питомцами в Утрехт, и там их обучение продолжалось целый год^{V/13}, хоть и не без кратких поездок в Амстердам, Гаагу и Лейден. В Гааге Ламберт отдал в печать свою первую независимую работу (1758/5)^{VI/14}. В Лейдене Ламберт встретил Мушенбрука, который вначале отнесся к нему несколько снисходительно, но вскоре тот своими выдающимися знаниями внушил седовласому учёному должное впечатление к себе.

Летом 1758 г. они посетили Париж, где Ламберт подружился с Messier, тогда как Даламбер еще не оценил должным образом значимость этого молодого человека. Обратный путь лежал через Марсель, Ниццу, Тюрин и Милан, и примерно в последние дни 1758 г. Ламберт обрадовался своему невредимому возвращению в столь хорошо знакомый родной город. 18 августа 1758 г. он написал из Парижа Альбрехту фон Халлеру:

*Сопровождая г. г. де Салис в их путешествиях, я наслаждался приятным результатом рекомендаций, которые Вы дали мне для Гёттингена и Ганновера, и которые я всегда припоминаю с тем большим удовольствием, что Вы вручили их мне непосредственно. Добавьте то, что я в долгу перед Вами за благоприятную рецензию в *Nouvelles littéraires de Goettingue* на мое рассуждение о теплоте [1755/2]. Я никогда не пожелал бы ни более благоприятного, ни более выразительного отзыва, и как мне хотелось бы, чтобы оно этого*

полностью заслуживало. Но Вы, конечно же, основывались на Ваших собственных заслугах, и для Вас естественно было щедро осветить работу, намного низшую, чем Ваши собственные. И я чувствую, насколько Ваша рецензия поощряет меня идти дальше по начатому мной пути.

Как бы я был восхищен, окажись небольшой прилагаемый трактат [1758/5] (см. Прим. VI/14) подтверждением моей признательности Вам. Во всяком случае, именно с этой целью я преподношу его Вам, преподнес я его также и знаменитому Королевскому гёттингенскому обществу, которое оказало мне честь, избрав меня одним из своих корреспондентов, и профессору Кестнеру, который помимо одариваемой мне дружбы опубликовал выдержку из него в *Nouvelles littéraires*...

Хотя содержание того, что я рассматриваю, может заинтересовать астрономов и геометров и хотя из всех моих открытий меня больше всего радует приложенная таблица падения барометра [с высотой места], тем более, что она оказалась самым неожиданным из них, я всё же признаю, что в основном опубликовать эту работу меня обязала тема предисловия. Она подвела меня к предварительному объявлению о моей фотометрии и указала размах ее содержания. Тема опубликованной работы та же, что в моей пирометрии, но рассуждение о теплоте является лишь ее небольшим наброском.

Всё готово, и осталось лишь расположить материал и увязать одно с другим в обеих этих системах [пирометрии и фотометрии?]. Моя служба в семье Салис окончится до конца октября месяца, и мне следует сожалеть о свободном времени, которое она мне охотно предоставляла для работы над подобными темами. Не знаю, когда смогу к ним вернуться, Вам ведь хорошо известно, что свободное время необходимо, и Вы легко представите себе, в какой степени оно может повлиять на Ваши труды, которые являются темой для похвал со стороны всего царства литературы и особенно тех, кто подошел к подчинению предположений опытам.

Я чистосердечно признаю, что надеюсь вновь обрести свободное время в Гёттингене, и ничто не прельстило бы меня больше, чем приглашение занять кафедру философии. Мне хорошо известно, что при состязании на звание профессора философии легко угодить на преподавательскую работу и ожидать освобождения какой-либо кафедры. Но я столь же хорошо знаю, что премьер-министр де Мюнхаузен очень склонен к тому, чтобы литература обеспечивала средства существования лицам, имеющим рекомендацию и требующим возможности чтения лекций.

И я очень хорошо представляю себе, что значит зарабатывать свой хлеб чтением лекций, и сколько времени это отрывает от того, которое требуется для углубления наук. Вам это известно, и Ваш пример наглядно доказывает, что слава университета намного меньше зависит от тех, кто лишь читает лекции, чем от тех, кто кроме того заслужил

репутацию своими трудами. Не отрицаю, что стремлюсь именно к подобной славе и не желаю ничего в той же степени, как достижения удачного научного развития. Вы достаточно просвещены, чтобы это представить себе. Как бы я был удовлетворен, если Ваши рекомендации обеспечат мне возможность развития, или если обстоятельства в гёттингенском университете допустят приглашение, которое могло бы быть мне полезным. Именно к Вам я осмеливаюсь обратиться, представляя себе то влияние, которое Вам предоставляет превосходство Ваших заслуг у знаменитого и великодушного куратора этого университета. Пожалуйста отнеситесь благосклонно к откровенности, с которой я осмеливаюсь предложить Вам свои замыслы и отвергните их, если обнаружите препятствия, которые либо могут в корне их обесценить, либо превзошли мое понимание.

Если, однако, список оригинальных работ, – не компиляций и не переводов, – которые я предполагаю довести до некоторой степени совершенства, может как-то помочь, мне не представит никакого труда кратко сообщить Вам то, что я последовательно доведу до сведения научной общественности по мере публикации своих трудов. Ваша роль в продвижении наук по крайней мере заранее уверяет меня в том, что мои усилия в этом направлении не будут Вам неприятны. Они являются плодом часов досуга, которым я пользовался с 24-х до 30-и лет, т. е. с тех пор, как стал применять свои прежние попытки. Кроме фотометрии и пирометрии я написал по приглашению *Société Helvétique* сообщение об определении влияния Луны на барометр [1760/8]^{VII/18} для третьего тома их *Актов* и уже вижу, что оно займет до четырех или пяти линий². И я еще посмотрю, подчиняются ли другие причины [изменения высоты барометра] некоторому определяемому закону. Я провожу опыты по естественному испарению и всё еще определяю его законы и меру. Подобное же я начал предпринимать о вариациях магнитной стрелки. Я использую свои и иные открытия, чтобы обнаружить пути, которым они следуют и надеюсь успешно очистить логику от остатков схоластики и заменить их практичными правилами размышления и выдумки.

Я составлю вторую часть онтологии [раздел философии, рассматривающий общую картину мира], который будет отличаться от первой как практическая геометрия [геодезия] от простой теории, потому что в общем я стараюсь действовать так, чтобы абстрактные науки стали в какой-то мере полезными даже в обычной жизни. И так я поступаю с немецкой риторикой. Вот плоды досуга, но они потребуют его намного больше, прежде чем достаточно созреют для публикации.

Если Вы верите, что я смогу, как надеюсь, найти его в Гёттингене, или что приглашение сможет его мне предоставить, я неизменно стану выражать свою признательность за хлопоты, которые Вы согласились принять на себя

по этому поводу, всем, чем только удастся. Осмелюсь просить Вас сообщить в двух словах насколько Вы могли бы помочь мне открыть путь к кафедре философии.

Халлер, как представляется, активно ходатайствовал за Ламберта, но Гёттинген упустил возможность заполучить себе столь многообещающего молодого ученого. Во всяком случае, 28 января 1759 г. Ламберт написал Халлеру из города Кур:

Если две причины, которые сделали бесплодными и Ваши хлопоты, и мои надежды, могут свестись к тому, чтобы я спокойно ожидал следующего свободного места, то у меня не будет тогда повода сожалеть о возможностях, которые приобретаются исследованиями. Но я не смею повторять свои назойливые попытки в этом направлении и не позволю себе, чтобы Вы взваливали на себя все возможные обязанности

Я горячо хотел бы найти случай дать Вам удостовериться в этом по результатам и прошу Вас сообщать мне о таких возможностях каждый раз, когда сочтете, что я смогу быть Вам полезным.

[5] Придя в себя от своих путешествий в доме Салис, который стал для него второй родиной, Ламберт почувствовал желание еще раз повидать свою мать (отец умер уже в 1747 г.). Он добрался до Цюриха, где его очень хорошо встретили Setzner, Heidegger и другие, пробыл там много недель и отдал в печать свою книгу *Perspective* (1759)^{VIII/19}, и, помимо других занятий, 3 мая 1759 г. посетил новую обсерваторию Физического общества [Вольф 1858, с. 303]. Ввиду своей диковинной одежды, которая почти неизменно состояла из ярко-красной тужурки, светло-синего жилета и черных брюк, мальчишки бегали за ним вслед, пока не заметили с удивлением, какую честь оказывали этому странному чужаку суровый бургомистр и другие высокопоставленные лица.

В Мюльхаузене Ламберт провел у матери примерно три месяца, затем уехал в Аугсбург, где подружился с прекрасным механиком И. Г. Брандером³, принял участие в его работе и долгое время жил у него^{IX/21}. Основной целью его приезда туда была окончательная переработка и сдача в печать сочинения, упомянутые им в письме Халлеру. Вначале он занялся своей *Фотометрией* [9] и уже в октябре 1759 г. написал И. Зетцнеру:

Я договорился отдать тут свою Фотометрию в издательство фрау В. Клеттин и предполагаю зимой заниматься отделкой материала, чтобы побыстрее закончить эту работу, и, если Бог позволит, должен буду до времени поста всё сделать⁴.

И Халлеру: *Я проведу здесь зиму, чтобы опубликовать свою Фотометрию, которую дополнил в большей степени, чем обещал.* Ему же в следующем месяце он сообщил о дальнейших событиях:

Полагаю, что четырехкратно выполнил свои публичные обещания о фотометрии, хоть я и не обязывался и не предлагал полностью завершить [тему]. Свет, отраженный от поверхности стекла; тот, который отражен и поглощен белым телом, как, например, гипсом или бумагой, либо даже цветным телом; сравнение ясности освещенных объектов с ясностью подаваемого света; ясность атмосферы, фаз Луны и Венеры и т. д., – вот темы, одинаково любопытные и интересные физику, тем более, что они зависят от опыта настолько же, насколько от теории. Белая стена или гипс поглощают две трети света и отражают лишь одну треть. Зеркальное стекло поглощает почти половину и отражает вторую половину и т. д. Вот результат моих опытов, но есть и некоторое число других подобных опытов.

Этого указания должно быть достаточно, чтобы дать понятие о богатстве содержания действительно вышедшего в 1760 г. труда [9]. Много позже Брандес назвал ее книгой, в которой “фотометрия весьма полно разработана, притом со всей математической строгостью и изяществом”, а Вильде (1838 – 1843), от описания многих подробных замечаний которого я должен отказаться, посвятил *Фотометрии* 46 полных страниц своей книги.

Следует, однако, добавить, что слава должна остаться за Буге, который несколько ранее научно рассматривал фотометрию, но что заслуги Ламберта в этой важной части оптики по меньшей мере столь же велики. Он, даже если и знал про более раннюю работу Буге^{X/23}, разработал указанную часть оптики вполне самостоятельно и во многих местах провел дальнейшие исследования. И, кроме того, фотометр, который обычно называется румфордским, был уже предложен и использован Ламбертом.

За *Фотометрией* последовала небольшая работа о свойствах кометных орбит [10], выдержки из которой были бы затруднительны ввиду ее характера. Достаточно указать, что в ней кроме прочего находится известное положение, названное его именем и позднее столь удачно примененное, особенно Ольберсом:

Время, в течение которого вдоль параболической орбиты описывается некоторая дуга, зависит только от ее хорды и суммы обоих радиусов-векторов.

Частично эта, и частично другие позже упоминаемые работы [17, т. 2, с. 200 – 322; 44] навсегда соединили имя Ламберта с соответствующим разделом астрономии.

[6] Почти еще интереснее *Космологические письма* [11]^{XI/26}. Их можно рассматривать как стремление ввести надежные понятия обо всей вселенной подобно тому, как это сделал для Солнечной системы Фонтенель в своих *Беседах о множественности миров* в 1686 г. Действительно, он подметил возвышенный вид в столь же величественном сколь систематизированном строении частей вселенной, представляющихся нашим глазам. Ничего не зная о Райте, он пришел к первым мыслям об этом в начале своего пребывания в Куре при наблюдении звездного неба, как раз в то время, когда Кант, с которым он вообще был очень сходен, а позднее состоял в весьма оживленной переписке, воодушевленный названным выше английским астрономом, написал свою *Всеобщую историю...* (1755). Кроме того, Ламберт кое-что сообщил об этой теме в своей *Фотометрии* (1760).

Как и Кант, Ламберт представлял себе каждую звезду как Солнце, около которого обращается некоторое число планет и комет, и вместе с ними образует *систему первого порядка*. Он полагал, что наше Солнце принадлежит к сферическому множеству примерно полутора миллионов звезд, диаметром примерно в 150 расстояний до Сириуса⁵, которые мы видим рассеянными по небу во всех направлениях и которые составляют *систему второго порядка*.

Все эти, принадлежащие к одному и тому же множеству звезды, обращаются около темного центрального тела или общего центра тяжести, и их действительное движение присоединяется в наших глазах с кажущимся, которое является следствием движения нашего Солнца и образует обнаруженное из наблюдений так называемое собственное движение неподвижных звезд. Позднее стало возможным отделять эти составляющие друг от друга и указывать направление, в котором движется наше Солнце.

Существует большое число подобных систем второго порядка, и все вместе они образуют *систему третьего порядка*, Млечный путь. Эта система представляется шайбой сравнительно меньшей ширины диаметром примерно 150 тысяч расстояний до Сириуса [= 1320 тысяч световых лет] и, возможно, также обладает центральным телом, около которого обращаются ее отдельные члены. И подобных Млечных путей также может существовать большое число, которые все вместе образуют *систему четвертого порядка*, и так быть может, когда мы окажемся в состоянии осознать это, можно продолжать и дальше.

Ламберт, конечно же, не мог пытаться формально доказать существование своих систем, главные черты которых мы описали; он мог лишь стараться надежно представить их, и многие утверждения он обосновал лишь телеологически [с точки зрения цели, целесообразности]. Впрочем, он был также весьма убежденным христианином^{XII/27} и повторно заявлял, что было бы убого признавать большой вес только за тем, что

можно постигнуть, как, впрочем, и приходится поступать по поводу столь многого в повседневной жизни.

Знание звездного неба в последнее время сильно расширилось и противоречит отдельным суждениям Ламберта, но в общем его идеи подтвердили Гершель, Превос, Аргеландер и др., которые осуществили провозглашенное Ламбертом разделение составляющих движения звезд и доказали движение Солнца. Влияние *Космологических писем* Ламберта, этого труда, “сплошь талантливого и наполненного просвещенностью” (Лаланд), на мыслящих современников можно установить по двум письмам Бонне Халлеру. Вот письмо 22 ноября 1771 г.:

Читали ли Вы Систему мира [это – заглавие французского перевода Космологических писем] прославленного Ламберта [...] Я прочел ее вторично и полагаю, что прочел своего рода откровение, которое исчерпало все способности моей души и преисполнило меня глубочайшим почтением к этому восхитительному разуму, который управляет необозримой машиной вселенной столь простыми и плодотворными законами. Ламберт – выразитель и соперник бессмертного Ньютона, и как бы открывший всемирное тяготение рукоплескал этому превосходному приложению своих принципов! Но общих идей слишком недостаточно для хорошего труда, о котором я говорю. Чувствуется большая потребность растолковать его для тех читателей, которые не приобщены к тайнам высокой астрономии. Мне хорошо известно, что раскрыть эти тайны всем читателям невозможно, но я также вижу, что редактор [см. Прим. XI/26] хотел время от времени заполнить пустоты, оставленные между слишком отдаленными друг от друга идеями. Чтобы облечь эту божественную астрономию в человеческую форму нужен Фонтенель.

И снова 24 декабря того же года:

То, что я написал Вам о Системе мира глубокомыслящего Ламберта, не покажется Вам несколько преувеличенным, если Вы прочтете этот восхитительный труд. Осмелюсь уверить Вас, что Вы еще не видели ничего такого о всеобщей гармонии мира, что могло бы сравниться с ним. Ламберт имел в виду представить нам небо как некое откровение существования [материи] совершенства и единства первопричины. Вы ответили мне несколько холодно: “Я не стал бы отыскивать в астрономии то прекрасное, которое Вы в ней открываете”. Прочтите же и перечитайте [этот труд] и Вы измените свою речь.

И позднее вполне оправданно сохранилось удивление работой Ламберта. Так, например, Устери (1821, с. 371 – 372) цитирует И. Б. Мериана:

Ламберт, один из самых удивительных гениев XVIII в., проявляет в своих Космологических письмах великие, грандиозные новые идеи о протяжении осязаемой нами вселенной, связности и гармонии миров, количестве и путях неподвижных звезд и комет. Можно сказать, что он расширил все размеры и развернул перед нашим удивленным взором неизмеримость пространства.

Далее он, однако добавляет:

Но Ламберт не умеет писать, и его труд – образец хаотичности, которую надо было распутать. Мериан отбросил все научные подробности, всё лишнее, которое затемняло картину и представил ученой Европе вселенную в ослепительном и восхитительном виде, во всей простоте, во всем порядке и величии.

И всё же мне думается, что он слишком сильно осудил Ламберта и слишком много приписал Мериану, и я не могу не противопоставить его приговору мнение знаменитого Струве (1847/1953, с. 19), который назвал первоначальное издание *Писем* “замечательным по ясности изложения и глубине проникновения”⁶.

[7] При этом случае я всё же обязан сообщить, что в общем-то многие жаловались, что Ламберт, именно в своих немецких работах, иногда неясен и притом очень многословен^{XIII/28}. В таком духе жаловался Jeanneret своему другу Jetzler, что часто ему тяжело понимать Ламберта, тот же ответил 17 марта 1782 г.:

Жаль, как Вы и замечаете, что Ламберта так трудно понять. Думается, что он, подобно Ньютону, очень часто намного больше хочет удивить, чем научить. Он несомненно умышленно и многократно скрывал свой подход, который подводил его к интересным результатам. В этом он отличается от Эйлера, который неизменно показывает использованный им анализ и притом со свойственной ему четкостью, как сам Ламберт и признал.

Затем, 3 апреля Jeanneret написал:

Ученые по существу сильно ошибаются, когда стараются оставаться неясными, чтобы ими восхищались. Я вспомнил, что сказал мне Бернулли о Фотометрии Ламберта: он счел этот труд таким неясным, что предпочел бы его написать, а не прочесть. Вот, действительно, весьма малополезная книга, ибо если голова, подобная Д. Б., понимает ее с трудом, то что говорить о других? Это также служит причиной, почему я до сих пор воздерживаюсь от ее покупки, но я еще наберусь мужества.

Кроме того, ученые высшего ранга читают мало, каждый из них занят своими собственными размышлениями. Они поэтому не читают сколь угодно ученых или темных книг, да ведь и не их надо стараться обучать. Это же форменное безумие [так полагать], чтение ведь часто лишь возбуждает их ревность, стоит им только немного походить на Даламбера. Они читают друг друга только, чтобы критиковать.

А Фонтана написал 11 ноября 1773 г. из Падуи Кестнеру:

Я сейчас получил немецкие работы Ламберта. Он очень талантлив, отрицать этого нельзя. Но он затягивает изложение, слишком распространяется, иногда отталкивает своим многословием. Он, видимо, не знаком с искусством, еще более редким, чем талант, – с самым трудным искусством вычеркивания. Не будет неуместным назвать его Драйденом геометрии, о котором хорошо сказал Поп:

*Драйден плодовитый иль не знал, иль позабыл
Последнее и величайшее искусство,
Искусство вычеркивания.*

Что бы ни следовало отсюда, он так мужественен, что я почти забываю о его недостатках, притом же, где тот, у которого их нет? Лучшим оказывается тот, кто меньше всех торопится (Optimus ille est, qui minimis urgitur).

Незадолго до своего приезда в Аугсбург, а именно 28 марта 1759 г., в Мюнхене была основана академия наук, которая не упустила случая присоединить к себе восходящее светило. Формей сообщил, что Курфюрстская Академия пожелала даже более близко присоединить его к себе и заключила с ним соглашение, по которому он обязался посылать ей свои рукописи и вообще помогать своими советами. За это ему было присвоено звание почетного профессора и установлена пенсия в 800 флоринов, он же оставил за собой право проживать вне Баварии где только ему будет угодно.

Эта связь оказалась кратковременной. Его упрекали в том, что он недостаточно принимал близко к сердцу интересы Академии, а он быть может более обоснованно жаловался, что его мнением пренебрегают и указанные им беспорядки не устраняют. Выплату пенсии прекратили, и никаких шагов для ее возобновления он не предпринял⁷.

[8] Разрыв с Академией произошел, видимо, в конце 1763-го или в начале 1764-го года, потому что в 1763 г. вышел в свет первый том академических трудов, включавший две его работы [13; 14], а 21 июля 1764 г. Августа Рейценштейн^{XIV/30} написала из Мюнхена Геснеру: “Что же теперь будет с добрым Ламбертом? Здесь для него ничего нет”. Вообще-то Ламберт, видимо, или никогда не был в Мюнхене, или во всяком случае ни разу не приезжал туда надолго, ибо

уже летом 1761 г. он снова оказался в Pfeffers, осенью – в своем любимом Куре, а зимой – в Цюрихе, где Физическое общество приняло его к себе в качестве почетного члена, – того, “чей проницательный разум осознает истины в самых трудных науках, открывает новые истины и раскрывает тайны”.

В 1778 г. журнал *Monatliche Nachrichten* рассказывал:

Во время пребывания Ламберта в Цюрихе, он столовался у одного из жителей и ввиду небольшой оплаты должен был жить очень скудно и просто. Однажды вместе со многими членами местного Физического общества, и особенно с нашим Геснером, он провел на их обсерватории целый зимний вечер помогая при астрономических наблюдениях. Ужинали все вместе, чтобы затем можно было бы продолжать наблюдения, он же побоялся искушать свою умеренность, пошел ужинать домой и вернулся через полчаса.

С лета 1762 г. до осени 1763 г. Ламберт вновь жил в Куре, оттуда выезжал на короткое время в Beltlin и Cleven и участвовал в установлении границы между Bünden⁸ и Миланским герцогством. Затем он поехал через Аугсбург в Лейпциг, где отдал в печать свой *Новый органон* [15]^{XV/31}, над которым он в основном и работал в последние годы. Рейнхольд (1828 – 1830) сообщает о ней:

Он попытался решить проблемы логики более основательно, чем его предшественники и свел их к четырем вопросам.

1. Хватит ли сил человеческому разуму уверенно продвигаться к истине?

2. Достаточно ли заметна сама истина, чтобы было возможно отличить ее от заблуждения?

3. Не препятствует ли язык, на котором истину приходится представлять и описывать, ее познанию?

4. Не может ли разум быть настолько ослеплен обманчивым видом истинного, что так и не доберется до него?

В соответствии с этими вопросами он определил четыре науки, которые разум должен будет применять для сознательного опознавания истины как таковой, для ее изложения и отделения от заблуждений и кажущегося. Ко всем этим наукам совместно Ламберт относился как к Органону человеческих знаний и рассмотрел

1. Диалогию, или учение о здоровом смысле, которое по своему охвату и своей цели в основном совпадало с логикой Вольфа.

2. Алтологию, или учение о критериях истины, в котором Ламберт, как Локк до него, стремился обсуждать установление простых понятий и их применение для обоснования всего научного познания.

3. Семиотику, или учение о наименовании мнений и вещей.

4. Феноменологию, или науку о кажущемся.

Я не думаю, что должен отыскивать значимость Ламберта в его философских сочинениях^{XVI/32}, так что пусть приведенное краткое описание окажется достаточным. Добавлю лишь, что на основании этих работ его оценивали весьма различным образом. У своих современников он как философ в общем не имел большого успеха, а в сочинениях по истории философии его большей частью упоминали среди предшественников Канта весьма кратко и не очень хвалебно. И даже Эрхардт, автор похвального слова о нем, хоть и назвал *Органон* “Трудом, достойным удивления”, каждый читатель которого, если он достаточно терпелив, чтобы до конца продумать его, будет вознагражден “множеством превосходных замечаний, поразительных новых мыслей и остроумных примеров”, всё же причисляет Ламберта скорее к авторам философии преходящего значения.

Напротив, некто Мозес Мендельсон писал 12 июля 1764 г. своему другу Аббту (Abbt 1782):

Прочти я Новый Органон Ламберта несколько лет тому назад, наверняка оставил бы в столе свое конкурсное сочинение (об очевидности в метафизических науках) или быть может ощутил ярость вулкана. Только ламберты умеют отыскивать скрытые пути разума и тайные подходы к собору истины. Его труд – самый замечательный в своей области. Его Диалогия содержит основные положения искусства изобретения, Феноменология – плодотворные понятия о логике вероятного, и его учение об обозначении истины столь же значимо. Лишь его Алетология мне понравилась несколько меньше. Прочтите Бога ради этот труд как можно быстрее, чтобы мы смогли больше о нем поговорить. Обнаруживаются подобные работы, а иностранцы так еще пренебрежительно обсуждают состояние наук в Германии.

И уже в 1828 г. Ерман, отмечая годовщину его рождения в речи перед Берлинской академией и прославляя его, даже поставил Ламберта в один ряд с Лейбницем и кроме прочего заявил:

Лейбниц – немецкий Платон, Ламберт – немецкий Аристотель. Если бы Лейбниц со старомодной непринужденностью перемещался в царстве идей и не писал бы топорно на иностранном языке, был бы он вполне Платоном; примени Аристотель в своем наброске логических функций мысли математический талант и математическое знание автора Архитектоники, был бы он вполне Ламбертом.

Так же неоднозначны суждения о Ламберте по поводу примененного им там метода письма. Вот что писал Jeanneret 20 марта 1776 г. Jetzler'у:

Что касается Ламберта, то я полагаю, что его наука сопровождается чуточкой шарлатанства. Я слышу подобные разговоры, притом в таком тоне, что веришь им. В нашем мире нужно, чтобы тебя оценили, и часто вся заслуга некоторых в этом только и состоит. И вот штрих. Один житель Женевы^{XVII/36} перевел на французский язык Новый Органон Ламберта, и, поскольку там есть непонятные места, попросил автора разъяснить их, чтобы дополнить свой перевод. Но Ламберт не захотел этого сделать, сказав, что это бесполезно и что те, кто не поняли его книги в том виде, в каком она написана, не должны изучать метафизику, потому что она окажется для них скорее вредной, чем полезной.

Тем не менее Яков [Ш] Бернулли сказал мне, что Бегелин, который хотел выделить часть этой книги и представить ее более широкому кругу читателей, обнаружил, что она настолько неясна, что отказался читать ее. Полагаю, впрочем, что не следует обвинять его в том, что голова у него не так хороша, чтобы разбираться в метафизике.

Напротив, Эрхардт (1829), признавая, что Ламберт многословен и охотно повторяется, заявляет:

Его язык свободен от местных словечек и идиом, способ выражения мысли немудрен и естественен и неизменно соответствует предмету и понятиям, краток и энергичен и в высокой степени ясен. Он доказывает то положение, что кто ясно мыслит, должен и неизбежно говорить ясно и что обертывание мыслей в непонятную терминологию является признаком убогой головы, а не великого человека. Язык Ламберта – это точный язык математика, а не раздутое повествование романтика наших дней. Изящество не в его натуре.

[9] К началу 1764 г. Ламберт отправился через Галле, где познакомился с Зегнером, в Берлин, предположительно, чтобы лишь немного пожить там, а затем поискать свое счастье в России. Впрочем, он вероятно надеялся, что после своего появления в Берлинской академии, в которую он был принят как иностранный член уже в 1761 г., ему будет назначена пенсия, и он сможет остаться там. Он ведь и раньше этого хотел, что следует из письма Августы Рейценштейн Геснеру 25 октября 1762 г. из Кура:

Ламберт сообщил доверительно, что профессора Зульцер и Эйлер пытаются помочь ему получить пенсию, и он растроган их добрыми заботами. Я со своей стороны сильно желаю,

чтобы эти попытки вскоре завершились удачей, потому что мне кажется, что этот прилежный ученый не имеет никакого достаточного дохода, и это болезненно.

Человеколюбие, дорогой друг, само по себе склоняет сказать профессору Зульцеру самое лучшее о Ламберте, иначе мне пришлось бы изворачиваться и добавить им свои мало-значущие несколько слов в его пользу.

В то время Эйлер и Зульцер не добились своей цели, и когда приехал сам Ламберт, Зульцер сделал новую попытку и проникся к нему таким расположением, что решился рискнуть еще раз, тем более, что через несколько дней его и без того вызвали в Потсдам [ко двору Фридриха II]. В своей автобиографии Зульцер написал:

Я был настолько поражен этим превосходным человеком, что по дороге в Потсдам и по приезде туда не мог думать ни о чем, кроме как о великом таланте этого человека. В Потсдаме я с таким воодушевлением говорил о нем с несколькими людьми, которые ежедневно виделись с королем, что они не могли удержаться от того, чтобы сообщить тому о моем удивлении этим необычным разумом.

В результате, при своем возвращении в Берлин меня уже ожидало письмо от Катта, королевского чтеца. В нем этот мой друг сообщил, что король желает поговорить с приехавшим философом и что я должен позаботиться о его приезде на следующий день в Потсдам, чтобы в тот же вечер быть представленным королю.

И хоть дело было хорошо подготовлено, следовало опасаться, что при личной аудиенции поведение Ламберта, которого можно сравнить с человеком с Луны, не понравится королю. Но король желает видеть его, и ничего не поделаешь. И действительно, дело обернулось скверно, по крайней мере в то время. Формей рассказывает:

Категоричный тон его ответов, уверенность, с которой на вопрос “Что Вы знаете?” он без колебаний ответил “Всё, государь”, а на следующий вопрос “Как же Вы это изучили?” последовал ответ: “Я сам изучил”, поразил уши, мало привыкшие к подобному языку^{XVIII/38}. Встреча оказалась бесплодной и видимо не могла быть повторена.

[10] Зульцер продолжает:

Его Величество не разглядели в этом добром человеке великого философа, которого он ожидал увидеть после получения сообщения о нем. Об этом меня тотчас же известил Катт, притом довольно плачевным стилем. Ламберт, опыт которого был слишком незначительным, чтобы заметить, что он не понравился, вернулся однако весьма радостным, я же был

немало смущен. Этого доброго человека отправили обратно в Берлин с обещанием, что от меня он узнает о последствиях своей аудиенции. Я сказал Ламберту вполне доверительно, что такого человека нельзя, мол, больше выпускать из Берлина, лишь бы он только правильно начал, что король имеет добрые намерения о нем, но что должно еще пройти некоторое время, пока они исполнятся, и это его удовлетворило.

Я старательно написал Катту, что весьма сожалею, что король рассмотрел Ламберта не с той стороны. И прошло более, чем полгода, в течение которых русский посланник, князь Долгорукий, познакомился с Ламбертом, и Петербургская академия захотела перетянуть его к себе. Это вновь вселило в меня мужество, чтобы потребить Катта, попросить его сообщить королю, что жаль будет если мы, как представляется, навечно потеряем этого человека. Мое письмо возымело желательное действие; король предоставил Ламберту пенсию в 500 талеров и предложил ему место в Академии.

Мериан добавил к этому:

Катт попросил меня сообщить об этом Ламберту, к которому я тотчас же радостно отправился. Чувствуя, как сильно он хотел оставаться в Берлине, я полагал, что это известие обрадует и его. Тем сильнее я поразился, что он воспринял это сообщение с полнейшим равнодушием, сказав притом, что желает об этом еще подумать. Я ответил ему напрямик, что никакие раздумья ни к чему не приведут, что либо он примет приглашение сразу же, либо откажется от него навсегда, потому что вторично к нему никак уж обращаться не будут.

После этого я пошел к Зульцеру и рассказал ему обо всем. И поскольку Ламберт в тот же день пришел к нему же, Зульцер предложил тому в своей подчас повелительной форме: садитесь и записывайте под мою диктовку. Это было благодарственное письмо королю, и Ламберт послушался, и таким образом дело благополучно закончилось.

Правительственное распоряжение, в котором король назначил Ламберта действительным членом физического класса академии, было подписано 9 января 1765 г., и хорошо, что дело было решено, потому что в противном случае оно могло бы быть легко отменено ввиду письма Даламбера Фридриху II 1 марта 1765 г.^{XIX/39}. Этот в какой-то степени задорный человек написал:

Я знаю лишь одну работу Ламберта; она хороша, но не представляется мне сравнимой с каким-либо мемуаром Эйлера. И если этот последний стоит на коленях перед Ламбертом, как Ваше Величество сделало мне честь написать, то я должен сказать об Эйлере то, что сказал Ла-

фонтен, что было бы глупо верить, что у Эзона и Федра было больше ума, чем у него.

Между тем, 24 января Ламберт весьма успешно произнес свою вступительную речь о влиянии экспериментальной физики на остальные науки [18]^{XX/40}, и вскоре о нем заговорили и по другому поводу. 30 апреля 1765 г. Зульцер написал Jetzler'у:

Мы наконец заполучили Ламберта, но он не вполне удовлетворен своей пенсией. Он получает всего 500 талеров, что, разумеется, слишком мало для такого человека, но это всё, что может допустить нынешнее положение.

Этим летом мы повторим свои испытания с пушечными ядрами, так что надеемся точно установить их траектории простым наблюдением. Ламберт начал зачитывать Академии свое сочинение об этом [20]^{XXI/41}, и в нем содержится очень много нового и особого, хотя до него так много было о том же написано.

[11] И всё же в первые годы своего пребывания в Берлине Ламберт не всегда находился на дружеской ноге со своими новыми коллегами. Иоганн III Бернулли^{XXII/42} писал Маллету 11 октября 1766 г., что

Ламберт бросает тень на свои крупные заслуги своим самомнением, превосходящим всякое воображение, и он явился одной из причин нашей потери Эйлера⁹. Я – единственный из его собратьев, с которым он уживался. Я не ссорюсь с ним, хоть мы и обедали вместе всё время, пока он жил у меня. Его беседы о любых науках поучительны. Если не спрашивать его ни о чем, кроме его собственных мыслей, не перебивать его и не перечить ему, он будет говорить три часа подряд как по книге.

Как высоко, однако, его уже тогда ценили, свидетельствует письмо Зульцера Jetzler'у 22 ноября 1766 г.:

Русские грозят перетащить и Ламберта к себе. Он, надо сказать, слишком напорист. Надеюсь, что мы его удержим и что это [русская угроза?] станет поводом устроить что-либо более прибыльное для него. Хоть он и уклонился от всякого общения, а его поведение становится всё более странным и мальчишеским, я признаю, что скорее уступил бы ему свою собственную пенсию, чем хотел бы его потери для академии.

Со временем личные отношения Ламберта со своими коллегами продолжали улучшаться, частично потому, что он сам к своей выгоде изменился, частично же ввиду того, что окружающие постепенно начали осознавать, что в основном то, что вначале считалось неуживчивостью, надменностью и. т.

д., следует относить к отсутствию внешней формы и безмерной наивности и что по сути он превосходный человек. Сам Фридрих II всё больше признавал, что под несколько особой оболочкой скрыт человек большого таланта, и неоднократно защищал его от насмешников, говоря, что “В этом человеке надо видеть не мелочи, а необозримость его взглядов”. Он всё увеличивал содержание Ламберта, а в 1770 г. произвел его в управляющие строительством. Thiébauld, как рассказал Граф, указал в своих воспоминаниях [возможно Thiébauld 1813], что

Узнал об этом назначении из газеты и пожелал ему в тот же день удачи, Ламберт же ответил мне: Очень странно, что король публикует подобные новости не обсудив дела со мной. Это касается меня, и прежде всего меня должны были спросить, хочу ли я принять эту должность или нет. И я еще не решил, нужна ли она мне.

Его друзья приложили немало старания, чтобы он согласился. И, приняв назначение, он пошел к министрам [?] и заявил: Ваши Превосходительства не должны думать, что я стану просматривать и исправлять обычные счета на строительные работы. Этот труд может взять на себя ваш писарь, если вы сами не захотите иметь с ним дело. Я не буду заниматься тем, что может исполнить любой другой, а для меня стало бы лишь потерей времени. Но если у вас встретятся трудности, которые вы не сможете преодолеть, вы не должны будете обращаться ни к кому, кроме меня^{XXIII/43}.

И в своем новом положении Ламберт продолжал испытывать благосклонность короля, которой он пользовался до конца жизни, что усматривается из берлинского письма Jetzler 15 июля 1776 г. бургомистру г. Meuenburg:

Общение с Ламбертом для меня особо важно, потому что он несомненно является одним из величайших философов и математиков. Три недели назад король увеличил его содержание на 400 талеров, хоть это ни ему самому, ни вообще кому-либо и в голову не пришло бы. Это – верный знак его заслуг, потому что достаточно известно, что король не стал бы охотно давать слишком много. Некоторым другим академикам и в основном Швейцере также увеличили содержание, и Швейцарии почетно, что ее ученые на таком хорошем счету у короля в Пруссии.

[12] Что же касается позднейших научных работ Ламберта, они в изрядной степени относятся ко всем частям чистой и прикладной математики. Их число, однако, слишком велико, чтобы можно было сослаться на каждую из них, и будет достаточно ко вскользь указанному выше добавить следующее.

В историю арифметики Ламберт надолго вписал свое имя исследованиями делимости чисел [17, т. 1, с. 1 – 33; 71, т. 1, с. 91 – 116], теории уравнений [17, т. 3, с. 184 – 249; 31; 32], ря-

дом [4], который был назван его именем¹⁰ и впоследствии рассмотрен Эйлером (1783) и обобщен Лагранжем, работами по интерполяции [17, т. 3, с. 66 – 104; 49; 71, т. 1, с. 333 – 358; т. 2, с. 291 – 293], теории вероятностей [9; 17, т. 1, с. 1 – 313, 424 – 488; 40; 69], отысканием признаков интегрируемости [26] и т. п.

Геометрия благодарна ему, кроме сказанного выше, например, элементами, содержащими так называемую геометрию de la règle [?], перспективой, совершенствованием и обогащением тригонометрии [17, т. 1, с. 369 – 424; 34] и первым наброском тетрагонометрии [17, т. 2/1, с. 175 – 183], а именно [?] весьма основательным рассмотрением искусства визирования [17, т. 1, с. 314 – 368; т. 3, с. 12 – 84]¹¹, многими трудами по хорографии [17, т. 3, с. 105 – 199, перепечатка: Ostwald Klassiker No. 54, 1894; также см. Wallis & Edney 1994, с. 1108 – 1110], впоследствии продолженными Лагранжем и т. д. Механика получила от Ламберта теоретические изыскания своих принципов [17, т. 2/2, с. 363 – 628] и разработку так называемой проблемы трех тел [28], а также различные работы о трении [46], текучести песка [47], о водяных и ветряных мельницах [59 – 62], силе человека [64] и т. д.

Он также обогатил физику почти во всех ее частях и можно было бы сослаться на ряд работ Ламберта по гигрометрии [36], метеорологии [14; 41; 42; 65], акустике [57; 58], оптике [38; 43], магнетизму [21; 22]^{xxiv/63} и т. д. Будет достаточно заметить, с одной стороны, что он был одним из первых, широко применивших графики к исследованию рядов наблюдений, и, с другой стороны, особо внимательно взглянуть на еще одну из его основных работ, *Пирометрию*. Выше я заметил, что учением о теплоте Ламберт занялся уже очень рано и уже тогда задумал написать о нем большую работу. Этому помешали, однако, другие труды, и лишь в конце жизни он отыскивал необходимое свободное время, чтобы вернуться к своим юношеским планам. Его последнее сочинение примыкавшее поэтому к его первому, было закончено 16 мая 1777 г. и отдано в печать за несколько дней до смерти.

Отсутствовавшее предисловие позднее добавил его друг, В. И. Г. Карстен. Даниил Хубер высказался о *Пирометрии* следующим образом:

В этой ценной работе весьма основательно обсуждается всё, что соответствовало тогдашним знаниям о тепле и было возможно измерять, а именно почти все относящееся к этой теме опыты его предшественников и очень большое число его собственных наблюдений и опытов, а также произведено много остроумных сравнений и вычислений. Исследуются нагрев и охлаждение тел в бесконечно распространенной среде, теплообмен между различными телами и тонкая теория сравнивается с опытом. Рассмотрен закон распространения и отражения теплоты, восприятие тепла подчинено исчислению с приведением соответствующих

формул, весьма остроумно силы тепла сравнены с силами сцепления тел. Имея в виду законы взаимного нагрева тел, Ламберт провел исследование, подобно проделанному Фаренгейтом по желанию Воерхааве и приведшее к понятию удельной теплоты.

Он провел аналогичные опыты, видоизменил их и в нескольких формулах ввел коэффициент, полностью соответствовавший указанному понятию. Видно таким образом как близко наш физик подошел к теории, разработанной лишь несколько лет позже Кроуфордом и Вильке. Лишь [малое] количество материалов, бывшее в его распоряжении, помешало широкому полю зрения его таланта развить эти идеи и заметить их важнейшие последствия.

Последняя часть Пирометрии посвящена солнечному теплу. Ламберт провел весьма основательное и полное сравнение его изменения по сезонам, времени суток и высотам полюса [широтам]. Он вывел теорию, исходя из более верных положений, чем принимаемых ранее и тщательно сравнил ее со многими наблюдениями. И не следует упускать из вида, что Пирометрия Ламберта находилась на границе старого учения о теплоте.

Лишь после ее публикации было разработано учение об удельной и скрытой теплоте, теплоте излучения и т. д., что придало этой части естествознания совершенно новый вид. Но его работа не стала менее обильной, но еще недостаточно использованной сокровищницей собраний важных воззрений и интересных математических исследований, которые весьма пригодны, чтобы продвигать далее науки, даже в ее более совершенном [теперешнем] состоянии.

Наконец, астрономия, а именно в ее более практических частях, весьма благодарна Ламберту за его позднейшие работы. Прежде всего следует упомянуть большое число таблиц, при помощи которых он имел в виду существенно облегчить астрономические вычисления: его эклиптические таблицы для предвычисления затмений [16]; дополнения к-логарифмически-тригонометрическим справочникам [29]^{XXV/69}, но совсем особо – сборник астрономических таблиц [56], составленных по его мысли и обогащенные им. Лаланд (1802/1803), который в своей Библиографии был в других случаях немногословен и обычно сообщал лишь названия работ, выразился о них следующим образом:

Это собрание таблиц – наиболее расширенное и наиболее полное из опубликованных до сего времени. Оно содержит всё необходимое астроному для вычисления и наблюдения: таблицы Солнца, Луны, планет, спутников, полусуточные дуги [?], амплитуды [?], рефракции и т. д. и много новых таблиц, подходящих для облегчения астрономических вычислений, составленных Ламбертом, Бодде, Шульце и Лагранжем.

Эта выдержка напоминает о том, что Ламберт заметил, что у Иоганна III Бернулли практическая астрономия ввиду плохого слуха (см. Прим. XXII/42) и болезненности всё более отходила на задний план¹² и поспособствовал тому, чтобы молодой многообещающий Боде был в 1772 г. приглашен из Гамбурга в Берлин на Берлинскую обсерваторию и чтобы тот прежде всего начал в 1774 г. выпуск астрономических ежегодников.

Точка зрения, высказанная Ламбертом в приложении к собственным эфемеридам^{XXVI/72}, оказывалась основанием¹³, на котором оно всё более и более возвышалось до весьма ценного и влиятельного астрономического архива. В течение многих десятилетий это приложение содействовало научным связям между астрономами до тех пор, пока Цах, Линденау, Боненбергер и Шумахер не заменили его предназначенными для этой цели собственными публикациями. Кроме того, Ламберт написал еще несколько крупных астрономических мемуаров для изданий Берлинской академии, два из которых заслуживают особого упоминания [53; 63; 67]. В первом из них рассматриваются неравенства Сатурна и Юпитера, что оказалось предварительной основой для важных исследований [Эйлера и] Лапласа. Второй является исследованием указаний Кассини, Шорта, Монтеня и др. на спутник Венеры, который они, как им казалось, видели в разное время, – а именно, вычислением элементов [его орбиты] и таблиц [54; 55]. Это исследование до сих пор не лишено интереса, хотя до сих пор не удалось ни снова обнаружить этот спутник, ни достаточно четко объяснить, как столь опытные наблюдатели могли в то время так сильно заблуждаться¹⁴.

[13] Никого не может удивить, что все эти работы, к которым помимо многочисленных рецензий для *Allgemeine deutsche Bibliothek* присоединяется еще весьма обширная переписка^{XXVII/76}, быстро истощили силы Ламберта. Зимой 1775 г. его к тому же застиг сильный и упорный катар [катаральное воспаление], он же, вопреки всем уговорам своих друзей, не стал обращаться к врачам, полагая, что может вылечить себя сам.

Граф рассказывает, что

Когда количество мокроты из трахей увеличилось, он начал проглатывать ее с маленькими корочками хлеба и тем самым отравлять свои соки.

От такого нецелесообразного средства он заметно истощал, и его болезнь, несмотря на прежнее более крепкое и защищенное редкостной умеренностью здоровье, обернулась туберкулезом. Он, однако, вовсе не утратил своей надежды, подсчитал, что “отхаркал из своих легких восемь тысяч небольших нарывов, после чего чувствует себя лучше”, и заявил, что проживет еще 15 – 20 лет.

Ламберт продолжал работать и работать, хотя еле держался на ногах, и почти каждый день выходил из дома. Еще 18 сентября 1777 г. он присутствовал на заседании Академии, но был уже более мертв, чем жив, да и в последующие дни оставался деятельным в ней. Так продолжалось до 25 сентября, когда вскоре после съеденного с удовольствием ужина его жизнь резко оборвалась от инсульта. Как сказал Формей, он перешел “из общества смертных в царство бессмертных, где никто никогда уже не должен предъявлять своих званий у входа и права у всех одинаковы.

[14] С сильным сожалением узнали о кончине прекрасного человека его друзья и почитатели, среди которых Фридрих II вовсе не был последним. Его маленькие странности были давно уже позабыты ввиду большого достоинства его характера и духа; в нем всё яснее и яснее опознавали одного из редкостных людей, “для сотворения которых природе требуются столетия”. А кроме того воспоминания о Ламберте сохранились не ослабевая не только у тех, кто был близок к нему, они были унаследованы новыми поколениями вплоть до того времени, когда приближавшийся юбилей его рождения дал [в 1878 г.] возможным доказать это. Многочисленные обсуждения привели к тому, что в Мюлузе, вблизи дома, в котором родился Ламберт, на площади, которая станет называться его именем, воздвигнется и будет должным образом открыт при праздновании юбилея памятный столб с его портретом и подходящей надписью. Ввиду местных затруднений, празднование было отложено на один день, т. е. до 27 августа 1828 г., и проведено при хорошей погоде и большом числе участников. Впоследствии были опубликованы работы о жизни и трудах Ламберта; вместе с его выразительным портретом^{xxviii/79} и украшенные описанием памятника, они представляют собой хороший праздничный подарок далеко живущим друзьям и поклонникам великого ученого. Но, к сожалению, мнение И. К. Хорнера, напротив, не возымело последствий. Уже 14 декабря 1827 г. он написал Хуберу, что

Земляки Ламберта хотели бы установить ему памятник не из дерева, камня или стали, а из несравненно более долговечной бумаги, а именно выпустив полное собрание его многочисленных мемуаров, погребенных в изданиях Берлинской академии и в других местах и остающихся неизвестными. Для такого собрания, как я думаю, найдется так много и сочинений, и подписчиков, что останется еще приличный задаток для какого-либо иного памятника Ламберту.

И снова 27 февраля 1828 г., после того, как Хубер сообщил о полученном приглашении описать научные работы Ламберта и указал на трудности, которые по мнению пастора Графа, основателя Общества им. Ламберта и его управляющего, препятствуют плану Хорнера:

То, что Вас попросили чествовать научные заслуги Ламберта, меня очень обрадовало; приглашение не могло бы быть послано ни в какие лучшие руки. Здесь требуется не только знание, но и основательность, усердие и любовь к делу, присущие пожилым. Более молодой человек мог бы легче, но менее добросовестно разделаться с этим, и было бы жаль, если в нынешнюю эпоху не будут полностью освещены его заслуги. Наши новые трансцендентные математики давно уже не уподобляются этому философскому духу, хоть в механической аналитической сноровке они возможно его превосходят.

Я неизменно хотел бы настаивать на мысли о том, что полное собрание всех сочинений Ламберта было бы его лучшим, самым общим и долговечным памятником. Думаю, что Ваш друг, пастор Граф, слишком преувеличил трудности. Для этого требуется лишь неторопливо перепечатать отдельные труды в хронологическом порядке, и при этом издатель смог бы давать задания своему наборщику как бы между прочим.

*Можно будет объединить в 12 – 18 томах отдельные сочинения, [5; 7; 9; 11; 15; 17; 37; 66; *Orbitae cometarum* (?)] переписку с Бернулли и многочисленные мемуары, лежащие на литературном кладбище Берлинской академии. Часть расходов покроют земляки Ламберта, другую часть – подписчики из Германии, Франции, Англии и Италии. Ни правки, ни комментарии вовсе не потребуются, и единственное затруднение встретится с чтением корректур.*

Если этот план покажется чересчур обширным, и во многом не соответствующим духу времени, я бы посоветовал выпустить собрание его математических сочинений. В конце концов, всё это относится к редкостям. Несколько лет назад я должен был послать Plana в Турин то, что я достал из трудов Ламберта. Он – большой его почитатель и полагает, что в своей теории Юпитера и Сатурна Лаплас многое позаимствовал от Ламберта без ссылок на него. Вообще же мое предложение, как и все мои мысли, совсем незначительны и не должны противопоставляться никакому принятому решению.

Но, как уже было замечено, предложение Хорнера к сожалению не прошло, и до сегодняшнего дня мало есть шансов на его осуществление. Сможет ли это произойти ко второму юбилею Ламберта, покажет будущее, но мы не должны сомневаться, что когда это произойдет, то и новые поколения, как Эберхардт в конце своей торжественной речи пожелал, будут чествовать Ламберта: “Его памятник – в их среде, потому что он настойчиво стремился к великой цели, – к способствованию истине и науке”.

Примечания переводчика

1. Несколько ниже в письме Ламберта Халлеру эта же академия названа Королевским научным обществом и именно так она называлась по крайней мере в 1820-е годы.

2. Влияние Луны на различные метеорологические элементы изучалось с начала XVIII в. и признавалось вплоть до середины XIX в. (Шейнин 1984, с. 56 – 62). *Линии* видимо были единицами длины. Статья Ламберта была, однако, опубликована в Берлине и лишь в 1773 г.

Ламберт и Даниил Бернулли обсуждали эту проблему в своей переписке (Radelet-De Grave и др. 1979), и 13.6.1759 г. Бернулли (с. 62) сообщил свое мнение: если влияние Луны на “воздух” аналогично ее влиянию на море, то оно должно быть заметно, так как расстояние до Луны переменное. Следует, правда, иметь в виду “эластичность” и малую инерцию воздуха. И далее:

Ваши соображения [...] весьма обоснованы. Публикуйте их не колеблясь [...] каковы бы ни были результаты [...]. Постарайтесь лишь как следует установить их.

3. Ниже упомянут Брандес, а в прим. XXVII – снова Брандес.

4. У протестантов (кроме принадлежащих к англиканской церкви) нет обязательных постов. В данном случае, видимо: успеть всё сделать до пасхи.

5. Расстояние до Сириуса (которого Ламберт не мог знать) составляет 8.8 световых лет; $8.8 \times 150 = 1320$ световых лет.

6. В издании 1953 г. *Космологическим письмам* посвящены с. 19 – 26; на с. 25 Струве “восхищается” выводами Ламберта, хоть и замечает, что у того имелись “слабые места”.

7. Бирман (1988, с. 94) привел выдержку из письма Эйлера (правда, без точной ссылки), который полагал, что отношения Ламберта с академией испортились ввиду религиозных разногласий между швейцарским протестантом и иезуитами Баварии.

8. Правильнее *Drei Bünde, свободное государство*, располагавшееся в нынешнем кантоне Graubünden (который раньше назывался Grisons).

9. Об отношениях Эйлера и Ламберта в Берлине см. Бирман (1988), Михайлов (1957) и прим. XVIII/38. Вначале они весьма уважительно отзывались друг о друге, а “резкие разногласия” между ними возникли в связи с работой комиссии по исследованию экономической деятельности академии и особенно ввиду недовольства Эйлера своим положением. Он фактически являлся президентом, но прав у него было слишком мало, а деятельность комиссии его ущемляла.

Ламберт, как можно понять, работал в комиссии объективно и во всяком случае вовсе не собирался изгонять Эйлера, хотя и “поставил последнюю точку в берлинской главе биографии Эйлера” (Бирман, с. 101). Заметим, однако, что в одном из своих мемуаров, вышедших в год его смерти, Эйлер (1783) в самых первых строках назвал Ламберта “проницательнейшим и талантливым” (*acutissimi ingenii*).

Бирман ссылался только на Вольфа (и опровергал его), но не упомянутый им Иоганн III Бернулли возможно лучше знал о последствиях психологического давления комиссии на Эйлера.

10. Рядом Ламберта называется (Фихтенгольц 1951, с. 359 и 392)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1-x^n}.$$

11. Тетрагонометрией Ламберт назвал решение четырехугольников (аналогично решению треугольников в тригонометрии). Визирование (для установления количества вина в бочках) должно было означать измерение при помощи *Visierstab* (есть в немецком языке такое слово), т. е. мерной рейки.

12. Автор видимо имел в виду так называемый метод *глаз – ухо*, бывший в ходу до изобретения хронографа. Наблюдатель замечал момент времени по столовому хронометру, и, продолжая отсчитывать про себя секунды в соответствии с его тиканьем, регистрировал моменты прохождения звезды через крест нитей окуляра своего инструмента.

13. Вольф четко указал: “Это приложение всё более и более...”. Мы не видели соответствующего источника.

14. Автор не уточнил, кого именно из Кассини он имел в виду. Впервые спутник Венеры (существование которого так и не было подтверждено) “обнаружил” Фонтана.

Примечания автора

I/1. Кроме Хубера (1829) и Формея (1780) я частично использую многие другие биографии, частично его труды и переписку Халлера (Auszüge 1846), Jetzler’a, Хорнера, Хубера и др. Об одном из ученых сограждан Ламберта мы узнали на с. 238, другим был родившийся в 1766 г. Петер Витц, вначале помощник учителя в Мюльхаузене, а в 1808 – 1815 гг. пастор в Biel, затем в Colmar, известный своим широко используемым справочником (1808). [На указанной странице в том же источнике упомянут Иоганн III Бернулли.]

II/5. В письме 6 декабря 1750 г. из Кура пастору Рислеру в Мюльхаузен, см. Иоганн III Бернулли (1782 – 1784). Здесь можно упомянуть, что в базельской библиотеке хранится тот экземпляр переписки Ламберта, который Иоганн II получил от своего сына, издателя Иоганна III. Там же, на с. 34 первого отдела т. 5, находится собственноручное примечание Иоганна II [...].

III/10. Среди прочего он в то время изготовил в Куре гномон высотой 15 футов и определил высоту полюса [широту] города $46^{\circ} 50'$. В своем жизнеописании Ламберта, которое он присоединил к третьему номеру своего издания *Nouvelles littéraires de Goettingue*, Иоганн III Бернулли сообщает:

Скажут, быть может, что вероятно в этой стране у него не было приборов, но у него был для них своеобразнейший источник в себе самом. Он неизменно применял для своих опытов наиболее простые средства, совсем жалкие на вид приборы, которые сам же главным образом и изготовлял. Он обладал таким уверенным чутьем, таким здравым рассудком, что почти всегда извлекал из них такую же пользу, как и другие при помощи весьма дорогостоящих больших приборов. Но избавиться от этой привычки он не смог, и она обратилась в слабость, потому что он сохранил ее, когда, будучи уже в академии и в таком городе, как Берлин, мог бы легко достичь совершенства, невозможного при всем его таланте и при использовании лишь обычных средств.

[На карте Швейцарии Кур показан примерно на широте $46^{\circ} 45'$.]

IV/11. Он опубликовал их позднее в *Актах Физико-медицинского общества* в Базеле, принявшего его в свои члены в 1753 г. Затем, в 1755 г., он отправил для публикации свою первую работу Tentamen [2].

V/13. В Утрехте Ламберт чуть не погиб из-за своей привычки, вызванной дурнопахнущим дыханием. Он неизменно отворачивался [или отходил от стоявших перед ним], и Граф рассказывает:

Выходя из комнаты, он отошел на несколько шагов назад от сопровождавшего его знакомого, не обратив внимания, что позади него была лестница, и скатился вниз. Он сильно повредил себе голову, его глаза совсем почернели от набежавшей крови и он полностью потерял сознание, снова придя в себя лишь через сутки. Открыв глаза, он никак не захотел поверить врачу, который устанавливал длительность его бессознательного состояния. Наступила пятница, он же заявил, что был еще четверг. Потребовалось значительное время, прежде чем он вполне оправился. Его врач, знаменитый профессор Хан, хотел, [но не смог] запретить ему на несколько лет всякую умственную работу.

VI/14. Немецкое издание этой [5] и уже упомянутой работы [2], в которой Ламберт несколько пренебрег земной рефракцией, Темпельхоф издал в Берлине в 1773 г.

VII/18. Heinrich (1807) указал, что Ламберт был первым, кто отважился производить подобные исследования. [В этом письме Ламберт упоминает

свою будущую *Фотометрию* [9] и как бы уже написанную *Пирометрию* [66], которую, однако, он закончил лишь в самом конце жизни.]

VIII/19. Второе издание немецкого варианта [7] интересно также историческими замечаниями, о которых сообщил Кестнер (1796 – 1800, т. 2, с. 3 – 7). Кроме того, Ламберт опубликовал правила вычерчивания перспектив [24].

IX/21. Это склонило его к составлению книг [12; 27] и статьи [25], а также к обширной переписке с Брандером, которая заполняет третий том собрания Иоганн III Бернулли (1782 – 1784).

X/23. Первые мысли об этом он привел в своей книге 1729 г., но его крупная работа вышла лишь [посмертно] в 1760 г. по печениями La Saille. [В 1726 и 1757 гг. Буге опубликовал также два мемуара, относившиеся к фотометрии, см. список его сочинений в Бугер (1950).]

XI/26. Еще позже вышел дословный французский перевод. Ламберт сам перевел некоторые письма на французский язык и они вышли в 1763 и 1764 гг. в *Journal Helvétique*.

XII/27. В несколько офрануженном или вольтеррианском Берлине того времени его прилежное посещение служб и причастий тем более бросалось в глаза, что подобное поведение не было очень распространено, особенно среди философов.

XIII/28. См. об этом также сказанное ниже в связи с философскими работами Ламберта.

XIV/30. Об этой ученой даме, которая несомненно долгое время находилась в Куре, я к сожалению ничего не смог узнать [...].

XV/31. Латинский перевод *Нового Органона* Пфлейдерера для одного итальянского ученого попал в руки лорда Стенхопа, большого поклонника Ламберта, но, видимо, не был опубликован.

XVI/32. Позднее он опубликовал еще *Приложение к Архитектонике* [37], которое склонило Trembley к его книге (1780). Последний поощрил Иоганна III Бернулли с помощью профессора Хр. Г. Мюллера опубликовать часть посмертных рукописей Ламберта [68].

XVII/36. Видимо, Trembley, ср. Прим. XVI/32.

XVIII/38. Граф (1829) сообщил о разговоре короля с Ламбертом следующее.

Король: “Добрый вечер, милостивый государь. Доставьте мне удовольствие, скажите, какую науку Вы особенно хорошо изучили”.

Ламберт: “Все”. К.: “И Вы также умелый математик?” Л.: “Да”.

К.: “А какой профессор обучал Вас математике?” Л.: “Я сам”. К.: “Так Вы, стало быть, второй Паскаль?” Л.: “Да, Ваше Величество”.

Тут король повернулся спиной, потому что едва удерживался от смеха и прошел в свой кабинет. За столом монарх заявил, что ему предложили в его академию глупейшего дурака, какого он когда-либо видел.

В добротной статье о Ламберте, которую Servois написал для *Biographie* (1811 – 1828, т. 23, с. 265 – 274), большинство подобных бесед, которые тут и там рассказывали про Ламберта, выдуманы, равно как и добрая часть вообще распространяемых про него анекдотов. [Вот выдержка из письма Эйлера Гольдбаху [71, т. 1, с. XII]: “У нас здесь теперь умелый Ламберт [...]. Он не только возвышается (excellirt) во всех науках, но и в анализе очень далеко ушел”.]

XIX/39. Ср. сказанное о нем в п. 4. Впрочем, позднее Даламбер стал относиться к Ламберту с должным уважением и притом весьма одобрительно отозвался о нем вопреки Фридриху II.

XX/40. Она несомненно издана отдельно. Выдержки из нее находятся в *Берлинских мемуарах* за 1765 г. [См. Библиографию сочинений Ламберта.]

XXI/41. Ламберт написал также три статьи [19; 20; 52].

XXII/42. Иоганн III Бернулли, чье имя так часто встречается в биографиях Ламберта, родился в Базеле у Иоганна II 4 ноября 1744 г. Частично под руководством отца он продвигался так быстро, что уже в 1757 г. ему смогли присвоить звание лауреата [бакалавра]. По этому случаю он произнес *Краткую речь о вариоляции* (Oratiuncula de variolarum insitione), кото-

рая содержится в одном из писем Халлера из четвертого тома его переписки. Она была вызвана удачной прививкой его самого и двух его младших братьев. [О вариоляции см. [viii § 4.1].]

Проведя затем один год в Neuenburg (см. с. 162) он в 1758 г. получил степень магистра и по желанию отца занялся юриспруденцией и в 1763 г. получил звание доктора наук. Под руководством отца и дяди он кроме того обучался математическим наукам с таким успехом, что Фридрих II пригласил его в Берлин, и 7 января 1764 г. он был принят в математический класс тамошней академии. Прежде всего он должен был ввести в действие астрономическую обсерваторию, осиротевшую с уходом Хубера. К сожалению, он слишком рано въехал во вновь построенную [и еще холодную?] комнату, ослабел и испортил себе слух. Несмотря на повторные поездки во время отпуска в южные края он так и не выздоровел полностью.

Чем труднее становилась его практическая [астрономическая] деятельность, тем усерднее он работал как автор. Английская Commission of Longitude наградило его таблицы (1779); некоторые из его многочисленных статей в *Berliner-Mémoires* и *Astron. Jahrbuch* существенны, а книги (1771; 1771 – 1779; 1777 – 1779) и различные Reise- и Sammelwerke оказались весьма полезными и предоставили мне многие ценные заметки для томов моих сборников (1858 – 1860). Позднее Бернулли стал до конца жизни директором математического класса; умер он в Köpenik близ Берлина 13 июня 1807 г.

К этому короткому сообщению можно добавить сказанное в Примечаниях II/5, XVI/32 и XXVII/76. Кроме того, я частично использовал вышедшую за время составления этой биографии Ламберта книгу Мериан (1860). Она содержит многое, что может послужить для расширения и исправления моих биографий рода Бернулли и представляет интерес для истории математических наук. Так, из нее можно узнать, что математическая переписка Николая I Бернулли находится в базельской библиотеке; что при занятии кафедры математики в Базеле в 1748 г. справедливые притязания рода Бернулли были учтены в несколько большей степени, чем я полагал [iii, § 10]. Книга также содержит ряд дополнений к подлинным письмам Лейбница, опубликованным Герхардтом (1849 – 1859).

[Указанная автором с. 162 относится к статье III, однако соответствующее место не попало в наш перевод. Вот суть сказанного там. В документах Бернского экономического общества автор обнаружил, что Иоганн III был одним из шести иностранных ученых, которым они выслали барометр, термометр и дождемер.]

XXIII/43. Ср. сказанное в конце Прим. XVIII/38.

XXIV/63. Ср. этот важный мемуар с мемуаром Хорнера (Sehler, Bd. 6, с. 746 – 756 и 820 – 822).

XXV/69. Schulze (1778) перенял многие таблицы нового издания этого источника.

XXVI/72. Их около 50, и относятся они ко всем мыслимым областям астрономии, но я, конечно же, могу лишь немного сказать о них. Эфемериды за 1775 г., относящиеся к приведенной Ламбертом карте Луны [50] главным образом основаны на его же наблюдениях нашего спутника.

XXVII/76. Немецкая переписка Ламберта с Holland, Брандером, Кантом и др. См. также Прим. II/5, а о французской переписке, к сожалению большей частью утраченной, см. [III, начало п. 18]. Я надеюсь вернуться к последней в следующем томе биографий (1862), в биографии Lesage. Здесь я добавлю, что в предисловии к первому тому немецкой переписки Ламберта Иоганн III Бернулли (1782) сообщает:

В ставшем достаточно известном опубликованном извещении о смертных рукописях Ламберта я уже указал, каким образом случай меня надушил, что они были вначале скуплены здешней академией наук у наследников покойного.

Тем не менее, во время своего пребывания в Берлине в 1847 г., несмотря на любезность библиотекаря Фридлендера и придворного советника Ulrici я никак не смог найти это *ставшее широко известным опубликованное из-*

вещение, не говоря уже о самих рукописях, о существовании которых я мог подозревать по предыдущим письмам Даниила Бернулли. По заверению Ulgié документы Академии не содержат ни единого слова о подобной покупке. Некоторые рукописи Ламберта, которые я тогда имел возможность просмотреть благодаря любезности Директора Энке из Берлинской обсерватории, несомненно имеют второстепенное значение и не предоставляют ни малейшего намека на судьбу остальных.

XXVIII/79. Наилучшим портретом Ламберта считается тот, который в 1812 г. на четверти листа выгравировал Бергер в Берлине по рисунку Chodowiecki. Он показывает всю фигуру ученого и вполне соответствует замечанию Иоганна III [68, т. 2].

Когда душа Ламберта непринужденно работала в полную силу, приведенная в движение какой-нибудь привлечшей его мыслью, его лицо сияло небесным светом. Оно было спокойным и воодушевленным, несколько более красивым и божественным, чем то, что я когда-либо видел в лицах Аполлона или Минервы. Оно представляло собой то, чему эти древние никак не смогли бы подражать, потому что у них не было оригинала.

Лаватер (1775, с. 8 – 9; 1776, с. 53) также был глубоко тронут лицом Ламберта, которое его должно было прежде всего воодушевлять его к собственным исследованиям. Он чрезмерно преувеличивал, охарактеризовав его как “всепожирающее, всеобъемлющее, скрывающееся в самом себе, расщепляющее лучи света, распоряжающее и описывающее свет и ночь светом”.

Даты жизни некоторых лиц, упомянутых Формеем и Вольфом

- Федр**, ок. 15 до н. э. – ок. 70, баснописец
Argelander F. W. A., Аргеландер Ф. В. А., 1794 – 1875, астроном
Bode J. F., Боде И. Э., 1747 – 1826, астроном
Boerhaave H., 1668 – 1738, врач
Bohnenberger J.-G. F., Боненбергер И.-Г. Ф., 1765 – 1831, астроном
Bonnet Ch., 1720 – 1793, естествоиспытатель
Bossuet J.-B., 1627 – 1704, религиозный философ
Buegelin N. de, Бегелин Н., 1714 – 1789, математик
Cassini G. D., Кассини Дж. Д. (?), 1625 – 1712, астроном
Cassini J., Кассини Ж. (?), 1677 – 1756, астроном
Chodowiecki W., 1765 – 1805, иллюстратор
Dryden J., Драйден Дж., 1631 – 1700, поэт
Encke J. F., Энке И. Ф., 1791 – 1865, астроном
Erhardt S., философ
Erman P., 1764 – 1851, физик
Fléquier, 1632 – 1710, историк
Fontana F., Фонтана Ф., 1580/1590 – 1656, астроном
Fontana F. Фонтана Ф. (?), 1730 – 1805, физик
Fontana M., Фонтана М. (?), 1746 – 1808, философ, математик
Formey J.-A.-S. См. [iv]
Gebner J., 1709 – 1790, ботаник, астроном
Haller A. von, Халлер А., 1708 – 1777, врач, ботаник
Hirzel H. K., см. [iv]
Horner J. K., 1774 – 1834, естествоиспытатель
Huber D., Хубер Д., 1768 – 1829, астроном
Jeanneret, см. [iv]
Jetzler C., см. [iv]
Karsten W. J. G., Карстен В. И. Г., математик
Kästner A. G., см. [iv]
Lafontaine J., Лафонтен Ж., 1621 – 1695, поэт, баснописец
Lavater J.K., Лаватер И. К., 1741 – 1801, писатель. Связывал духовный облик с очертаниями лица и черепа
Lesage G.-L., 1724 – 1803, физик

Lindenau B. A., Линденау Б. А., 1780 – 1854, астроном
Malherbe F., 1555 – 1628, поэт
Mallet, см. [iv]
Mendelsohn M., Мендельсон М., 1729 – 1786, философ, популяризатор.
 Вольф напрасно отозвался о нем пренебрежительно
Merian J. B., 1723 – 1807, философ
Messier Ch., 1730 – 1817, астроном
Montaigne M., Монтень М., 1533 – 1592, философ, писатель
Müller Ch. H., 1740 – 1807, историк, философ
Musschenbrock P. van, Мушенбрук П. ван, 1692 – 1761, физик,
 почетный член Петербургской АН
Osterwald J.-F., 1773 – 1850, богослов
Ozanam J., 1640 – 1717, математик
Pfleiderer Ch. F., 1736 – 1821, математик, физик
Plana G. астроном
Planta M., 1727 – 1772, физик
Pope A. Поп А., 1688 – 1744, поэт
Prevost P., 1751 – 1839, физик, философ
Scarron P., Скаррон П., 1610 – 1660, писатель, основоположник
 пародийной поэзии
Schulze J. K., 1749 – 1790, астроном
Schumacher H. C., 1780 – 1850, астроном
Short J., Шорт Дж., 1710 – 1768, механик, астроном
Stanhope C., 1753 – 1816, политик и ученый
Sulzer J. G., 1720 – 1779, философ
Trembley J., см. [iv]
Turenne H., 1611 – 1675, виконт, военачальник
Wilde H. E., 1793 – 1859, философ, математик, физик
Wright T., Райт Т., 1711 – 1786, астроном
Zach F. X., Цах Ф. К., 1754 – 1822, астроном

Общая библиография

- Бирман К. Р.** (1988), Был ли Л. Эйлер изгнан из Берлина И. Г. Ламбертом? В книге Боголюбов и др. (1988, с. 93 – 101).
Боголюбов Н. Н., Михайлов Г. К., Юшкевич А. П., ред. (1988), *Развитие идей Л. Эйлера и современная наука*. М.
Михайлов Г. К. (1957), К переезду Л. Эйлера в Петербург. *Изв. АН СССР*, отд. технич. наук, т. 3, с. 10 – 37.
Струве В. Я. (1847, франц.), *Этюды звездной астрономии*. Б. м.
Фихтенгольц Г. М. (1951), *Курс дифференциального и интегрального исчисления*, т. 2. М. – Л.
Шейнин О. Б., Sheynin O. B. (1971), Lambert's work in probability. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 7, pp. 244 – 256.
 --- (1984), On the history of the statistical method in meteorology. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 31, pp. 53 – 95.
Abbt T. (1782), *Freundschaftliche Correspondenz*, Tl. 3. Berlin.
Auszüge (1846), Auszüge aus Briefen Lamberts an Albrecht von Haller. *Mitt. Naturforsch. Ges. Bern*.
Bernoulli Johann III (?), Précis de la vie de Lambert. *Nouvelles littéraires*, No. 3.
 --- (1771), *Lettres astronomiques*. Berlin.
 --- (1771 – 1779), *Recueil pour les astronomes*, tt. 1 – 3. Berlin.
 --- (1777 – 1779), *Lettres sur différens sujets*, tt. 1 – 3. Berlin.
 --- (1779), *Sextenary Table Exhibiting at Sight the Result of Any Proportion where the Terms Do Not Exceed 600 Seconds*. London.
 --- (1782 – 1784), *J. H. Lamberts deutsche gelehrter Briefwechsel*, Bde 1 – 5. Berlin.

- Biographie** (1811 – 1828), *Biographie universelle ancienne et moderne*, tt. 1 – 53. Paris. Среди авторов: Лакруа, Лаплас, Понселе, Фурье. Все авторы указаны без инициалов, но вряд ли можно сомневаться в их личности.
- Bopp K.**, Editor (1924), *L. Eulers und J.-H. Lamberts Briefwechsel*. Berlin.
- Bouger P.**, **Бугер П.** (1729), *Essai d'optique sur la gradation de la lumière*. Paris, 1921.
- (1760), *Traité d'optique sur la gradation de la lumière*. Paris.
- (1950), *Оптический трактат о градации света*. М.– Л.
- Erhardt S.** (1829), Lamberts Verdienste in die theoretische Philosophie. В книге Huber (1829).
- Erman P.** (1828), Rede zu Leibnizs Geburtstagfeier. *Kgl. Akad. Wiss. Berlin*.
- Euler L.** (1783), De serie Lambertina... *Opera omnia*, ser. 1, t. 6. Leipzig, 1921.
- Fuss N. I.**, **Фусс Н. И.** (1787, франц., 1801, русск.), Похвальная речь покойному Леонарду Эйлеру. В книге Боголюбов и др. (1988, с. 353 – 382).
- Graf M.** (1829), J. H. Lambert's Leben. В книге Huber (1829).
- Gray J. J.**, **Tilling Laura** (1978), J. H. Lambert, mathematician and scientist. *Hist. Mathematica*, vol. 5, pp. 13 – 41.
- Heinrich** (1807), *Monatl. Corr.*
- Huber D.** (1829), Versuch über die Verdienste Lambert's in den mathematischen und physischen Wissenschaften. В книге автора того же года.
- (1829), *J. H. Lambert nach seinem Leben und Wirken ... in drei Abhandlungen dargestellt*. Basel.
- Joseph F. Chr.** (1828?), *Gedächtnissfeier von J. H. Lambert, begangen in Mühlhausen 27. August 1828*. Mühlhausen.
- Kästner A. G.** (1796 – 1800), *Geschichte der Mathematik*. Leipzig – Göttingen.
- Kant I.**, **Кант И.** (1755, нем.), *Всеобщая история и теория неба*. Соч., т. 1. М., 1963, с. 117 – 262.
- Laland J. de** (1802/1803), *Bibliographie astronomique*. Osnabrück, 1985.
- Lamberts** (1928), *Lamberts und Kästners Briefe*. Sitz.-Ber. Heidelberger Akad. Wiss., math.-naturwiss. Kl., 18. Abt., 34pp.
- Lavater J. K.** (1775 – 1776), *Physionomische Fragmente*, Tle 1 – 2. Leipzig.
- Leibniz G. W.** (1849 – 1859), *Math. Schriften*, Bde 1 – 4. Hildesheim, 1970. Переписка Лейбница с Якобом, Иоганном и Николаем Бернулли до июня 1697 г. опубликована в томе 3/1 и в томе 3/2 – после этой даты. Остальные тома этого источника в соответствии с его заглавием содержат математические сочинения автора.
- Merian P.** (1860), *Die Mathematiker Bernoulli. Jubelschrift zur vierten Seculärfeier der Universität Basel*. Basel.
- Pufendorf S.** (1800), *Über die Pflicht des Menschen und des Bürgers nach dem Gesetz der Natur*. Frankfurt/Main, 1994.
- Radelet de Grave P.**, **Scheuber V.** (1979), *Correspondance entre D. Bernoulli et J.-H. Lambert*. Paris.
- Reinhold E.** (1828 – 1830), *Geschichte der Philosophie*, Bde 1 – 3. Jena, 1845.
- Remy G.** (1910), *J. H. Lambert, sa vie et son oeuvre*. Rixheim. Содержит поэзию (Gedichte) Ламберта.
- Rollin (?)**, *Méthode d'étudier et d'enseigner les belles lettres*.
- Schulze J. K.** (1778), *Neue und erweiterte Samml. logarithmisch., trigonometrisch. und anderer z. Gebrauch d. Mathematik unentbehr. Tafeln*, Bde 1 – 2. Также на франц. яз.
- Scriba Chr. J.** (1973), Lambert. *Dict. Scient. Biogr.*, vol. 7, pp. 595 – 600.
- Sheynin O. B.** (1971), J. H. Lambert's work on probability. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 7, pp. 244 – 256.
- Steck M.** (1943), *Bibliographia Lambertiana*. Hildesheim, 1970.
- Thiébaud D.** (1813), *Souvenirs de vingt ans de séjour à Berlin*, t. 4. Paris.
- Trembley J.** (1780), *Exposé des points fondamentaux de la doctrine des principes de Lambert*. La Haye.
- Ustéri** (1821), J. B. Merian. *Biographie* (1811 – 1828, t. 28, pp. 367 – 373).
- Wallis H.**, **Edney M. H.** (1994), Cartography. *Companion Enc. Hist. Phil. Math. Sciences*, vol. 2. London, pp. 1101 – 1114.

- Wilde E.** (1838 – 1843), *Geschichte der Optik*. Wiesbaden, 1968.
- Witz P.** (1808), *Allgemein fassliches und vollständiges Rechenbuch*, Bde 1 – 2. Bern.
- Wolf R.** (1858 – 1862), *Biographien zur Kulturgeschichte der Schweiz*, Bde 1 – 4. Zürich.

Приложение

Сочинения И.-Г. Ламберта

в основном только упомянутые Формеем и Вольфом,
сверенные с библиографией Steck (1943)

Сокращения: АН = = *Acta Helvetica*,
Berlin Mém. = *Mém. Acad. Roy. Sci. et Belles-Lettres*
Berlin

1. *Dialogus Socraticus*. В книге *Zürcherische Sammlung gelehrten Schriften*. 1754.
2. *Tentamen de vi caloris, qua corpora dilatata ejusque dimensione*. АН, vol. 2, 1755, pp. 172 – 242.
3. *Theoria staterarum ex principiis mechanices universalis exposita*. АН, vol. 3, 1758, pp. 13 – 22.
4. *Observationes variae in mathesin puram*. Там же, pp. 128 – 168.
Перепечатка: [71, Bd. 1, pp. 16 – 51].
5. *Les propriétés remarquables de la route de la lumière par les airs et en général par plusieurs milieux réfringens, sphériques et concentriques*. La Haye, 1758.
6. *La perspective affranchie de l'embaras du plan géométral*. Zürich, 1759.
7. *Die freie Perspektive oder Anweisung jeden perspektivischen Abriss von freien Stücken und ohne Grundriss zu verfertigen*. Zürich, 1759, 1774; Berlin, 1943.
8. *De variationibus altitudinum barometricarum a luna pendentibus*. АН, vol. 4, 1760, pp. 315 – 336.
9. *Photometria sive de mensura et gradibus luminis, colorum et umbrae*. Augustae Vindel. (Augsburg), 1760. Немецкий перевод: Ostwald Klassiker №№ 31 – 33, 1892.
10. *Insigniores orbitae cometarum proprietates*. Augusta Vindel. (Augsburg), 1761. Немецкий перевод: Ostwald Klassiker №. 133, 1902.
11. *Kosmologische Briefe über die Einrichtung des Weltbaues*. Augsburg, 1761. Франц. вольный перевод под ред. Мериана: Berlin, 1770. Дословный, дополненный франц. перевод: Amsterdam, 1801. Перепечатка: [72, Bd. 5].
12. *Beschreibung und Gebrauch der logarithmischen Rechenstäbe...* Augsburg, 1761, 1772.
13. *Abhandlung von dem Gebrauch der Mittagslinie beim Land- und Feldmessen*. *Abh. Churfürstl. Bayer. Akad. der Wiss.*, Bd. 1, 1763, pp. 5 – 54.
14. *Abhandlung von den Barometerhöhen und ihren Veränderungen*. Там же, pp. 76 – 182.
15. *Neues Organon oder Gedanken über die Erforschung und Bezeichnung des Wahren und dessen Unterscheidung von Irrtum und Schein*. Leipzig, 1764. Перепечатка: [72, Bde 1 – 2].
16. *Beschreibung und Gebrauch einer neuen und allgemeinen eccliptischen Tafel, worauf alle Finsternisse vorgestellt werden*. Berlin, 1765.
17. *Beiträge zum Gebrauche der Mathematik und deren Anwendung*. Bde 1 – 3. Berlin, 1765 – 1772. Второе издание первой части: Берлин, 1792.
18. *Discours sur la physique expérimentalle naturelle*. *Berlin Mém.*, année 1765, 1767, pp. 506 – 514 первой пагинации. Неполный текст. Вступительная речь автора в Берлинской академии 1765 г. Полный текст: *Discours de reception* [72, Bd. 8/1, pp. 317 – 325].
19. *Anmerkungen über die Gewalt des Schießpulvers und den Widerstand der Luft...* Dresden, 1766.
20. *Sur la résistance des fluides avec la solution du problème ballistique*. *Berlin Mém.*, année 1765, 1767, pp. 102 – 188.
21. *Analyse de quelques expériences faites sur l'aimant*. Там же, année 1766, 1768, pp. 22 – 48.
22. *Sur la courbure du courant magnétique*. Там же, pp. 49 – 77.
23. *Mémoires sur quelques propriétés remarquables des quantités transcendentes, circulaires et logarithmiques*. Там же, année 1761, 1768, pp. 265 – 322.

24. *Kurzgefasste Regeln zu perspektivischen Zeichnungen, vermittelt eines zu deren Ausübung, so wie auch zu geometrischen Zeichnungen eingerichteten Proportionalzirkels.* Augsburg, 1768, 1770.
25. Anmerkungen über die Branderschen Mikrometer von Glase und deren Gebrauch, nebst Beilagen der Geschichte und Vorteile dieser Erfindung betreffend. *Abh. Churfürstl. Bayer Akad. Wiss.*, Bd. 5, 1768.
26. Sur la méthode du calcul intégral. *Berlin Mém.* année 1762, 1769, pp. 441 – 484. Перепечатка: [71, Bd. 2, pp. 160 – 197].
27. *Anmerkungen über die Branderschen Mikrometer von Glase.* Augsburg, 1769.
28. Solution générale et absolue du problème de trois corps, moyennant des suites infinies. *Berlin Mém.* année 1767, 1769, pp. 353 – 364.
29. *Zusätze zu den logarithmischen und trigonometrischen Tabellen.* Berlin, 1770. Перепечатка: [71, Bd. 2, pp. 1 – 111].
30. Sur quelques instruments acoustiques. *Berlin Mém.*, année 1763, 1770, pp. 87 – 124.
31. Observations sur les equations d'un degré quelconque. Там же, pp. 278 – 291. Перепечатка: [71, Bd. 2, pp. 217 – 228].
32. Observations sur les diviseurs d'un degré quelconque, qui peuvent être trouvés indépendamment de la solution des equations. Там же, pp. 292 – 310.
33. Sur la vitesse du son. Там же, année 1768, 1770, pp. 70 – 79.
34. Observations trigonométriques. Там же, pp. 327 – 354. Перепечатка: [71, Bd. 2, pp. 245 – 269].
35. Quelques remarques sur la comète de 1769. *Nouv. Mém. Berlin*, année 1770, 1772, pp. 45 – 56 [первой пагинации].
36. Essai d'hygrométrie, ou sur la mesure de l'humidité. *Berlin Mém.* année 1769, 1771, pp. 68 – 127; *Nouv. Mém. Berlin*, année 1772, 1774, pp. 65 – 102.
37. *Anlage zur Architektonik oder Theorie des Einfachen und Ersten in der philosophischen und mathematischen Erkenntnis*, Bde 1 – 2. Riga. Перепечатка: [72, Bde 3 – 4].
38. Sur les porte-lumières appliquées à la lampe. *Berlin Mém.*, année 1770, 1772, pp. 51 – 57.
39. Observations analytiques. Там же, pp. 225 – 244.
40. Essai de taxéométrie ou sur la mesure de l'ordre. Там же, pp. 327 – 342; *Nouv. Mém. Berlin*, année 1773, 1775, pp. 347 – 368. Перепечатка: [72, Bd. 8/1, pp. 423 – 438, 439 – 460].
41. Exposé de quelques observations qu'on pourroit faire pour répandre du jour sur la meteorologie. *Berlin Mém.* année 1771, 1773, pp. 60 – 65.
42. Observations sur l'influence de la lune dans le poids de l'atmosphère. Там же, pp. 66 – 73.
43. Sur les lorgnettes achromatiques d'une seule espèce de verre. Там же, pp. 338 – 351.
44. Observations sur l'orbite apparente des comètes. Там же, pp. 352 – 364.
45. Examen d'une espèce de superstition ramenée au calcul des probabilités. Там же, pp. 411 – 420. Перепечатка: [72, Bd. 8/1, pp. 461 – 470].
46. Sur le frottement, en tant qu'il rallentit le mouvement. *Nouv. Mém. Berlin*, année 1772, 1774, pp. 9 – 32; Там же, année 1776, 1779, pp. 3 – 18.
47. Sur la fluidité du sable, de la terre et d'autres corps mous, relativement aux lois de l'hydrodynamique. Там же, année 1772, 1774, pp. 33 – 64.
48. Sur la densité de l'air. Там же, pp. 103 – 140.
49. Über das Einschalten beim Gebrauch der Ephemeriden. *Berliner Astron. Jahrb.* für 1776, 1774, pp. 97 – 108; Zusatz zu der Lehre vom Einschalten. Там же, за 1780, 1777, ч. 2, с. 76 – 78.
50. Erklärung und Gebrauch der Mond-Charte. Там же, за 1776, 1774, с. 134 – 154.
51. Vom Gang der Pendel-Uhren. Там же, за 1776, 1774, pp. 215 – 223.
52. Construction d'une échelle ballistique. *Nouv. Mém. Berlin*, année 1773, 1775, pp. 34 – 41.
53. Résultat des recherches sur les irrégularités du mouvement de Saturne et de Jupiter. Там же, pp. 216 – 221.
54. Essai d'une théorie du satellite du Vénus. Там же, pp. 222 – 250.

- 55.** Vom Trabanten der Venus. *Berliner Astron. Jahrbuch* für 1777, 1775, pp. 178 – 189; für 1778, 1776, pp. 186 – 191.
- 56.** *Sammlung astronomischer Tafeln*, Bde 1 – 3. Berlin, 1776.
- 57.** Remarques sur le tempérament en musique. *Nouv. Mém. Berlin*, année 1774, 1776, pp. 55 – 73.
- 58.** Observations sur les flûtes. Там же, année 1775, 1777, pp. 13 – 48.
- 59.** Expériences et remarques sur les moulins, que l'eau meut par en bas, dans une direction horizontale. Там же, pp. 49 – 69.
- 60.** Remarques sur les moulins et autres machines dans les roues, qui prennent l'eau à une certaine hauteur. Там же, pp. 70 – 81.
- 61.** Remarques sur les moulins et autres machines ou l'eau tombe au dessus de la roue. Там же, pp. 82 – 91.
- 62.** Remarques sur les moulins à vent. Там же, pp. 92 – 101.
- 63.** Sur les irrégularités du mouvement de Jupiter. Там же, année 1779, 1778, pp. 293 – 300.
- 64.** Sur les forces du corps humain. Там же, année 1776, 1779, pp. 19 – 72.
- 65.** Sur les observations du vent. Там же, année 1777, 1779, pp. 36 – 41.
- 66.** *Pyrometrie oder vom Masse des Feuers und der Wärme*. Berlin, 1779.
- 67.** Sur les irrégularités du mouvement de Saturne. *Nouv. Mém. Berlin*, année 1779, 1781, pp. 244 – 292.
- 68.** *Logische und philosophische Abhandlungen*, Bde 1 – 2. Berlin, 1782 – 1787. Редактор Johannes III Bernoulli. Перепечатка: [72, Bde. 6 – 7].
- 69.** Mathematische Ergötzungen über die Glücksspiele. *Arch. d. reinen und angew. Math.*, No. 10, 1799, pp. 209 – 219. Перепечатка: [71, Bd. 2, pp. 315 – 323].
- 70.** *Monatsbuch*. München, 1915. Editor K. Bopp.
- 71.** *Opera mathematica*, Bde. 1 – 2. Zürich, 1946 – 1948.
- 72.** *Philosophische Schriften*, Bde 1 – 9. Hildesheim, 1965 – 2007.

VII

Г. К. Михайлов

Жизнь и труды Даниила Бернулли

G. K. Michajlov, Daniel Bernoullis Leben und Werk. Gelehrte aus Basel an der St.Petersburger Akademie der Wissenschaften des 18. Jahrhunderts /Vorträge des Symposiums während der *Schweizer Wochen* anlässlich der Feierlichkeiten 300 Jahre St. Petersburg (St. Petersburg, 10. Juli 2003). Aachen, Shaker, 2005, pp. 77 – 87

1. Даниил Бернулли¹ принадлежит к поистине самой знаменитой в математическом мире династии, которая насчитывает трех величайших математиков и большое число других первостепенных ученых. Основателями рода были братья Якоб и Иоганн Бернулли, чей вклад в построение анализа, теории вероятностей и почти всех других дисциплин чистой и прикладной математики вряд ли можно переоценить. Хотя Иоганн Бернулли был обязан своими первыми шагами в науке руководством своего старшего брата, они вскоре оказались не только соперниками, но даже врагами. Ревнивый Иоганн не хотел ни в чем уступать своему брату, и его ревность стала причиной позднейшего отчуждения даже между ним и его близким ему по духу сыном Даниилом.

Даниил Бернулли был вторым сыном Иоганна. Родился он 8 февраля 1700 г.² в Гронингене, где его отец занимал математическую кафедру в университете (в Базеле он в то время не мог получить никакого подходящего места). В качестве предвестника будущих отношений отца к своему сыну можно рассматривать то, что всего через несколько дней после рождения Даниила отец извинился за опоздание с ответом одному из своих корреспондентов, указав, что это событие нарушило его работу.

Ввиду настоятельной просьбы тестя Иоганну Бернулли пришлось вернуться в Базель. 18 августа 1705 г. он покинул Гронинген со всей своей семьей – женой и четырьмя малыми детьми, – двумя дочерьми и двумя сыновьями. 20 сентября, после путешествия, которое заняло много недель, они прибыли в свой родной город. Незадолго до их отъезда, 16 августа 1705 г., в Базеле скончался брат Иоганна, Якоб, в связи с чем освободилась университетская кафедра математики. Иоганн Бернулли был немедленно избран на эту кафедру, которую и занимал до своей смерти 1 января 1748 г.

В 1712 г., после окончания базельской гимназии, Даниил Бернулли был отправлен на один год к пастору в Courtelary в Бернской Юре, чтобы усовершенствовать французский язык. После этого, 21 марта 1713 г., он поступил на философский факультет Базельского университета. 4 апреля 1715 г. он получил степень лауреата или бакалавра искусств, произнеся при этом речь о преимуществах положительного образа жизни

[1]. 26 ноября 1716 г. Университет присудил ему степень магистра, при этом он выступил с речью о пошлости тех, кто уважает математику только потому что когда-то математики почитались чародеями [2]. До этого, 10 октября, Даниил поступил на медицинский факультет, а весной 1718 г. – на аналогичный же факультет в Гейдельберге. Год спустя он какое-то время учился в Страсбурге, а по возвращении домой стал 12 мая 1721 г. кандидатом медицины и 2 сентября защитил в Базеле диссертацию о физиологии дыхания [3]. Само собой разумеется, что Иоганн Бернулли сильно влиял на образование своего сына, который уже в свои юношеские годы проявлял выдающиеся дарования.

В то время университетские кафедры замещались по жребию, и поэтому часто многие, даже совсем молодые люди, выставляли свою кандидатуру на занятие кафедр. Три группы университетских профессоров тайной баллотировкой выбирали по одному человеку из кандидатов, а затем счастливчик определялся из них беспристрастным жребием. И молодой Даниил Бернулли тоже дважды подряд безуспешно пытался получить профессию в Базеле. В 1721 г. он претендовал на занятие кафедры по анатомии и ботанике, а в следующем году – по логике.

На портрете 20-летнего Даниила мы видим красивого молодого человека с почти женственными чертами лица, и возможно, что он вызывал симпатию не только женщин, но и мужчин. Впрочем, ничего более определенного о таких интимных сторонах его жизни мы не знаем.

На 1723 – 1725 гг. приходится пребывание Даниила в Италии, где он по замыслу отца должен был изучать медицину. В начале июня 1723 г. он прибыл в Венецию, чтобы осваивать практическую медицину под руководством опытного врача Пьетро Антонио Микелотти. Но там он тотчас же тесно сблизился с неким графом Вецци и предпочел находиться в его имении Нервеза и развлекаться с ним и там, и в Венеции. После трехмесячного пребывания молодого Бернулли в Италии, Микелотти счел себя обязанным пожаловаться 20 августа 1723 г. Иоганну Бернулли на легкомысленное поведение Даниила³:

Истинная причина, по которой он пропустил два месяца практики и не оставался на длительное время со мной, чтобы осматривать моих больных, заключается в том, что он вынужден жить у графа Вецци [...] В конце сентября он отправляется на лоно природы в Нервезу и потеряет еще два месяца практики. [...] Если, вместо того, чтобы составлять аннотации и замечания, он будет ежедневно бывать в маскарадах или в Опере и Комедии, он бесполезно потеряет время.

Иоганну Бернулли пришлось решительно вмешаться, чтобы переломить ход событий. В следующем, 1724-м году Даниил переехал в Падую и занялся медициной под руководством

Джованни Батиста Морганьи, но в конце года серьезно и надолго заболел.

Уже в то время Даниил интересовался математикой больше, чем медициной. В июле 1724 г. он опубликовал в Венеции свою брошюру посвященную некоторым математическим задачам [4]⁴. Она состояла из четырех независимых частей, две более крупных из которых были посвящены проблемам теории вероятностей и истечению воды из сосудов. В них Даниил проявил себя как непримиримый полемист, резко критикующий своих противников. Вообще, книжка была главным образом направлена против известного математика графа Якобо Риккати, который был в то время вдвое старше Даниила. Следует заметить, что в то время Даниил еще полностью находился под научным влиянием своего отца и, к примеру, в части книжки, посвященной гидравлике, выступил – как его двойник – с ошибочными доводами против Ньютона, допустив при этом и несколько ошибок в научном плане⁵.

В 1724 г., во время пребывания Даниила в Италии, Болонская академия избрала его своим членом, а в апреле 1725 г. Парижская академия наук удостоила второй премии его мемуар о сохранении на море хода песочных часов [6].

2. В 1724 г. российские власти начали подготовку к учреждению Петербургской академии наук, задуманной императором Петром Великим. Стали подыскивали достойных ученых из Западной Европы, которых можно было бы пригласить в Петербург. Семья Бернулли была всемирно известна, и ее представители естественно казались подходящими для того, чтобы прославить нарождающуюся академию. В декабре 1724 г. российский посланник в Берлине уведомил столицу, что Христиан Вольф порекомендовал ему молодого Даниила Бернулли. Но, помимо знаменитого Иоганна Бернулли был еще и брат Даниила Николай II, также в высшей степени активно занимавшийся математикой. Петербургским властям было вначале неясно, кого из братьев им следовало бы в самом деле пригласить. В результате в 1725 г. было решено пригласить обоих братьев – Николая II и Даниила.

Переговоры закончились в июле 1725 г. подписанием соответствующих договоров. Братья выехали из Базеля 5 сентября и прибыли в Петербург 7 ноября 1725 г. Академики, прибывшие раньше, были уже 26 августа представлены новой императрице Екатерине I.

Даниил получил место профессора физиологии с окладом 800 рублей в год (“с бесплатными жильем, дровами и освещением”), а Николай – профессора математики с окладом 1000 рублей⁶. 18 декабря, на заседании официально еще не открытой Академии, Даниил зачитал свой первый доклад – о выделении жидких составляющих из тел животных [5]⁷. Первое же публичное собрание Академии состоялось лишь утром 7 января 1726 г.⁸ 1 февраля Даниил зачитал свой следующий доклад – о сложении и разложении сил, представив при этом соответствующие опыты и вычисления.

4 февраля профессора читали свои первые учебные лекции. С семи до восьми утра Даниил говорил о приложении математики в медицине, после чего, с восьми до девяти, его брат Николай рассказывал о математике и ее приложении в физике и особенно в механике. Слушателей было, впрочем, немного, потому что в то время российская молодежь еще не была достаточно подготовлена для подобных занятий.

Даниил весьма деятельно участвовал в заседаниях Академической конференции [так назывались научные сессии членов Академии]. Он зачитал большое число докладов по различным областям физиологии, механики и математики и активно выступал при обсуждении других докладов. Его вторжения в различные споры были весьма часто очень острыми, так что Президенту пришлось несколько раз призывать его к порядку. Вспыльчиво спорил Даниил со старейшим академиком, базельским математиком Якобом Германом, и особенно с профессором экспериментальной физики Георгом Бернардом Бильфингером. Перебранка с последним взволновала руководство Академии, которое расследовало ее и потребовало от обеих сторон подробного письменного изложения их точек зрения⁹. В этих спорах Даниил был в большинстве случаев по существу прав, но по форме своих выступлений он проявлял себя истинным сыном своего воинственного отца.

В связи с предстоящим отъездом Германа и Бильфингера из Петербурга¹⁰, Академия заключила в сентябре 1730 г. с Даниилом новый договор, по которому он получил место профессора математики с окладом в 1200 рублей. К тому времени он был уже всемирно известен как крупный ученый и поэтому начал стремиться занять в Академии привилегированное положение. Ссылаясь на то, что он не может привыкнуть к петербургскому климату и его здоровье портится, Даниил попросил вскоре увольнения из Академии. Вместе с тем, он соглашался остаться в Петербурге, если будет назначен деканом Академии или получит государственный чин. Его хлопоты в этом направлении оказались, однако, напрасными. Когда в июне 1732 г. его младший брат Иоганн II приехал в Петербург с частным визитом, Даниил рекомендовал его на свое место в случае своего увольнения. Но всё было тщетно. 5 июля 1733 г. братья уехали из Петербурга¹¹ и через Данциг, Гамбург, Амстердам, Париж и Страсбург в Базель, прибыв туда благополучно 24 октября после 16-недельного путешествия. По пути они еще посетили в Париже заседание Академии наук и познакомились со многими французскими учеными.

После отъезда из Петербурга Даниил Бернулли остался иностранным членом Академии с годичной пенсией в 200 рублей. Впрочем, скверно финансируемая Академия испытывала вечные трудности с выплатой пенсий, так что в течение 25 лет, с 1742-го по 1766-й год, Бернулли ее не получал вовсе, несмотря на свои неоднократные обращения к сменяв-

шимся Президентам академии и Императорам и Императрицам России.

В 1740-е годы прежние дружеские отношения между Даниилом Бернулли и Эйлером постепенно ухудшались, их переписка сократилась, а после 1754-го года полностью прекратилась на 12 лет. Даниил чувствовал себя обиженным по разным причинам: во-первых вследствие нейтрального поведения Эйлера во время ссоры Даниила со своим отцом Иоганном из-за приоритета в установлении законов движения жидкости (см. по этому поводу статью автора в этом же сборнике: Michajlov 2005); во-вторых, по причине недостаточной, по его мнению, поддержки перед Петербургской академией, и, наконец, и прежде всего, вследствие уклончивого и несправедливого поведения Эйлера при присуждении премии Берлинской академией за 1746-й год, тем более, что Эйлер сам попросил Даниила Бернулли принять участие в этом конкурсе¹².

Лишь в 1767 г., после возвращения Эйлера в Петербург, у Бернулли полностью восстановились добрые отношения с Петербургской академией и с Эйлером, и он снова начал посылать свои мемуары для публикации в Петербург.

В 1776-м году, к своему 50-летнему юбилею, Петербургская академия заказала для своих помещений портрет Даниила Бернулли¹³. Десять лет спустя Директор Академии, княгиня Дашкова, специально заказала портрет Ломоносова в качестве дополнения к портрету Даниила Бернулли.

3. Но вернемся назад в 1730-е годы. Базельский университет избрал Даниила Бернулли, бывшего еще на пути в Базель, профессором анатомии и ботаники и тотчас же присвоил ему степень доктора медицины. 16 сентября 1743-го года Даниил поменял кафедру ботаники на кафедру физиологии и, наконец, 8 декабря 1750-го года он стал профессором физики, сохранив, однако, место и право голосования также на медицинском факультете. С 1740/41-го по 1760/61 гг. его семь раз выбирали деканом медицинского факультета и дважды (в 1744/45 и 1756/57 гг.) – ректором.

Его лекции, особенно по физике, сопровождавшиеся проведением различных опытов, собирали полные аудитории. В возрасте 76 лет Даниил Бернулли передал свои университетские лекции своему племяннику Даниилу II Бернулли, а с 1780-го года – другому племяннику, Якову II Бернулли.

Даниил Бернулли начал свою преподавательскую деятельность в качестве профессора физиологии и почти 20 лет продолжал ее на медицинском факультете в Базеле, но его личные научные интересы неизменно находились в области математики и механики, и притом главным образом в теории вероятностей, теории колебаний, гидравлике и акустике. Всего он опубликовал примерно 80 мемуаров, в том числе 49 в ежегодниках Петербургской академии (в *Комментариях* за 1726 – 1743 и 1766 – 1776 гг.) и 10 – в сборниках сочинений, удостоенных премий Парижской академии (за 1725 – 1757 гг.), а также знаменитую *Гидродинамику*¹⁴.

Успехи Даниила Бернулли в математических науках были признаны его избранием в самые знаменитые европейские академии. После Петербургской академии его избрали иностранным членом Берлинской (в 1746 г.) и Парижской (в 1748 г., на место его умершего отца) академий и в Лондонское Королевское общество (в 1750 г.), не считая менее известных местных научных обществ. С 1747 г. Даниила неоднократно приглашали переехать как в Берлин, так и в Петербург, но он уже не покидал Швейцарии даже на короткое время.

4. Даниил Бернулли проживал в Базеле напротив церкви Св. Петра. Его дом, так называемый Kleine Engelhof в переулке Stiftgasse у Nadelberg'a был непосредственно соединен с домом его брата Иоганна II – Grossen Engelhof. В отличие от Леонарда Эйлера Даниил не просиживал дни за письменным столом, а скорее вел свободный образ жизни. В 1936 г. лучший в прошлом веке знаток Бернулли, Отто Шпис, нарисовал содержательную картину жизни в Базеле в 1760 – 1761 гг. Из нее мы узнаем, что Даниил Бернулли, будучи закоренелым холостяком, почти каждый вечер проводил в кругу своих друзей в одной из излюбленных в то время курилен. В хорошую погоду он любил по вечерам часами прогуливаться по площади Петерсплатц у своего дома или на мосту через Рейн, чаще всего в сопровождении своих учеников, моложе его лет на 40, притом часто вместе со своим братом Иоганном II. Он также охотно посещал своих друзей и учеников на дому. В те годы его следует представлять себе как небольшого роста пухленького мужчину, почти всегда бодрого и оживленного, ничем еще не проявляющего своего 60-летнего возраста. Так он выглядит на портрете 1750-х годов, который сейчас находится в актовом зале музея на Augustinergasse в Базеле.

В этой связи интересно обратиться к дневнику молодого венгерского графа Самуила Телеки за 1760 – 1761 гг., в котором он описывал свои занятия у Даниила Бернулли (Spiess 1936, pp. 139 – 140):

Даниил Бернулли обычно не давал никому частных уроков. Летом он читал публично в физической аудитории¹⁵ курс экспериментальной физики, в основном один раз в неделю, и притом очень хорошо. Я с большой охотой прослушал эти лекции оба лета, а затем, продвинувшись в высшей математике и анализе [бесконечных] у его брата [Иоганна II], я почувствовал сильное желание добиться некоторого успеха у этого редкостно сведущего человека при помощи частных занятий. И вот однажды вечером, во время прогулки на Петерсплатц, при беседе о математике и моем собственном учении я сообщил ему о своем желании заняться с ним частным образом механикой, поскольку я уже достаточно овладел математическим анализом, так что смог бы понять и изучать механику.[...] В ответ на мою просьбу он тотчас же пообещал мне свою помощь. Этот драгоценный человек с самого начала был ко мне расположен и неизменно проявлял ко

мне большую любезность. Он часто посещал меня, а я иногда также бывал у него, и я признаю, что многому научился от бесед с ним. Он очень хотел помочь моим успехам в математике, и наши беседы всегда были мне поэтому весьма поучительны. Летом он имел обыкновение часто прохаживаться на лучшем в Базеле месте для прогулок – площади Петерсплатц, либо в одиночку, либо со своим братом, а когда мы там встречались, всегда гуляли вместе, иногда до десяти или одиннадцати часов вечера. В таких случаях он старался не говорить ни о чем, кроме физики и математики, и притом всегда проявлял обширные познания. Я никогда не встречал более выдающегося в науке и беседах человека, он пояснял самые трудные вещи с удивительными методичностью и ясностью.

Я начал свои частные занятия по механике у этого симпатичного и всезнающего человека 18 мая 1761 г. [...] и охотно собирался продолжать их до моего отъезда, но вопреки моим ожиданиям я вынужден был прервать занятия 15 июля, потому что в тот день Бернулли должен был в час дня уехать по делам в другую часть Швейцарии, и к моему несчастью эту поездку нельзя было отложить. В день своего отъезда он с большим вниманием занимался со мной с 10 до 12 часов без перерыва законами движения и живых сил, потому что хотел возместить то, что должен был упустить ввиду своей поездки. В 12 часов мы сердечно распрощались и расцеловались. Таким образом, мне пришлось расстаться со своим добрым учителем, которого я буду вечно уважать и любить и которому я многим обязан в своем учении. Прощаясь, он попросил меня обращаться к нему за советом в письмах, если я не смогу чего-либо понять при дальнейшем учении.

В последние годы своей жизни Даниил Бернулли испытывал старческое недомогание и не мог больше ни преподавать, ни заниматься активным творческим трудом. Он умер 17 марта 1782 г., за полтора года до смерти Леонарда Эйлера, который был на семь лет моложе него.

17 марта 1783 г. его племянник и тезка Даниил II Бернулли прочел достойное похвальное слово, опубликованное в том же году в Базеле (Bernoulli Daniel II 1787). Похвальное слово маркиза Кондорсе, появившееся в 1785 г. в *Мемуарах* Парижской академии наук [iii], Даниил II Бернулли перевел на немецкий язык и дополнил своими примечаниями. Перевод этот был опубликован в Базеле в 1787 г. (Condorcet 1787).

В 1882 и 2000 гг. сограждане Даниила Бернулли торжественно отметили память великого базельского ученого, а собрание его трудов в восьми томах выходит в свет в Базеле с 1982 г.

Даниил Бернулли был похоронен в церкви Св. Петра рядом со своим отцом. Высокопарная латинская надпись на надгробной плите гласит:

Лучших и величайших Бог освящает. Бренные останки предал этой небольшой могиле Даниил Бернулли, сын Иоганна, математик, физик, философ. Вряд ли кто-либо был равен ему, а высшего мир и не видел. Считать его своим состязались самые знаменитые академии и общества наук и искусств, а именно Императорская в Петербурге, Королевские в Париже, Лондоне и Берлине и другие. После того, как он восемь лет украшал и прославлял российскую академию в Петербурге и в течение 49 лет – преподаванием в качестве профессора – Университет своего родного города Базеля и сделал их знаменитыми и приносил пользу всему миру в течение всей своей жизни, удовлетворенный работой, почестями и годами, через 82 года 1 месяц и 6 дней этой жизни он был отозван к лучшей в 16-й день перед апрельскими календами 1782 г. Памятник своему гению, долговечнее бронзового, он сам себе поставил при жизни своими открытиями, трудами и заслугами. Надгробную надпись для его тела скорбно установили брат Иоганн, сестра Доротея и дети его брата Эммануила и сестры Катерины.

Признательность. Автор статьи существенно помог нам перевести ее.

Примечания

1. Основными материалами о жизни и трудах Даниила Бернулли являются посвященные ему в XVIII в. мемуары Даниила II Бернулли (1787) и Кондорсе [iii], рукописная автобиография Даниила Бернулли 1776 г., опубликованная лишь в русском переводе (Бернулли Даниил 1959, с. 427 – 432), его переписка с Гольдбахом и Эйлером (Fuss 1843, t. 2, pp. 171 – 655), *Протоколы* (1897 – 1911, особо т. 1) и *Материалы* (1885 – 1900) Петербургской академии, равно как и *Собрание трудов (Werke)* самого Бернулли [10]. В 1950-е годы автор передал профессору Отто Шпису из петербургского Архива Российской академии наук копии многих относящихся к Даниилу Бернулли документов, которые теперь находятся в Бернуллиевском архиве в Базеле. Лучшим, хоть и устаревшим вторичным источником о жизни и трудах Даниила Бернулли является очерк Рудольфа Вольфа [iv].

2. Все даты приводятся здесь по новому (григорианскому) стилю, хотя в 1700 г. Голландия еще придерживалась старого (юлианского) календаря. В Базеле новый стиль был введен лишь в 1701 г., Россия же придерживалась старого стиля вплоть до 1918 г. В XVIII в. старый стиль отставал от нового на 11 дней.

3. Это письмо хранится в отделе рукописей университетской библиотеки в Базеле (Ms L I a 663, No. 64*).

4. На средства “одного благородного жителя Венеции, друга автора”, как намного позднее сообщил Даниил. Весьма вероятно, что он имел в виду графа Вецци.

5. Позднее Даниил не хотел вспоминать об этой своей книжке, содержащей ошибки, и лишь однажды кратко упомянул о них в своей *Гидродинамике* [9].

6. Николай II Бернулли умер 9 августа 1726 г. в возрасте 31 года от язвы в брюшной полости. [В оригинале ошибочно указана язва легких. Г. М.]

7. Этот неопубликованный доклад был направлен против взглядов шотландского врача и физиолога Арчибальда Питкэрна.

8. Через пятьдесят лет Даниил вспомнил об этом официальном заседании в письме Иоганну Альбрехту Эйлеру от 18 марта 1775 г. (Петербургский филиал Архива РАН, ф. 1, оп. 3, № 62, л. 81 – 82обр):

Великолепный пир у герцога Голитинского. Всё во Дворе блистало, однако герцогиня, казалось, затмевала всех. Академики были поражены,

но приветливые взоры герцога и герцогини вскоре успокоили их, и они осмелились предаться приятному веселью столь любезного приема. Я вспоминаю всё это и, поверьте мне, если я скажу Вам, что помню об этом лучше, чем о самом праздничном вечере, так как мы закончили его, будучи мертвецки пьяными.

Герцог Карл Фридрих Голштинский был мужем Анны Петровны, старшей дочери Петра I, и до смерти императрицы Екатерины I занимал одну из высших должностей при императорском дворе.

9. Документы этого расследования хранятся в Петербургском архиве в связке с надписью *Перебранка между господами Бильфингером и Бернулли в 1729 г.* Они частично опубликованы в первом томе *Материалов* (1885 – 1900).

10. Они покинули Петербург лишь 25 января 1731 г.

11. Дорожный паспорт, выданный Даниилу Бернулли Петербургской академией от имени Императрицы, воспроизведен в немецком оригинале статьи автора.

12. Премия была в конце концов присуждена Даламберу, противнику и сопернику Бернулли, прежде всего ввиду интересов прусского двора.

13. После октябрьского переворота 1917 г. портрет Бернулли, к сожалению, исчез.

14. Гидравлические исследования Бернулли освещены несколько подробнее в моем втором докладе (Michajlov 2005).

15. Физическая аудитория вместе с парком физических приборов, размещалась в то время в здании Stachelschützenhaus на площади Петерсплац. В настоящее время в этом доме находится Институт медицинской микробиологии Базельского университета.

Библиография

Даниил Бернулли

1. *Nobilitatem virtutis ac eruditionis præferendam esse generis vel muneris nobilitati.* Доклад 1715 г. Текст не сохранился.

2. *De insulitate illorum, qui mathematica studia spernunt eo nomine, quod Mathematici quondam maleficis fuerint adnumerati.* Доклад 1716 г. Текст не сохранился.

3. *Dissertatio inauguralis Physico-Medica De Respiratione, quam Consensu & Auctoritate Gratosissimi Medicorum Ordinis in Universitate Patria pro Summis in Arte medica Honoribus & Privilegiis Doctoralibus rite consequendis.* Ad diem 2 Septembr. MDCCXXI L. H. Q. S. Publico Examini subicit Daniel Bernoulli, Joh. Fil. Basil. [Basilea], Typis Johannis Ludovici Brandmülleri [1721]. *Werke*; Bd. 1, 1996, pp. 61 – 83.

4. *Exercitationes quaedam mathematicae.* Venetiis, Apud Dominicum Lovisam 1724. *Werke*, Bd. 1, 1996, pp. 297 – 362.

5. *De secretione humorum in corpore animali, contra Pitcarnium.* Доклад 1725 г. Текст не сохранился.

6. *Discours sur la manière la plus parfaite de conserver sur Mer l'égalité du mouvement des Clepsidres ou Sabliers. Pièces qui ont remporté les prix de l'Académie Royale des Sciences Paris* 1725, pp. 3 – 21. *Werke*, Bd. 7, 1994, pp. 221 – 239.

7. *Theoria nova de motu aquarum per canales quoscuncue fluentium.* *Commentarii Acad. Scient. Imp. Petrop.*, t. 2 (1727), 1729, pp. 111 – 125.

8. *Experimenta coram Societate instituta in confirmationem Theoriae pressionum quas latera Canalis ab aqua transfluente sustinet.* Там же, t. 4 (1729), 1735, pp. 194 – 201.

9. *Hydrodynamica, sive De Viribus et Motibus Fluidorum Commentarii. Opus Academicum ab Auctore, dum Petropoli ageret, congestum.* Argentorati, Sumptibus Johannis Reinholdi Dulseckeri, Typis Joh. Henr. Deckeri, Typographi Basiliensis 1738. *Werke*, Bd. 5, 2002, pp. 93 – 424.

10. *Werke*, Bde 1 – 3, 5, 7, 8. Basel, Birkhäuser, 1982 – 2004.

Вторичные источники

- Bernoulli Daniel II** (1787), *Vita immortalis viri Danielis Bernoullii*. Basileae, 1783. Перепечатка: *Vita Danielis Bernoullii. Nova acta helvetica physico-mathematico-anatomico-medica*. Basileae, t. 1, 1787, pp. 1 – 32.
- Condorcet M. J. A. N. Caritas, Marquis de** (1787), *Lobrede auf Herrn Daniel Bernoulli*. Aus dem Französischen übersetzt und mit Anmerkungen begleitet von Daniel [III] Bernoulli. Basel, bey Johann Schweighauser.
- Fuss Paul Heinrich** (1843), *Correspondance mathématique et physique de quelques célèbres géomètres du XVIII^{ème} siècle précédée d'une notice sur les travaux de Léonard Euler, tant imprimés qu'inédites et publiée sous les auspices de l'Académie Impériale des Sciences de Saint-Pétersbourg*, tt. 1 – 2. St.-Pétersbourg. Перепечатка: New York – London, Johnson, 1968.
- Michajlov G. K.** (2005), Daniel Bernoulli und seine *Hydrodynamica*. *Gelehrte aus Basel an der St. Petersburger Akademie der Wissenschaften des 18. Jahrhunderts*. Vorträge des Symposiums während der *Schweizer Wochen* anlässlich der Feierlichkeiten *300 Jahre St. Petersburg* (St. Petersburg, 10. Juli 2003). Aachen, Shaker, 2005, pp. 135 – 146.
- Spiess Otto** (1936), *Basel anno 1760. Nach den Tagebüchern der ungarischen Grafen Joseph und Samuel Teleki*. Basel, Birkhäuser.
- Бернулли Даниил** (1959), Гидродинамика. Перевод В. С. Гохмана. Л., АН СССР.
- Материалы** (1885 – 1900), *Материалы для истории Императорской Академии наук*, тт. 1 – 10 [за 1716 – 1750]. СПб.
- Протоколы** (1897 – 1911), *Протоколы заседаний конференций Императорской Академии наук с 1725 по 1803 года / Procès-verbaux des séances de l'Académie Impériale des sciences depuis sa fondation jusqu'à 1803*, тт. 1 – 4. СПб.

VIII

О. Б. Шейнин

Работы Эйлера по теории вероятностей и статистике

Oscar Sheynin, Euler's work in probability and statistics. In *Euler Reconsidered. Tercentenary Essays*. Heber City, UT, 2007, pp. 281 – 316

1. Введение

Мы полагаем, что Якоб Бернулли, Муавр и Бейес завершили построение первого варианта теории вероятностей и что после них и по меньшей мере до Чебышева эта дисциплина продолжала развиваться в рамках прикладной математики. Эйлер внес вклад во все тогдашние основные приложения теории вероятностей, – в исследование азартных игр, математическую обработку наблюдений и статистику населения (включая страховую математику), – но странно, что он при этом ни разу не сослался ни на одного из упомянутых ученых. Мало того: Эйлер не последовал за Муавром, цель которого состояла в “установ[лении] определенны[х] Правил для оценки того, в какой степени некоторые виды Событий могли быть вызваны Предначертанием, а не Шансом” и в изучении

Способа сбора, при помощи обоснованных Вычислений, свидетельств утонченной мудрости и Предначертания, которые выявляются в Явлениях Природы по всей Вселенной,

см. Посвящение первого издания его *Учения о шансах* (De Motu 1718) Ньютону, перепечатанное в издании 1756 г., с. 329, и переведенное нами ранее (1970, с. 205 – 206).

Но в то же время Эйлер (1749а) возражал свободомыслящим и защищал откровенье Божье, указав на с. 268, что осознание истины связано с Богом и его творениями.

В своих *Письмах к принцессе* Эйлер (1768 – 1772, Письма 115, 116, 119, 120) провел отличие между физической, логической и моральной уверенностью, которые по его мнению соответствовали истинам, постигаемым чувствами, рассуждением и основанным на авторитетных источниках. В Письме 119 он заявил, что последняя упомянутая уверенность может оказаться ошибочной, но этим и ограничился. И вот Письмо 120: Некто, неожиданно оказавшийся в нашем мире, заметил, что не поддерживаемый ничем камень падает на землю, но он не знает, повторится ли подобное событие или нет. Для понимания этого явления, добавил Эйлер, нужны многие опыты.

Именно этот пример привел Прайс в своем комментарии к посмертно опубликованному мемуару Бейеса (1764/1970, с. 150). Второй пример Прайса относился к дереву, положенному в огонь, но знаменитой стала его же задача о вероятности восхода Солнца после многократных предыдущих восходов.

Эйлер, впрочем, так и не рассматривал зависимости подобных вероятностей от количества опытов, хотя мемуар Бейеса вряд ли стал известен на континенте Европы до анонимной публикации 1781 г.

Эйлер (1767d) назвал еще не опубликованный мемуар Даниила Бернулли (1768a) прекрасным и добавил, что с нетерпением ожидает последующих, для которых тот послужит исходным. В указанном мемуаре Бернулли решил урновые задачи, а в последующем он (1768b) действительно применил свои выводы к обоснованию своего исследования продолжительности женитьб, см. наш п. 4.1. Заметим, далее, что Эйлер написал по меньшей мере некоторые свои мемуары о лотереях по желанию Фридриха II, и что его важный мемуар (1778a) о математической обработке наблюдений был комментарием к мемуару Бернулли (1778a). Наконец, сыновьям Эйлера, Иоганну Альбрехту и Христофу, приходилось обрабатывать астрономические и метеорологические наблюдения (хотя теорией этого вопроса они не занимались), см. Stäckel (1910), и отец несомненно существенно влиял на них и возможно помогал им, притом обработка наблюдений вероятно иногда обсуждалась ими всеми совместно.

В нашей библиографии мы выделили и сочинения Эйлера, и источники, непосредственно относящиеся к нему. В качестве общей литературы по теории вероятностей и статистике в XVIII в. мы назовем Hald (1990; 1998), Todhunter (1865), Шейнин и Майстров (1972) и Шейнин (2005).

2. Теория вероятностей

2.1. Эйлер (1753). Совпадения. Карты 1, 2, ..., n извлекаются из колоды поочередно без возвращения. Требуется определить вероятность, что по меньшей мере одна из них, k ($1 \leq k \leq n$) будет извлечена при k -м тираже. Эйлер решил эту задачу уже в рукописи, написанной, видимо, в 1748 – 1750 гг. (Du Pasquier 1923, с. XXVIII), а также и отвечая на вопрос Мопертюи (Эйлер 1752), получив

$$P_n = 1 - (1/2!) + (1/3!) - \dots + [(-1)^{n-1}/n!], \lim P_n = 1 - (1/e), n \rightarrow \infty.$$

Еще до того эту же задачу решили Монмор и Николай Бернулли, последний – в письме Монмору, который и опубликовал его решение в своей книге (Montmort 1713, с. 310). Латинский текст Н. Б. имеется в английском переводе (David & Edwards 2001, с. 31). В 1819 г. Томас Янг (Kendall 1968) применил схему указанной задачи к появлению совпадающих слов в двух языках. Историю игры на совпадение исследовал Кноблех (1984), который подробно описал статью Эйлера, равно как и предшествовавших и последующих авторов (Ламберт, Лаплас). Он также указал на родственные исследования Монмора и Эйлера, относящиеся к комбинаторному анализу.

2.2. Эйлер (1766). Игра фараон. Эту сложную игру лучше всех, видимо, описал Henny (1975, с. 482 – 487), см. также

Хальд (1990, с. 297 – 303). Ее исследование затруднительно, потому что игроки могут выбирать различные варианты игры. Фараон изучали несколько авторов, начиная с Монмора и Муавра, см. там же. Муавр был первым, кто сумел вычислить ожидаемый выигрыш банкومتта, но он предположил, что игрок выбирал свои варианты случайным образом, считая их все равноценными. Эйлер не исследовал всех возможностей игры, но, как всегда, проявил терпение и изобретательность.

2.3. Эйлер (1767с). Серии. Из n нумерованных билетов зараз выбирается m . Требуется определить вероятность появления в выборке двух или более последовательных номеров; билеты $(n; 1)$ не считаются последовательными, а выборки $(k + 1), k, \dots$ и $k, (k + 1), \dots$ не различаются друг от друга.

Пусть $n = 5$ и $m = 3$. Возможные серии из трех и двух членов таковы:

1, 2, 3; 2, 3, 4; 3, 4, 5 и 1, 2, 4; 1, 2, 5; 1, 3, 4; 1, 4, 5; 2, 3, 5; 2, 4, 5.

Обозначим теперь число серий из a билетов через α , из b билетов – через β и т. д. Тогда (Эйлер, с. 148) при каждом тираже

$$\alpha a + \beta b + \dots = m.$$

Этот результат, однако, верен только если принимать в расчет “серии” из одного билета. Так, для тиража 1, 3, 5 $\alpha = 1$ и $\gamma = 3$. Эйлер также заметил, что его формула родственна подробно исследованному им разложению чисел на слагаемые (1748, гл. 16). Снова включая указанные необычные серии и, соответственно, учитывая выборку 1, 3, 5, мы получим $\gamma = 9$ и

$$\alpha a + \beta b + \gamma c \dots = m C_n^m$$

для числа серий во всех возможных выборках. Впрочем, никакой общей формулы у Эйлера не было, поскольку для исследования генуэзской лотереи (см. название его мемуара) она не была нужна.

Бирман (1957) описал соответствующие результаты, полученные различными авторами (Beguelin в 1767 г., Иоганном III Бернулли в 1771 г. и Meyer в 1874 г.).

2.4. Эйлер (1771). Утешительные выплаты. Лотерея состоит из k классов с n призами на $(m + n)$ билетов в каждом. За каждый проигравший билет (число которых обозначено через R) уплачивается 1 дукат. В рукописи 1759 – 1760 гг. Эйлер (Du Pasquier 1923, с. XXX) безуспешно попытался определить общую утешительную выплату, а в мемуаре вначале заметил, что

$$M - (k - 1)n \leq R \leq m$$

и вычислил вероятности всех возможных значений R . Вероятность того, что одни и те же билеты выиграют во всех классах (и что m билетов проиграют) равна

$$\left[\frac{n!}{(m+n)(m+n-1)\dots(m+1)} \right]^{k-1}.$$

Эйлер ввел

$$M = [(m+1)(m+2) \dots (m+n)]^{k-1} \text{ и } \alpha = (n!)^{k-1}$$

и через $\beta m/M$, $\gamma m(m-1)/M$, ... обозначил вероятности того, что число проигравших билетов окажется равным $(m-1)$, $(m-2)$, ... где коэффициенты β , γ , ... не зависят от m . Наконец, обозначив M при $m = \gamma$ через M_γ , он сумел вывести уравнения вида

$$M_0 = \alpha, M_1 = \alpha + \beta, M_2 = \alpha + 2\beta + 2\gamma, \dots;$$

$$M_1 - M_0 = \beta, M_2 - M_1 = \beta + 2\gamma, M_3 - M_2 = \beta + 4\gamma + 6\delta, \dots,$$

вычислить β , γ , ... через α , n и k и таким образом установить переход от β к γ , далее к δ и т. д.

Эти усилия были напрасными, потому что вычисление M оказалось слишком трудным, но Эйлер сразу же решил эту задачу, просто выписав ожидаемую полную выплату:

$$m \left[\frac{m}{m+n} \right]^{k-1}.$$

Этот результат соответствовал исследованию соответствующих испытаний Бернулли. Эйлер заметил также, что его второй метод исследования был пригоден и при отличии классов лотереи друг от друга.

Эйлер (примерно 1768) рассмотрел подобную лотерею, также из пяти классов, в своей рукописи без даты. Она содержала лишь грубые приближения, а потому, видимо, была написана несколько ранее только что рассмотренного мемуара, который вышел в издании Берлинской академии наук за 1769 г.

2.5. Выборки с возвращением

2.5.1. Эйлер (1862с). Рассмотрев несколько частных случаев, Эйлер сформулировал общую задачу: Из n различных билетов зараз извлекаются и возвращаются p . Требуется определить вероятность, что $n-p$, $n-p-1$, ..., $n-pq$ билетов ни разу не будут извлечены в q подобных тиражах.

Эйлер вычислил эти вероятности при помощи *умнейшей* (Du Pasquier 1923, с. XXVII) неполной индукции.

2.5.2. Эйлер (1785b). Лотерея состоит из n билетов, из которых зараз извлекается и возвращается r . Требуется определить вероятность, что после некоторого числа таких тиражей будет извлечено k ($k \leq n$) билетов.

Некоторые ученые, в том числе Монмор и Муавр, решили эту задачу, а Лаплас, который применил с этой же целью уравнения в частных конечных разностях, повторно рассматривал ее с 1774 г., см. Годхантер (1865, с. 252 – 256) и Хальд (1984, с. 232; 1990, с. 209). Вряд ли требуется описывать решение Эйлера. Он (с. 408), правда, указал, что не отказывается от приложения [стохастических] рассуждений несмотря на отрицательное мнение Даламбера (в 1760-х годах) о них, а Netto (1908, с. 226 – 227) перевел это указание на немецкий язык. Всё так, но почему Эйлер так долго ждал, прежде, чем возразить Даламберу?

2.6. Эйлер (1862b). Лотерея со свободой выбора. Игрок извлекает t билетов из n и сам устанавливает и то количество билетов, из которых, как он надеется, выиграет хоть один, и свою ставку. Если некто играет на 3 билета, он выиграет в трех различных случаях, а именно, если выиграет (выиграют) один, два или все три из выбранных им номеров ($k = 1, 2, 3$), и его выигрыш соответственно будет увеличиваться.

Эйлер терпеливо вычислил все вероятности для игры на один, два, ..., шесть билетов. К примеру, для игры на два билета он получил вероятности

$$B_2 = \frac{t(t-1)}{n(n-1)}, \quad 2B_1 = \frac{2tr}{n(n-1)}, \quad B_0 = \frac{r(r-1)}{n(n-1)}, \quad r = n-t \quad (2.1)$$

выигрышей двух, одного и ни одного билета. В этих исключительно удачных обозначениях вероятности при игре на три билета оказываются равными некоторым величинам $C_3, 3C_2, 3C_1, C_0$ и т. д. Эйлер далее вывел изящные формулы перехода от величин C к следующим, – D, E, F и вполне мог бы указать соотношения между F и G и т. д.

Затем он исследовал распределение выигрышей на единичную ставку. Так, при игре на три билета, обозначив выигрыши в соответствии с формулами (2.1) через a, b и 0 ,

$$aB_2 + 2bB_1 = 1$$

и Эйлер рассмотрел несколько возможных выборов соотношения a/b . И, наконец, он видоизменил свои выводы с тем, чтобы обеспечить выгоду предпринимателю и обезопасить его от риска, появляющегося при вероятностных решениях.

Задолго до 1763 г., когда Эйлер доложил о своем мемуаре, он (1749с) исследовал предложенную *итальянскую лотерею*, которая также предусматривала свободный выбор условий. Он уделил особое внимание оценке выгоды предпринимателя и, например, посоветовал удовлетворяться меньшей прибылью от тех, кто играет на один билет, но обеспечить больше прибыли от других. Это, как утверждал Эйлер, привлечет больше игроков и уменьшит риск потерь от возможных более крупных выигрышей.

2.7. Эйлер (1862с) Петербургский парадокс. Петербургский парадокс придумал Николай Бернулли (Монмор 1713, с. 402). Вот ее условия в почти сразу же видоизмененном виде. Игрок В подбрасывает монету и получает от А 1 эюю если выпадет орел; если же это произойдет лишь при втором, третьем, ... броске, то он приобретет 2, 4, ... эюю. Ожидание его выигрыша оказывается бесконечным, но ни один разумный человек не согласится уплатить скольконибудь значительную сумму, чтобы выкупить его заранее.

В 1738 г. Даниил Бернулли предположил, что выгоду игрока у следует оценивать по его выигрышу x в соответствии с (первым в теории вероятностей) дифференциальным уравнением

$$dy = cdx/x, c > 0; y = c \ln(x/a),$$

где a – исходный капитал игрока. Его *моральное ожидание* выигрыша в петербургской игре (названной по месту публикации мемуара Даниила Бернулли) оказывалось конечным. Нововведение Бернулли (которое он применил и для исследования коммерческих операций, связанных с риском) было оценено лишь вначале, затем, однако, его забыли вплоть до конца XIX в., когда на его основе начала исследоваться экономическая теория предельной полезности.

Что касается парадокса, который неоднократно обсуждался в математической литературе, то Кондорсе, а позднее Фрейденталь (1951) предложили рассматривать ряд петербургских игр, причем последний – со случайным назначением ролей игроков в каждой из них. Одна игра, как они разумно утверждали, не является подходящим объектом для стохастических соображений.

Эйлер также заменил классическое ожидание моральным, но в ином понимании, а именно геометрическим средним. Пусть первоначальный капитал игрока C изменится после игры на $C + a$, $C + b$ или на $C + c$ в m , n и p случаях соответственно. Тогда его выгоду можно будет оценивать разностью

$$[(C + a)^m (C + b)^n (C + c)^p]^{1/(m+n+p)} - C.$$

Если $m = n, p = 0, a = -b > 0$, то при сравнительно большом C эта разность окажется равной

$$C - a^2/4 - C < 0.$$

Он особо рассмотрел случай

$$\sqrt{(C + a)(C - b)} = C,$$

который привел его к $C = ab/(a - b)$. Для $a = b$ оказалось, что эта равенство возможно лишь при бесконечном C .

2.8. Эйлер (1923а). Разорение игрока. Эйлер решил задачу о разорении игрока при неограниченной длительности игры. Пусть игроки А и В имеют a и b фишек, а вероятности их выигрыша в каждой партии равны $1/m$ и $1/n$ соответственно. В приложенном примере шансы А и В были приняты равными 6 и 4, и Эйлер исходил из соотношения $m:n = 3:2$; вероятности, которых он не ввел, были бы равны $1/6$ и $1/9$, что подтверждает, что вероятности, подразумевавшиеся в его формуле для соотношения шансов разорения,

$$n^b(m^a - n^a) \div m^a(m^b - n^b),$$

означали, что сами эти шансы были равны n и m .

Формула Эйлера равнозначна формуле Муавра (1712, Задача № 9). В отличие от последнего, Эйлер пришел к ней после вывода и решения разностного уравнения. Затем, для примера, частично поясненного выше, он показал, что игрок, вероятность выигрыша отдельной партии у которого выше, имеет более высокую вероятность разорить даже очень богатого противника.

2.9. Неопубликованные рукописи Эйлера (De Pasquier 1923, с. XXXII – XXXIII). В 1736 – 1739 гг. Эйлер исследовал задачу, восходящую к Гюйгенсу. Урна содержит m белых шаров и n черных. Требуется определить вероятность того, что в безвозвратной выборке объема $(r + s)$ окажется r белых шаров и s черных. Подобные задачи приводят к гипергеометрическому распределению и ныне встречаются при статистической проверке массовой продукции.

В 1740 – 1748 гг. Эйлер рассмотрел игру de la Poule, которую Тодхантер (1865, с. 124) назвал по имени Вальдеграва. Играют двое, проигравший уступает место третьему и т. д. до тех пор, пока кто-то из них не выиграет у всех остальных кряду (и не получит всех денег, выставленных проигравшими).

Николай Бернулли и Муавр (Тодхантер 1865, с. 162 – 163) решили эту задачу до Эйлера, а Монмор (1713, с. 315 – 323) привел ее решение только для случая трех игроков, но не обосновал его. После Эйлера Лаплас (Тодхантер, с. 535 – 541) применил для решения разностное уравнение и исследовал несколько подобных задач, используя уже уравнения в конечных частных разностях.

В 1748 – 1755 гг. Эйлер исследовал три другие игры, jeux de Taux, l'Homme и jeu de Mariage. Во второй из них (Монмор 1713, с. 165 – 168) поведение игроков изменялось по их выбору. De Pasquier утверждает, что Эйлер не применял в своих рукописях никаких существенных новых методов. Эти же рукописи он упоминает в предисловии к соответствующему тому собрания сочинений Эйлера, см. наши ссылки в §§ 2.1 и 2.4.

Три рукописи, не отраженные им, включены в нашу Библиографию.

3. Математическая обработка наблюдений

Здесь следует рассматривать две основные задачи; первая, правда, является частным случаем второй, но ввиду своей важности обычно изучается отдельно. Эйлеру пришлось заниматься ими обеими, и наше пояснение, следующее ниже, необходимо для понимания его подхода. Будет заметно, что в основном он занимался уравниванием прямых наблюдений; Гаусс ни разу не сослался на него по этому поводу, возможно, что и не знал о его рекомендациях, в противном же случае он быть может раньше подошел бы к своему второму, зрелому обоснованию метода наименьших квадратов (МНКв).

3.1 Уравнивание прямых наблюдений. Даны результаты независимых наблюдений x_1, x_2, \dots, x_n некоторой константы A . Требуется установить ее окончательное значение и оценить точность и его, и самих наблюдений.

3.1.1. Выбор окончательного значения. Древние ученые не применяли никакой единой оценки (например, среднего арифметического, которое мы обозначаем \bar{x}); они выбирали некоторое число, учитывая предыдущие наблюдения, свое субъективное понимание и удобство последующих вычислений (Neugebauer 1950, с. 252). Теперь можно сказать, что, имея в виду крупные ошибки наблюдений, одно наблюдение может в случае их *плохого* распределения оказаться не хуже, или даже лучше, чем \bar{x} .

Среднее арифметическое стало универсальной оценкой не позднее, чем при жизни Кеплера. Действительно, уравнивая 4 наблюдения, он (1609/1992, с. 200) выбрал некоторую оценку, отличную от \bar{x} , которую мы (как и любую отличную от среднего арифметического) будем обозначать через \hat{x} и назвал ее *средней по справедливости*. Объяснения он не привел, но его \hat{x} соответствовало формуле

$$\hat{x} = \frac{p_1x_1 + p_2x_2 + \dots + p_nx_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n}, \quad (3.1)$$

т. е. обобщенному среднему арифметическому с весами p_i . Самое интересное здесь, однако, то, что его латинская фраза встретилась у Цицерона и дополнительно означала *a ne в соответствии с буквой закона* (Шейнин 1993b, с. 184 – 187; 2008, с. 195), иначе говоря: не равнялась обычному среднему арифметическому.

Одним из первых обобщенное среднее арифметическое (3.1) начал применять английский астроном Шорт (1763), однако их введение требует субъективного назначения весов и, как нетрудно заметить, лишь подправляет \bar{x} , причем поправка тем меньше, чем асимметрия распределения ошибок наблюдений слабее.

Ламберт (1760, § 303) ввел иную оценку для одновершинных и примерно симметричных плотностей распределения $\varphi(\hat{x} - x)$, где \hat{x} – неизвестная вершина (мода). Его условие можно записать в виде

$$\varphi(\hat{x} - x_1) \varphi(\hat{x} - x_2) \dots \varphi(\hat{x} - x_n) = \max, \quad (3.2)$$

который соответствует нынешнему принципу наибольшего правдоподобия.

Фурье (1826) отождествил истинное значение неизвестной константы с пределом \bar{x} при $n \rightarrow \infty$. На это определение никто не сослался, но многие авторы вводили его независимо ни от Фурье, ни друг от друга. Одним из них был Мизес (1919, с. 40 и 46), чье знаменитое частотное определение вероятности события было эвристически схожим.

3.1.2. Оценка точности окончательного значения. В наши дни для этой цели применяется дисперсия, которая еще не была известна в XVIII в. Впервые оценивать точность (относительную) начал Симпсон (1756; 1757). Вначале он рассмотрел дискретные равномерное и треугольное распределения, вычислил погрешность среднего арифметического и заключил, чересчур общо, что оно всегда [стохастически] предпочтительнее одного-единственного наблюдения. Затем, в 1757 г., он дополнительно исследовал непрерывное треугольное распределение. Лагранж (1776) изучил погрешность среднего для некоторых других, чисто теоретических распределений; как и Симпсон, он применил производящие функции, но приспособил их и к непрерывным распределениям и получил и некоторые другие результаты общематематического значения.

3.2. Уравнивание косвенных наблюдений. Даны наблюдения l_1, l_2, \dots, l_n линейных и физически независимых функций

$$a_i x + b_i y + c_i z + \dots + l_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.3)$$

(понятие о линейной зависимости было введено гораздо позже) с m неизвестными ($m < n$), коэффициенты которых заданы соответствующей теорией. Требуется выбрать окончательные значения для этих неизвестных и оценить надежность полученных результатов.

Уравнения считались линейными, потому что величины x, y, z, \dots были всегда примерно известны (хотя бы из предварительных прикидок), а классические примеры подобных уравнений предоставляла задача установления параметров земного эллипсоида [не большой и малой его полуосей a и b , но a и сжатия $e = (a - b)/a$].

Любое множество $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}, \dots)$, приводящее к разумно небольшим остаточным свободным членам системы (3.3), приходилось считать ее решением. Обозначим эти члены, перенесенные в правые части, через v_i , тогда при решении по принципу наименьших квадратов

$$v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2 = \min. \quad (3.4)$$

Другим возможным ограничением было

$$|v_{\max}| = \quad (3.5)$$

В обоих случаях минимум должен был достигаться относительно всех возможных множеств $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}, \dots)$. Условие (3.4), но никак не (3.5), соответствует оптимальному в некотором смысле решению. Но и условие *максимина* полезно: если даже оно приводит к недопустимым значениям величин v_i , то либо наблюдения были недостаточно точны, либо принятая теория следовало видоизменить или отбросить. Вот подходящее утверждение Кеплера (1609/1992, с. 286):

Благость Божья соизволила дать нам в лице Тихо столь прилежного наблюдателя, наблюдения которого указывают на ошибку в 8' в этом вычислении по Птолемею.[...]. Поскольку ими нельзя пренебречь, уже одни эти восемь минут указали путь к преобразованию всей астрономии и доставили материал для большей части данной работы.

Вычисления Кеплера привели к недопустимому расхождению в 8' между наблюдениями Тихо и птолемеевой системой мира. И мы полагаем, что Кеплер пытался применить условие (3.5), действуя по необходимости (как и Эйлер) на ощупь, а его уравнения наверняка были не только не линейными, но даже не алгебраическими, так что их, видимо, приходилось линеализировать. Алгоритм для применения условия (3.5) вывел Лаплас.

В случае двух неизвестных один из наиболее ранних методов решения систем (3.3) состоял в решении всех ее подсистем из двух уравнений каждая и вычисления для каждого неизвестного среднего из полученных частных значений. В XIX в. было доказано, что этот метод, если только подходяще взвешивать подсистемы (чего никогда не делалось), равносильен принципу наименьших квадратов. Этот метод позволял также качественно оценивать влияние ошибок наблюдений, и интересно, что он применялся и для уравнивания прямых наблюдений: среднее арифметическое вычислялось не непосредственно из наблюдений, а из частных средних, образуемых аналогично сказанному выше (Бошкович; см. Шейнин 2005, § 6.3.2).

Мауер (1750) заметил, что метод попарных сочетаний слишком громоздок для его случая трех неизвестных. Свою систему из 27 уравнений он разделил на три группы по 9 уравнений каждая, решил эти группы при условии

$$\sum_i v_i = 0, \quad (3.6)$$

в котором индекс i распространялся на девять соответствующих значений, и принял для неизвестных осредненные значения. Условия (3.6) не могло быть достаточно, и Майер вычислил частные решения приближенно.

Свои группы он подбирал целенаправленно: в одной из них коэффициенты при интересующем его в основном неизвестном были наибольшими положительными, в другой – наибольшими отрицательными. Возможно (§ 3.5.1), что он в какой-то степени следовал за Эйлером.

Подчеркнем, наконец, что длительное время уравнивание наблюдений считалось вредным (также и Эйлером, см. § 3.5.1). Даже в конце XVIII в. Лаплас и Лежандр отказались уравнивать звено триангуляции, проложенное между двумя базисами (Шейнин 1993а, с. 50). Видимо побоявшись распространения крупных ошибок, они вычислили каждую половину звена от ближайшего к ней базиса (и должны были уравнивать лишь одну сторону треугольника, общую для обеих половин). Много позже Лаплас (прим. 1819, с. 590 – 591) обосновал прежний отказ от уравнивания отсутствием в то время МНКв. Это несколько странно, потому что бояться следовало и систематических ошибок, а кроме того ни его самого, ни его коллег видимо не убедило уравнивание прямых наблюдений (§ 3.1.2).

3.3. Даниил Бернулли (прямые наблюдения). Впервые его рукопись (1769) описал Иоганн Ш Бернулли в 1785 г., вся же она была недавно опубликована в переводе на английский язык с комментарием Стиглера, который мы обсуждать не будем, но заметим, что не можем согласиться с его рассуждениями (а потому и с его выводами).

Даниил Бернулли принял “полуэллипс” или полуокружность в качестве плотности распределения ошибок наблюдений, а оценкой \hat{x} неизвестной константы назвал обобщенное среднее арифметическое с весами

$$p_i = r^2 - (\hat{x} - x_i)^2, \quad (3.7)$$

где r – радиус указанной полуокружности, равный субъективно назначаемой наибольшей возможной ошибке наблюдения x_i . Для вычисления требовались последовательные приближения, которые естественно было бы начинать с \bar{x} .

Позднее Бернулли (1778а) опубликовал мемуар на ту же тему, который комментировал Эйлер (1778а). В нем Бернулли резко возражал против выбора среднего арифметического, равносильного, как он утверждал, стрельбе вслепую. Взамен он предложил оценку наибольшего правдоподобия, выбрав в качестве плотности полуокружность того же радиуса r , что и ранее, либо, для облегчения вычислений, дугу соответствующей параболы:

$$\varphi(x) = \sqrt{r^2 - (\hat{x} - x)^2} \quad \text{или} \quad \varphi(x) = r^2 - (\hat{x} - x)^2.$$

Он не мог знать, что при изменении плотности изменяется и дисперсия оценки, и он не указал, что его рекомендация приводила к обобщенному среднему арифметическому с весами

$$p_i = \frac{1}{r^2 - (\hat{x} - x_i)^2}, \quad (3.8)$$

обратными ранее предположенным им же (3.7) и притом возрастающими к краям вариационного ряда. Это эвристически противоречило его высказываниям о стрельбе вслепую (см. выше).

Астрономы того времени отвергли бы подобные веса, но, видимо, не заметили их молчаливого введения. Лишь сравнительно недавно было установлено, что веса, ведущие себя таким образом, действительно целесообразны при некоторых распределениях (Сархан и Гринберг 1962).

Не вычисляя своей оценки последовательными приближениями в соответствии с отсутствовавшей у него формулой (3.8), Бернулли пришлось для этой цели выводить невысказанное уже в случае трех наблюдений уравнение пятой степени.

3.4. Эйлер: уравнивание прямых наблюдений

3.4.1. Комментарий (1788) к мемуару Лагранжа (1776).

Подан он был в 1777 г. (Гнеденко 1958, с. 199), т. е. достаточно быстро. Эйлер не упоминал общематематических результатов Лагранжа и вообще не сообщил ничего существенного, и мы указываем его комментарий лишь для полноты изложения. Возможно, что его подтолкнул Лагранж (1775), который попросил Эйлера высказаться по поводу своего в то время еще не опубликованного мемуара.

3.4.2. Комментарий (1778а) к мемуару Бернулли (1778а).

Эйлер возразил против принципа наибольшего правдоподобия. Он заявил, что (непонятно почему) результат уравнивания почти не должен зависеть от того, будет ли некоторое уклоняющееся наблюдение отброшено или нет, тогда как значение левой части уравнения (3.2), т. е. *функции правдоподобия*, напротив, сильно зависит от этого. Позднее, в 1839 г., Гаусс (*Werke*, т. 8, 1900, с. 146 – 147; Шейнин 2007, с. 83) указал причину (но были и другие), по которой он отказался от своего первого обоснования принципа наименьших квадратов:

Если f_a обозначает вероятность значения a для неизвестного x , то менее важно привести к максимуму f_a , нежели к минимуму интеграл $\int f_x F(x - a) dx$, распространенный на все возможные значения x , в котором за F берется функция всегда положительная и подходящим образом неизменно возрастающая при возрастании аргумента.

Затем Эйлер внес собственное предложение. Он обозначил наблюдения через

$$\Pi + a, \Pi + b, \Pi + c, \dots, a + b + c + \dots = 0 \quad (3.9)$$

и продолжал: в соответствии с “неоспоримыми наставлениями искусства предположений” следует принять обобщенное среднее (3.1) с весами (3.7). Возможно из-за своей слепоты, поразившей его в 1771 г., он ошибочно принял, что Бернулли именно их и рекомендовал. Далее, Эйлер заметил, что его рекомендация следует также из условия

$$[r^2 - (\hat{x} - a)^2]^2 + [r^2 - (\hat{x} - b)^2]^2 + [r^2 - (\hat{x} - c)^2]^2 + \dots = \max, \quad (3.10)$$

квадратные скобки в котором совпадают с соответствующими весами (3.7). Их Эйлер назвал “степенями доброкачественности” [наблюдений].

Разности $(\hat{x} - a)$, $(\hat{x} - b)$, $(\hat{x} - c)$, ... примерно равны погрешностям соответствующих наблюдений, их четвертыми степенями можно пренебречь, так что условие (3.10) переходит в

$$(\hat{x} - a)^2 + (\hat{x} - b)^2 + (\hat{x} - c)^2 + \dots = \min,$$

т. е., ввиду ограничений в формуле (3.8), в обычное среднее арифметическое.

Условие (3.10) эвристически напоминает принцип наименьших квадратов (который в случае одного неизвестного как раз сводится к обычному среднему арифметическому). Опять же, оно схоже с гауссовым принципом наибольшего веса [наименьшей дисперсии]. Оговоримся: коль скоро, в соответствии с нереальной предпосылкой Бернулли и Эйлера, закон распределения ошибок известен, иные оценки могут оказаться предпочтительней среднего арифметического, см. снова Сархан и Гринберг (1962).

В качестве примера Эйлер (§ 18) уравнивал наблюдения, из которых Лексель незадолго до того определял параллакс Солнца. Заметим, во-первых, что принятый в то время, но впоследствии оставленный метод наблюдений, см. название мемуара Шорт (1763), не был надежен (§ 3.5.3), потому Шорт и не удовлетворился обычным средним арифметическим. Во-вторых, по просьбе Петербургской академии наук Эйлер и обработал соответствующие наблюдения Лекселя и других астрономов (Субботин 1958, с. 278 – 279), см. тот же пункт.

Бернулли (1778b) вполне правильно предсказал, что Эйлер, “этот великий аналит”, будет рассматривать “вопрос совсем с иной стороны” чем он сам. И вообще-то представляется, что Эйлер и занялся этим по просьбе Академии. Ни Бернулли, ни Эйлер не упомянули Ламберта, который впервые ввел принцип наибольшего правдоподобия (п. 3.1.1), хотя оба они и обсуждали другие темы из того же сочинения последнего (1760) в своей переписке с ним (Ворп 1924, с. 15 – 17; Radelet-De Grave и др. 1979, с. 73 – 74).

3.5. Эйлер: уравнивание косвенных наблюдений. При изучении весьма важных астрономических проблем Эйлеру (1749b; 1755a; 1770b) пришлось уравнивать косвенные наблюдения, в том числе для проверки теоретических предположений. По меньшей мере в первых двух случаях его задача была поэтому труднее, чем описанная в п. 3.2, в которой соответствующая теория считалась верной.

По поводу первого исследования Wilson (1980 с. 262 прим.) заметил, что Эйлер

Был поставлен в тупик фактом, что для некоторых переменных [неизвестных] уравнения приводили к безумно различающимся значениям, так что средние [т. е. значения, выведенные в соответствии с тем или иным правилом] казались бессмысленными.

Менее сильно это можно было бы сказать и по поводу второго мемуара.

Эйлеру не удалось пояснить неравенства в движении двух изучаемых им планет, Юпитера и Сатурна: он учитывал члены второго порядка малости относительно их эксцентриситетов, тогда как Лаплас (Субботин 1958, с. 375) выяснил, что следовало принять во внимание и следующий порядок.

Теоретические трудности были очевидны: Эйлер (1749b, с. 132 и 139) пришел к отрицанию точности закона всемирного тяготения. Затем, он (1755a, с. 316) указал, что не стремился к точному установлению фигуры Земли, поскольку сомневался, что ее можно считать совершенным эллиптическим сфероидом; более подробно он сообщил о своих сомнениях в письме (1755b).

3.5.1. Эйлер (1749b). Он собрал 21 наблюдений (уравнений) с восемью неизвестными и попытался установить для них соответствующую модель. Начав с пяти уравнений, он образовал суммы, разности и линейные функции некоторых из них и отбросил полученные при этом члены с небольшими коэффициентами. Затем он повторил ту же операцию с другими пятью уравнениями и т. д. На с. 136 – 138 он выбрал разумные значения некоторых неизвестных под условием равенства абсолютных значений наибольшего и наименьшего остаточных свободных членов; позднее Лаплас (1789, с. 496) доказал, что при этом решение должно было соответствовать принципу максимина (§ 3.2), и Эйлер, видимо, представлял себе это. Так же Эйлер (1778b, §§ 13 и 15) поступил, когда попытался добиться наименьшего максимального искажения длины дуги параллели на карте России. Наконец, Эйлер (с. 135) заявил, что сочетание уравнений может привести к “умножению” погрешностей наблюдений (ср. п. 3.2) и вычислений и по поводу последних он был прав.

По мнению Уилсона (1980 с. 262) два принципа Эйлера (1749b, с. 131 и 136) “великолепно” применил Майер (1750): каждое неизвестное следует определять из того уравнения, в

котором коэффициент при нем максимален по абсолютному значению; и каждое уравнение (число которых превышает число неизвестных) должно удовлетворяться приближенно, а не точно. Впрочем, первый принцип нельзя использовать при строгом уравнивании, второй же очевиден и его фактически применял Бошкович. Вместе с тем, Майер (1753; 1754) сообщил, что мемуар Эйлер (1749b) значительно облегчил его работу; неясно, однако, относилось ли это также к обработке наблюдений.

3.5.2. Эйлер (1755a). Он обрабатывал уравнения, соответствующие четырем градусным измерениям, так же, как и раньше. Получив уравнение с тремя неизвестными (поправками к соответствующим градусным измерениям; одно из уравнений он с самого начала вычел из каждого из остальных) вида

$$ax + by + cz = w, \quad a, c < 0, \quad b > 0, \quad w > 0,$$

он разумно предположил, что x и z были отрицательными, а y – положительным. Затем он произвольно назначил значения этих величин в соответствии с известным низким качеством одного из градусных измерений (во Франции).

Обратившись к двум из трех оставшихся уравнений, Эйлер учел назначенные им значения неизвестных и вычислил параметры земного эллипсоида вращения. Странно, что вначале он не вычислил приближенных значений неизвестных и потому должен был иметь дело с большими числами. Кроме того, он мог бы уравнивать три градусных измерения, после чего оценить погрешность французской дуги.

3.5.3. Эйлер (1770b). В соответствии с названием своего мемуара, он решал две задачи, – определял параллакс Солнца и элементы движения Луны, а также уточнял долготы пунктов наблюдений 1769 г., произведенных во многих местах (в основном – в России). Он “указал наиболее удобный путь для вычисления коэффициентов условных уравнений, дающих поправки к [приближенно известным] параллаксу Солнца и элементам движения Луны” (Субботин 1958, с. 279).

Впрочем, его метод уравнивания этих уравнений никто до сих пор не рассматривал. Глубокий анализ потребовал бы серьезного изучения точности астрономических наблюдений, что частично выполнил van Helden (1995), но во всяком случае Эйлер не исследовал уравнивания косвенных наблюдений в общем виде, подобно тому, как это в 1757 г. сделал при уравнивании градусных измерений Бошкович (Шейнин 2005, п. 6.3.2), правда, лишь качественно. Вот наши замечания.

а) Эйлер (с. 189/с. 402 первоначального издания) составил 6 уравнений с четырьмя неизвестными, коэффициенты при одном из которых (например, в первом уравнении) были равны – 1. Вычитая каждое из остальных уравнений из первого и при этом молчаливо и намного увеличивая его вес, он исключил это неизвестное. Затем он повторил ту же операцию с другим уравнением, возвращаясь к первоначальным (с. 189/401), –

короче, поступал вопреки любым жестким правилам, – и вывел 5 уравнений с двумя неизвестными. Из их возможных 10 попарных сочетаний он выбрал 4 *лучших* и вычислил по ним средние значения обоих неизвестных (см. § 3.2).

б) Эйлер (с. 207/475) получил 7 уравнений с тремя неизвестными и молчаливо посчитал их равноточными. Тем не менее, лишь первое из них соответствовало наблюдению прохождения Венеры по диску Солнца при *внешнем контакте*, остальные же, как было известно каждому наблюдателю, оказывались менее точными (van Helden 1995, с. 160 – 161).

с) По наблюдениям на одном пункте, Эйлер (с. 218/517) собрал 4 уравнения с двумя неизвестными, не отделяемыми друг от друга (ошибки долготы и собственно наблюдения, которые мы обозначим буквами x и y). Не вычисляя четырех значений их суммы, он заметил, что $x = 4^s$ соответствовало наилучшей *согласованности*, т. е. приводило к небольшим значениям y . Вычисленные значения x и y оказались таким образом разумными, но объяснение было всё же недостаточным.

Мы полагаем, что содержание п. 3.5 в достаточной мере описывает отношение Эйлера к уравниванию косвенных наблюдений.

4. Статистика населения

4.1. Общие сведения. В 1662 г. Дж. Граунт положил начало статистике населения и медицинской статистике и составил первую таблицу смертности. В 1694 г. Э. Галлей составил первую более или менее надежную таблицу смертности, а в 1741 г. появилось первое издание *Божественного порядка* Зюссмильха. Справившись с почти непреодолимыми препятствиями (Эйлер 1767а, с. 98), он собрал значительный статистический материал и попытался выявить Божественный промысел в движении населения. Обработал он эти данные весьма скверно, но проложил путь Кетле, а его таблицы смертности оставались в ходу до начала XIX в., см. Birg (1986); мы упоминаем его и ниже в связи с Эйлером.

Ламберт (1772) изучал детскую смертность от оспы и количество детей в семьях (Шейнин 1971). Даниил Бернулли (Шейнин 1972b) исследовал соотношение мужских и женских рождений (тема, изучение которой начал Арбутнот в 1712 г. и которая в 1713 г. привела Николая Бернулли к неявному введению нормального распределения, а Муавра в 1733 г. – к предельной теореме *Муавра – Лапласа*), вычислил среднюю продолжительность женитьб (1768b) и установил пользу вариоляции оспы (1766). До введения оспопрививания по Дженнеру эта прививка была единственной, хоть и небезопасной, профилактической мерой против оспы. Исходя из не вполне надежных предпосылок об эпидемиях оспы, Бернулли подсчитал, что вариоляция удлиняет средний срок жизни более, чем на два года.

В письме Даниилу Бернулли Эйлер (1768) весьма положительно оценил мемуар Бернулли о продолжительности же-

нитьб. Он, правда, не сослался на него (см. ниже § 5.3), быть может потому, что Бернулли не изучил специально прекращения женитьб ввиду смерти супруга.

Эйлер исследовал возрастание населения и его движение. Он (Паевский 1935, с. 103) “подвел [...] математический фундамент под [...] ряд основных понятий демографии” и сформулировал “основные принципы, на которых должно строиться [...] страхование жизни во всех его видах”.

4.2. Эйлер (1761). Возрастание населения. Мы здесь обсуждаем сочинение Эйлера, опубликованное в его *Трудах* (*Opera Omnia*) и составляющее основную часть восьмой главы книги Зюссмильха (1761 – 1762). Впервые книга появилась, как было уже упомянуто в § 4.1, в 1741 г., Эйлер же участвовал в подготовке ее этого, расширенного второго издания.

Зюссмильх наверняка сам написал текст восьмой главы. Так, в § 149 личное местоимение я (*ich*), как и вообще во всей книге, относится к нему, а *г-н профессор Эйлер* упомянут в §§ 152, 156 и дважды в § 160 в связи со вставленными таблицами. Кроме того, Du Pasquier, редактор соответствующего тома *Трудов* Эйлера, подметил и другие ссылки на Эйлера, в основном из аннотированного автором *Содержания* гл. 8. И следует заметить, что Эйлер был “высокопочтимым другом” Зюссмильха (§ 152) и, стало быть, видимо также полностью поддерживал Божественную заповедь (Бытие 1:28) “Плодитесь и размножайтесь и наполняйте землю и обладайте ею...” и также осуждал войны (Зюссмильх, § 155 и во многих других местах) и считал, что благосостояние бедных было в собственных интересах богатых.

Зюссмильх изучал возрастание населения Германии и пытался оценить возрастание численности человечества в течение первых столетий после Адама и Евы, Эйлер же, во-первых, составил таблицу значений периода n удвоения населения N по числу годичных рождений a и смертей b ($a > b$). Соответствующая формула имела вид

$$\left(1 + \frac{a-b}{N}\right)^n = 2.$$

Четыре элементарных примера статистических вычислений Эйлер (1748, гл. 6) привел много раньше, и неудивительно, что Зюссмильх (§ 160) указал, что одну из своих таблиц тот составил за несколько лет до 1761 г., см. также ниже.

Эйлер (§ 159) составил и таблицу возрастания населения в течение 900 лет после Адама и Евы, предположив, что период удвоения населения постепенно возрастал с 10 до 50 лет. Затем он (§ 160) составил третью таблицу, снова начав ее от Адама и Евы, назначив им обоим возраст в 20 лет и приняв произвольные и упрощенные предпосылки. Он посчитал, что дети каждой супружеской пары женятся в возрасте 20 лет, что от каждой пары в возрастах 22, 24 и 26 лет рождаются разнополые близнецы и что каждый умирает в 40 лет. При этих

предпосылках после 300 лет население должно было бы достигнуть четырех миллионов; впрочем, Эйлер не округлял полученных им чисел и в данном случае оставил число 3 993 954.

В § 161 Эйлер (вряд ли Зюссмильх) указал, что каждые 24 года число живущих примерно утраивается; точнее, этот параметр убывал от 3.25 (в годы 24 – 48) до 3.04 (годы 264 – 288). Du Pasquier заметил неприятные ошибки во всех трех таблицах, которые, правда, реального значения не имели. Таблицу, подобную последней, Эйлер (1923b) составил еще раньше (в период 1750 – 1755 гг.). Он исходил из двух схем движения населения, таблицы же соответствовали одной из них.

Гумбель (1917) доказал, что числа рождений, смертей и живущих, указанные в третьей таблице, стремились к геометрической прогрессии со знаменателем 1.0961 и что при определенных условиях геометрическая прогрессия в качестве закона возрастания населения предлагалась начиная с 1600 г. (но только не Граунтом). Мальтус (1798, гл. 1) также воспользовался ей, но не сослался ни на кого. По поводу геометрических прогрессий см. § 4.3.

4.3. Эйлер (1767а). Движение населения. Это – основное сочинение Эйлера по статистике населения; ее частичный перевод (см. Библиографию) малоудовлетворителен: приведенные в нем выходные данные мемуара Эйлера ошибочны, переведенные параграфы сокращены без каких-либо указаний на это, и терминология изменена; так, в § 5 *вероятно в живых* стало *ожидается в живых*.

Эйлер ограничился рассмотрением изолированного однополого населения, хоть и заметил (с. 85), что смертность мужчин и женщин различна; первую отдельную таблицу смертности для каждого пола составил в 1740 г. Стрюик (Du Pasquier, там же, редакционное примечание на с. 98).

На с. 83 Эйлер по существу ввел вероятную продолжительность жизни (и соответствующую *жизненную силу*), которая впервые появилась в 1669 г. в переписке Гюйгенса, опубликованной в 1895 г. (Шейнин 1977, с. 248).

Эйлер предполагал, что и смертность, и возрастание населения постоянны (с. 89) и независимы друг от друга, а количества смертей и рождений пропорциональны населению (с. 88), что и означало, что население возрастало в геометрической пропорции, а возрастная структура населения постоянна.

Исходя из результатов предшествовавших авторов (также и из своего собственного соавторства) Лотка (1925, с. 110) указал, что эта структура изменяется лишь “в несколько ограниченных пределах”, и, более того, что ее незаконосообразности стремятся быстро сгладиться. Он (с. 112 прим.) положительно отозвался о попытке Эйлера (1761) доказать, что и рождаемость стремится возрастать в геометрической прогрессии.

Вот основные задачи, которые Эйлер решил в рассматриваемом мемуаре; относительно страхования жизни см., однако, § 5.2.

1. Определить число людей одного и того же возраста, вероятно остающихся в живых после n лет (§ 5). Пусть из N новорожденных в живых после m лет осталось $M = \{m\}n$, где $\{m\}$ – соответствующая вероятность. Тогда еще через n лет в живых останется $[\{m+n\}/\{m\}]M$.

2. Определить вероятность, что человек в возрасте m лет достигнет возраста n , но умрет в следующем году (§ 5). Здесь

$$M_n = \{n\}N, M_{n+1} = \{n+1\}N, [(M_n/M_m) - (M_{n+1}/M_m)] = [\{n\} - \{n+1\}]/\{m\}.$$

Аналогично, смерть в течение $[n, n+v]$ лет будет иметь вероятность

$$[\{n\} - \{n+v\}]/\{m\}.$$

3. Найти количество населения M , остающегося в живых после ста лет из числа рожденных в течение этого времени (§§ 17 – 18). Пусть число новорожденных было N и $n^i N$ родилось в году i . Тогда

$$M = n^{100}N \left[1 + \frac{\{1\}}{n} + \frac{\{2\}}{n^2} + \dots\right]. \quad (4.1)$$

4. По заданному n установить возрастную структуру населения (§ 20). Очевидно, что из M живущих в возрасте i лет будет $[\{i\}/n^i]N$.

5. Найти ежегодное число смертей (§ 21). Количество живущих M включает N новорожденных; через год в живых останется $nM - nN$, а количество смертей будет равно

$$D = (1 - n)M + nN. \quad (4.2)$$

6. По данному числу рождений и смертей определить общее число живущих (§ 22). Выведя M по формуле (4.2) и подставив эту величину в формулу (4.1), Эйлер получил

$$\frac{N - D}{N(n-1)} = \frac{\{1\}}{n} + \frac{\{2\}}{n^2} + \dots,$$

где N очевидно было равно количеству новорожденных в текущем году, “откуда n [а затем и M] могут быть вычислены”, – но как?

7. Установить возрастную структуру умирающих (§ 24). В возрасте i имеется $[\{i\}/n^i]N$ живущих (задача № 4), в следующем году их будет $[\{i\}/n^{i-1}]N$ и количество умерших в возрастной группе $[i, i+1]$ окажется равным

$$\frac{\{i\} - \{i+1\}}{n^i} N.$$

8. Составить таблицу живущих по данным M , N и D и количеству ежегодных смертей в каждом возрасте (§ 26). Здесь $\{i\}$ неизвестно, а n определяется по формуле (4.2). Пусть D_i – число смертей в возрастной группе $[i, i + 1]$, тогда

$$\{i\} = 1 - \frac{D_0 + nD_1 + \dots + n^{i-1}D_{i-1}}{N}.$$

5. Страхование жизни

5.1. Общие сведения. Страхование жизни известно в двух вариантах, – либо страховщик выплачивает страхователю или его наследникам обусловленную сумму при наступлении некоторого, опять же обусловленного события, связанного с человеческой жизнью, либо последний получает пожизненную ренту. Подобные ренты были известны в Европе с XIII в., но затем были запрещены примерно на сто лет вплоть до их официального признания в папской булле 1423 г. (Du Pasquier 1910, с. 484 – 485). Возраст рента, если и принимался во внимание, то лишь грубо, и это положение начало изменяться только в конце XVII в. Кроме того, до второй половины XIX в. более или менее честное страхование, основанное на статистике смертности, вряд ли вытеснило грубый обман.

Пионерами страхования жизни были Ян де Витт, который в 1671 г. попытался установить стоимость пожизненных рент; Галлей, который в 1694 г. на основании своей таблицы смертности успешно исследовал наиболее важные задачи, связанные с рентами; Муавр и Симпсон, которые существенно продвинули страховую математику. Муавр исходил из данных Галлея и предложил равномерный закон смертности для возрастов, начинающихся с 12 лет; см. об этих ранних работах Шейнин (1977) и Хальд (1990).

Эйлер четко изложил теоретические основы страховой математики (Du Pasquier 1909, с. 218), и его формулы еще в то время (в 1909 г.), а быть может и позже, были в обиходе (там же, с. 241). Его заслуги в этой области поэтому несомненны. В свою очередь, Sofonea (1957) заметил, что Эйлер сильно воздействовал на страховое дело. Его подход к основным проблемам страхования жизни стал классическим; его формулы были общи и изящны; его приемы, облегчавшие вычисления, были одобрены. Он же утверждал (с. 88*), что Эйлер обратил внимание общественности на страхование жизни и что (с. 103*), хоть новый вид тонтин, предложенный Эйлером (§ 5.6.3), стал общеизвестен, население воздерживалось от участия в них и оставалось настроенным против иных видов ренты, поскольку относилось к страхованию как к азартным играм.

Уместно заметить, что Лаплас заявил, что (1812, с. 454) правительство должно поощрять “учреждения, основанные на вероятностях жизни”, которые благоприятны для морали и поощряют лучшие наклонности природы и что (1814/1999, с. 854 правый столбец) “можно рассматривать свободный народ как большую ассоциацию, члены которой взаимно поручились за свое имущество”.

Заметим, что Эйлер всегда предполагал, что исходит из достаточно обширных данных; предупредил читателей, что вероятностные рассуждения не полностью исключают риск и, соответственно, обратил внимание на меры, обеспечивающие сохранение фондов; привел большое число примеров и составил много полезных таблиц, в которых (как уже было сказано о других таблицах в п. 4.2) Du Pasquier обнаружил несущественные ошибки.

5.2. Эйлер (1767b). Покупка пожизненных рент. Эйлер решил те же две задачи, что и в другом мемуаре (1767a), но вначале он предупредил читателей, что рантье следует считать *более крепкими*, чем общее население, и заметил, что продавец ренты может исходить из вероятной продолжительности их жизни (которую он назвал средней), – что, конечно же, не подходило для отдельных случаев.

Пусть среди тысячи новорожденных лишь (i) достигают возраста i . Тогда, если человеку в возрасте m нужно уплатить x_m для покупки ренты с годичной выплатой r , то при проценте на капитал, равном λ

$$x_m = \frac{r}{(m)} \left[\frac{(m+1)}{\lambda} + \frac{(m+2)}{\lambda^2} + \dots \right]. \quad (5.1)$$

Продавец же получит от всех вместе $(m)x$.

Затем Эйлер составил уравнение в конечных разностях

$$\frac{x_m}{r} = \frac{1}{\lambda} \frac{(m+1)}{(m)} \left[1 + \frac{x_{m+1}}{r} \right]$$

и предложил подсчитывать x_m начиная с $m = 90$.

Его вторая задача отличалась от первой лишь тем, что годичные выплаты начинались только после n лет. Соответственно, он изменил формулу (5.1), так что первое слагаемое в ее сумме стало равным $(m+n)/\lambda^n$.

5.3. Эйлер (1770a). Муж обеспечивает жене ренту на случай своей смерти. Муж в возрасте m лет уплачивает во вдовью кассу сумму a и кроме того ежегодно платит b . В случае его смерти касса будет ежегодно выплачивать вдове, возраст которой в данный момент n , некоторую сумму p .

Пусть

$$N = \frac{1}{(n)} \left[\frac{(n+1)}{\lambda} + \frac{(n+2)}{\lambda^2} + \dots \right],$$

$$M = \frac{1}{(m)(n)} \left[\frac{(m+1)(n+1)}{\lambda} + \frac{(m+2)(n+2)}{\lambda^2} + \dots \right],$$

где λ – процент на капитал, а (m) и (n) – количества мужчин и женщин в возрасте m и n соответственно, оставшихся в живых из очень большого числа новорожденных. Тогда, как показал Эйлер,

$$p = \frac{a + bM}{N - M}.$$

5.4. Эйлер (1785а). Супруги обеспечивают фонд для детей. Возраст мужа – a лет, жены – b лет. Сколько денег x они должны внести в фонд сразу же, и сколько кроме того уплачивать ежегодно (z), чтобы после их смерти дети получили 1000 рублей?

Пусть величины вида (a) обозначают количества $(a)N$ лиц, оставшихся в живых в возрасте a из N новорожденных и

$$P = \frac{(a+1)}{\lambda} + \frac{(a+2)}{\lambda^2} + \dots + \frac{(95)}{\lambda^{95-a}}, Q = \frac{(b+1)}{\lambda} + \frac{(b+2)}{\lambda^2} + \dots + \frac{(95)}{\lambda^{95-b}},$$

$$R = \frac{(a+1)(b+1)}{\lambda} + \frac{(a+2)(b+2)}{\lambda^2} + \dots$$

Тогда

$$x + z \left[\frac{P}{(a)} + \frac{Q}{(b)} - \frac{R}{(a)(b)} \right] = 1000 \left[1 + \frac{(1-\lambda)P}{(a)} + \frac{(1-\lambda)Q}{(b)} - \frac{(1-\lambda)R}{(a)(b)} \right].$$

Эйлер рассмотрел два особых случая, именно $z = 0$ и $z = x$ и заметил, что если величины (a) недостаточно хорошо известны, особенно при больших значениях a , их следует заменить средними; так, $(95) + (94) + \dots + (91) = 5(93)$.

5.5. Эйлер (1923с). Тонтины. Тонтинами называли группу рантье примерно одного и того же возраста, которую предприниматель (обычно государство) считало единым субъектом права. Тонтина распределяла ежегодную ренту среди своих оставшихся в живых членов, так что долгожителям доставались весьма значительные суммы. Об истории тонтин см. Du Pasquier (1910); сам термин произошел от имени итальянского банкира Лоренцо Тонти (1630 – 1695).

Эйлер рекомендовал тонтину, устанавливаемую городскими властями и состоящую из (m) членов в одном и том же возрасте m , каждый из которых уплатил бы вперед 100 экю; обозна-

чение (m) здесь то же, что и в § 5.4. Он ввел два особых условия. Первое, город сразу же тратит 20% собранной суммы; второе, чтобы тонтина оказалась привлекательной для тех, кто умрет раньше, он предусмотрел годовую ренту, убывающую в арифметической прогрессии до половины или трети первоначальной.

Пусть первая годовая выплата равна x , вторая $-x - z$, ..., последняя $-x - (n - 1)z$. Тогда

$$nx - [n(n - 1)/2]z = C,$$

что должно быть равно 80% собранных средств. Далее Эйлер ввел соотношение между первой и последней выплатами и вычислил x и z .

Но затем он без пояснения рассмотрел выплаты, возрастающие в геометрической прогрессии: в возрасте m рантье получает $[m]$, затем $v[m]$, $v^2[m]$, ... и вывел соответствующие формулы (которые доказали, что подобной прогрессии не существует).

Для случая $\lambda v = 1$ при $1/\lambda$ (а не самом λ) равном проценту на капитал Эйлер вывел разностное уравнение

$$\frac{84(m)}{[m]} = (m + 1) + 84 \frac{(m + 1)}{[m + 1]}$$

и вычислил

$$[m] = \frac{84(m)}{(m + 1) + (m + 2) + \dots}$$

Подчеркнем, что описанное выше являлось лишь наброском.

5.6. Эйлер (1776а). Вдовья касса; погребальное братство; новый вид тонтин

5.6.1. Вдовья касса. Эйлер повторил свои прежние рассуждения (п. 5.3), а в письме того же года он (1776b) критиковал предложенную вдовью кассу. Так, он заявил, что требуемый взнос должен устанавливаться в соответствии с его вычислениями и приложил две таблицы из своего нового мемуара (1776а).

5.6.2. Погребальное братство. Эйлер рассмотрел подобное братство, учреждение которого уже обсуждалось некоторое время. Оно должно было состоять из 550 членов, каждый из которых вносил бы 2 рубля в случае смерти любого из них, чтобы семья умершего получила 1000 рублей, остаток же следовало расходовать на содержание братства. Впрочем, фактически Эйлер исходил не из 1000, а из 100 рублей.

Далее, взамен каждого умершего в братство тотчас же должны были принимать нового члена, и проблема состояла в том, чтобы уравнивать интересы членов-учредителей и новичков и предусмотреть возможность переменного числа членов и различия их возрастов. Иначе говоря, требовалось определить, каков при этих новых условиях должен быть вступительный взнос x для нового члена в возрасте a , и сколько он должен будет уплачивать ежегодно (z).

Обозначим через $(i)M$ число лиц в возрасте i , остающихся в живых из большого числа M и через λ – процент на капитал. При N таких новых членов в возрасте a только $[(a + 1)/(a)]N$ останется в живых через год, и касса должна будет уплатить семьям умерших $100N [(a) - (a + 1)]/(a)$. С другой стороны, за этот год новые члены заплатят

$$Nx + \frac{(a+1) Nz}{(a) \lambda}.$$

Таким образом, за время $[a; 95]$ братство получит от них

$$Nx + \frac{Nz}{(a)} \left[\frac{(a+1)}{\lambda} + \frac{(a+2)}{\lambda^2} + \dots \right] \quad (5.2)$$

и сможет уплатить их семьям

$$\frac{100N}{(a)} \left[(a) + \frac{(a+1)}{\lambda} + \frac{(a+2)}{\lambda^2} + \dots \right] - \left[(a+1) + \frac{(a+2)}{\lambda} + \frac{(a+3)}{\lambda^2} + \dots \right],$$

что должно равняться сумме (5.2).

В заключение Эйлер учитывает допущенное им неравенство возрастов членов братства.

5.6.3. Новый вид тонтинны. Эйлер заметил, что условия вступления в тонтину можно значительно упростить: и возраст ее членов, и их вступительные взносы (а потому и выплаты) могут быть различными, а сама тонтинна станет постоянным субъектом права (не прекратит своего существования, как это происходило при прежних условиях).

Признательность. Перевод публикуется с любезного разрешения Kendrick Press. Доктор Мартин Матмюллер, секретарь Эйлеровского архива (Базель), сообщил нам, что письма Эйлера (1767d; 1768), которые еще не были включены в *Opera Omnia*, сер. 4A, всё-таки были опубликованы, см. нашу Библиографию. Он также любезно прислал нам копии трех неопубликованных рукописей Эйлера. Профес-

сор Куртис Уилсон помог нам разыскать мемуар Эйлера (1770b) в тех же *Opera Omnia*.

Библиография

Л. Euler, Л. Эйлер

Сокращения

ОО= *Opera Omnia*

ОО, t. 6 = *Opera Omnia*, ser. 4a, t. 6. Basel, Birkhäuser, 1986

ОО, t. 7 = *Opera Omnia*, ser. 1, t. 7. Leipzig – Berlin, Teubner, 1923

- (1748, латин.), *Введение в анализ бесконечного*, т. 1. М. – Л., 1936.
- (1749a), *Rettung der Göttlichen Offenbarung gegen die Entwürfe der Freygeister*. ОО, ser. 3, t. 12. Zürich, Füssli, 1960, pp. 267 – 286.
- (1749b), *Recherches sur la question des inègalités du mouvement de Saturne et de Jupiter*. ОО, ser. 2, t. 25. Zürich, Füssli, 1960, pp. 45 – 157.
- (1749c), Письмо Фридриху II. ОО, t. 6, pp. 317 – 320.
- (1752), Письмо П. Л. М. Мопертюи. Там же, pp. 203 – 204.
- (1753), *Calcul de la probabilité dans le jeu de rencontre*. ОО, t. 7, pp. 11–25.
- (1755a), *Éléments de la trigonométrie sphéroïdique tirés de la méthode des plus grands et plus petits*. ОО, ser. 1, t. 27. Zürich, Birkhäuser, 1954, pp. 309 – 339.
- (1755b), Письмо Н. Л. Лакайлу. В книге Эйлер (1963, с. 141 – 144, русск. перевод; 144 – 146, франц.; 146 – 147, комментарии).
- (1761), *Von der Geschwindigkeit der Vermehrung und der Zeit der Verdoppelung*. ОО, t. 7, pp. 507 – 534. Часть гл. 8-й книги Зюссмильх (1761), текст которой написал Зюссмильх, вероятно при помощи Эйлера, который во всяком случае добавил три таблицы.
- (1766), *Sur l'avantage de banquier au jeu de Pharaon*. ОО, t. 7, pp. 57 – 78.
- (1767a), *Recherches générales sur le mortalité et la multiplication du genre humain*. ОО, t. 7, pp. 79 – 100. Частичный и недостаточно хороший перевод (1970): *General investigation into the mortality and multiplication of the human species*. В книге Smith & Keyfitz (1977, pp. 83 – 91).
- (1767b), *Sur les rentes viagères*. ОО, t. 7, pp. 101 – 112.
- (1767c), *Sur la probabilité des séquences dans la lotterie Génoise*. ОО, t. 7, pp. 113 – 152.
- (1767d), Письмо Даниилу Бернулли, июнь 1767 г. *Природа*, № 1, 1974, с. 61 – 62, только в русск. переводе. Публикация А. П. Юшкевича.
- (1768), Письмо Даниилу Бернулли, август или сентябрь 1768. Там же, № 5, 1982, с. 107 – 108, только в русск. переводе. Публикация А. П. Юшкевича.
- (прим. 1768), [Plan d'une loterie de 5 classes. Рукопись.]. ОО, t. 6, pp. 382 – 383.
- (1768 – 1772, франц.), *Письма о разных физических и философских материях, писанных к некоторой немецкой принцессе*. СПб, 2002.
- (1770a), *Des Herrn Eulers nöthige Berechnung zur Einrichtung einer Witwenkasse*. ОО, t. 7, pp. 153 – 161.
- (1770b), *Expositio methodorum, cum pro determinanda parallaxi solis ex observato transitu Veneris per solem, tum pro inveniendis longitudinibus locorum super terra, ex observationibus eclipsium solis, una cum calculis et conclusionibus inde deductis*. ОО, ser. 2, t. 30. Zürich, Füssli, 1964, pp. 153 – 231.
- (1771), *Solution d'une question très difficile dans le calcul des probabilités*. ОО, t. 7, pp. 162 – 179.
- (1776a), *Eclaircissements sur les établissements publics en faveur tant des veuves que des morts, avec la description d'une nouvelle espèce de Tontine aussi favorable au Public qu'utile a l'Etat*. ОО, t. 7, pp. 181 – 245.
- (1776b), Письмо Фридриху II. ОО, t. 6, pp. 393 – 395.

- (1778a), *Observationes in praecedentum dissertationem illustris Bernoulli*. *ОО*, t. 7, pp. 280 – 290. Перевод (1961): *Observations on the foregoing dissertation of [D.] Bernoulli [1778]*. *Biometrika*, vol 48, pp. 1 – 18 (совместно с переводом мемуара Д. Бернулли 1778 г.). Перепечатка: Pearson & Kendall (1970, pp. 155 – 172). Русск. перевод: Шейнин (2006, с. 232–267).
- (1778b, латин.), О географической проекции Делиля, примененной на генеральной карте Российской Империи. В книге Эйлер (1959, с. 63 – 72).
- (1785a), *Solutio quaestionis ad calculum probabilitatis pertinentis: Quantum duo persolvere debeant, ut suis haeredibus post utrumque mortem certa argenti summa persolvatur*. *ОО*, t. 7, pp. 393 – 407.
- (1785b), *Solutio quarundam quaestionum difficiliorum in calculo probabilitatis*. *ОО*, t. 7, pp. 408 – 424.
- (1788), *Eclaircissement sur le mémoire de Mr. De La Grange [Lagrange 1776] concernant la méthode de prendre le milieu entre les résultats de plusieurs observations*. *ОО*, t. 7, pp. 425 – 434.
- (1862a), *Vera aestimatio sortis in ludis*. *ОО*, t. 7, pp. 458 – 465.
- (1862b; зачитано 1763), *Réflexions sur une espèce singulière de lotterie nommée Génoise*. *ОО*, t. 7, pp. 466 – 494.
- (1862c), *Analyse d'un problème du calcul des probabilités*. *ОО*, t. 7, pp. 495 – 506.
- (1923a; написано 1740–1748), *Problema de sorte in ludis*. *ОО*, t. 7, pp. 539–542.
- (1923b; написано 1750 – 1755), *Sur multiplication du genre humain*. *ОО*, t. 7, pp. 545 – 552.
- (1923c), *Sur le calcul des rentes tontinières*. *ОО*, t. 7, pp. 553 – 577.
- (1935), Мемориальный сборник. *Л. Эйлер*. М. – Л.
- (1958), Мемориальный сборник. *Л. Эйлер*. М.
- (1959), *Избранные картографические статьи*. М.
- (1962), *Рукописные материалы Л. Эйлера в Архиве Академии Наук СССР*, т. 1. *Тр. Архива АН СССР*, т. 17. М. Составители Ю. Х. Копелевич и др.

**Неопубликованные рукописи Эйлера
в Архиве Росс. АН, см. Эйлер (1962, с. 35 – 36), и в копиях
в Эйлеровском архиве в Базеле (Швейцария)**

(1725 – 1727), *Problema. Sunt aliquot manipuli chartarum v. g. m, sint inter chartas manipulorum aliquot n peculiariae chartae; quaeritur ratio, quam habent expectations unius cujusvis diversae distributionis chartarum seu foliorum signatorum*.

[Дано множество карт, напр. m ; среди них имеются специальные карты, скажем n . Требуется определить соотношение ожиданий некоторого распределения этих специальных карт из их различных [возможных] распределений.]

Приведено комбинаторное решение. Задачи подобного рода обсуждал Якоб Бернулли в части 3-й *Искусства предположений*.

(1760-е годы), [Fragment sur une loterie].

(1760-е годы), *Plan einer Lotterie, welche aus vier Classen bestehet*.

Другие авторы

Бирман К.-Р. (1957), Задачи геноуэзского лото в работах классиков теории вероятностей. *Историко-математич. исследования*, вып. 10, с. 649 – 670.

Гнеденко Б. В. (1958), О работах Л. Эйлера по теории вероятностей, теории обработки наблюдений, демографии и страхованию. В книге Эйлер (1958, с. 184 – 209).

Паевский В. В. (1935), Демографические работы Л. Эйлера. В книге Эйлер (1935, с. 103 – 110).

Сархан А., Гринберг Г. (1962, англ.), Оптимальные линейные несмещенные оценки для некоторых симметричных распределений. В книге *Введение в теорию порядковых статистик*. М., 1970, с. 351 – 359.

- Субботин М. Ф.** (1958), *Астрономические работы Л. Эйлера*. В книге Эйлер (1958, с. 268 – 375).
- Anonymous** (1781), *Sur les probabilités. Hist. Acad. Roy. Sci. année 1788 avec Mém. Math. et Phys. pour la même année*, с. 43 первой пагинации
- Bayes, T., Бейес Т.** (1764), *An essay towards solving a problem in the doctrine of chances*. Перепечатки: *Biometrika*, vol. 45, 1958, pp. 293 – 315; Pearson & Kendall (1970, pp. 131 – 153). Перевод: Очерк решения задачи из учения о шансах. В книге Шейнин (2006, с. 130 – 165).
- Bernoulli, Daniel, Бернулли Даниил** (1768a), *De usu algorithmi infinitesimalis in arte conjectandi specimen. Werke*, Bd. 2. Basel, Birkhäuser, 1982, pp. 276 – 287.
- (1768b, латин.), *О средней продолжительности женитьб и т. д.* В книге Птуха М. В. (1955), *Очерки по истории статистики в России*, т. 1. М., с. 453 – 464.
- (1769, латин.), *The most probable choice between several discrepant observations and the formation therefrom of the most likely induction*. В книге Torgensen, E., Yang, G. L., Editors (1997), *Festschrift for Lucien Le Cam*. New York, Springer, pp. 345 – 357.
- (1778a, латин.), *То же название*. Переводы вместе с комментарием Euler (1778a): *Biometrika*, vol. 48, 1961, pp. 3 – 13; Pearson & Kendall (1970, pp. 155 – 172).
- (1778b), *Письмо 18.3.1778 П. Н. Фуссу*. В книге Fuss (1843, pp. 674 – 677).
- Bernoulli, Jakob** (1713), *Ars Conjectandi*. Перепечатано в Bernoulli (1975, pp. 107 – 259). Перевод части 4-й в книге автора (1986) *О законе больших чисел*. М.
- (1975), *Werke*, Bd. 3. Basel, Birkhäuser.
- Bernoulli, Johann III** (1785), *Milieu à prendre entre les observations. Enc. Méthodique. Mathématiques*, t. 2. Paris, pp. 404 – 409.
- Birg, S.**, Editor (1986), *Ursprunge der Demographie in Deutschland. Leben und Werke J. P. Süßmilch's*. Frankfurt/Main, Campus. (Сборник статей.)
- Вопп, К.** (1924), *Euler's und Lambert's Briefwechsel. Abh. Preuss. Akad. Wiss., phys.-math. Kl., No. 2*.
- David, H. A., Edwards, A. W. F.** (2001), *Annotated Readings in the History of Statistics*. New York, Springer.
- De Moivre, A.** (1712, латин.), *De mensura sortis, or, the measurement of chance. Intern. Stat. Rev.*, vol. 52, 1984, pp. 236 – 262. Комментарий: A. Hald: pp. 229 – 236.
- (1756), *Doctrine of Chances*, 3-е изд. London. Перепечатка: New York, Chelsea, 1967. Первое изд., 1718.
- Du Pasquier, L. G.** (1909), *Euler's Verdienste um das Versicherungswesen. Vierteljahresschr. Naturforsch. Ges. Zürich*, Bd. 54, pp. 217 – 243.
- (1910), *Die Entwicklung der Tontinen bis auf die Gegenwart. Z. schweiz. Stat.*, 46. Jg, pp. 484 – 513.
- (1923), *Préface. OO*, t. 7, pp. VII–LIII.
- Eisenhart, C.** (1976), [Обсуждение статей по приглашению.] *Bull. Intern. Stat. Inst.*, vol. 46, pp. 355 – 357.
- Fourier, J. B. J.** (1826), *Sur les résultats moyens déduits d'un grand nombre d'observations. Oeuvres*, t. 2. Paris, Gauthier-Villars, 1890, pp. 525 – 545.
- Freudenthal, H.** (1951), *Das Petersburger Problem in Hinblick auf Grenzwertsätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Math. Nachr.*, Bd. 4, pp. 184 – 192.
- Fuss, P. N.** (1843), *Correspondance mathématique et physique de quelques célèbres géomètres du XVIII^{me} siècle*, t. 2. Petersbourg. Перепечатка: New York, Johnson, 1968.
- Gumbel, E. J.** (1917), *Eine Darstellung statistischer Reihen durch Euler. Jahresber. Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, Bd. 25, pp. 251 – 264.
- Hald, A.** (1984), *Комментарий к De Moivre (1712)*.
- (1990), *History of Probability and Statistics and Their Applications before 1750*. New York, Wiley.

- (1998), *History of Mathematical Statistics from 1750 to 1930*. New York.
- Henny, J.** (1975), Niklaus und Johann Bernoullis Forschungen auf dem Gebiet der Wahrscheinlichkeitsrechnung in ihrem Briefwechsel mit Montmort. В книге Bernoulli, J. (1975), pp. 457 – 507).
- Kendall, M. G.** (1968), Thomas Young on coincidences. *Biometrika*, vol. 55, pp. 249 – 250. Перепечатка: Pearson & Kendall (1970, pp. 183 – 184).
- Kendall, M. G., Plackett, R. L.**, Editors (1977), *Studies in the History of Statistics and Probability*, vol. 2. London, Griffin. (Сборник перепечаток.)
- Kepler, J.** (1609, латин.), *New Astronomy*. Cambridge, Cambridge Univ. Press, 1992.
- Knobloch, E.** (1984), Euler and the history of a problem of probability theory. *Ganita-Bharati, Bull. Ind. Soc. Hist. Math.*, vol. 6, pp. 1 – 12.
- Lagrange, J. L.** (1775), Письмо Эйлеру 10 февр. 1885 г. *Тр. Архива АН СССР*, т. 2. М. – Л., 1937, с. 445 – 449. Франц. с русск. переводом.
- (1776), Sur l'utilité de la méthode de prendre le milieu entre les résultats de plusieurs observations. *Oeuvres*, t. 2. Paris, Gauthier-Villars, 1868, pp. 173 – 236.
- Lambert, J. H.** (1760, латин.), *Photometria*. Augsburg, Detleifsen. В нем. переводе в серии Ostwald Klassiker соответствующие параграфы выпущены как якобы устаревшие; см. их нем. перевод в книге Schneider (1988, pp. 231– 233).
- (1772), Anmerkungen über die Sterblichkeit, Todtenlisten, Geburthen und Ehen. В книге автора *Beiträge zum Gebrauche der Mathematik und deren Anwendung*, Тл. 3. Berlin, Verlag des Buchladens der Realschule, pp. 476 – 569.
- Laplace, P. S.** (1789), Sur quelques points du système du monde. *Oeuvr. Compl.*, t. 11. Paris, Gauthier-Villars, 1895, pp. 477 – 558.
- (1812), *Théorie analytique des probabilités*. *Oeuvr. Compl.*, t. 7, No. 1 – 2. Gauthier-Villars, Paris, 1886.
- (1814, франц.), Опыт философии теории вероятностей. В книге Прохоров Ю. В., ред. (1999), *Вероятность и математическая статистика. Энциклопедия*. М., с. 834 – 863.
- (прим. 1819), Supplément 3 к книге 1812 г. Там же, No. 2, pp. 581 – 616.
- Lotka, A. J.** (1925), *Elements of Physical Biology*. Baltimore, Williams & Wilkins. Второе издание с измененным названием (1956) *Elements of Physical Biology*. New York, Dover.
- Malthus, P. R., Мальтус П. Р.** (1798), *Essay on the Principle of Population*. Works, vol. 1. London, Pickering, 1986. Переводы: *Опыт закона о народонаселении*. М., 1895, 1908; Петрозаводск, 1993.
- Mayer, T.** (1750), Abhandlung über die Umwälzung des Mondes um seine Ache. *Kosmogr. Nachr. u. Samml.* за 1748, pp. 52 – 183.
- (1753), Письмо Эйлеру. *Историко-астрономич. исследования*, вып. 5, 1959, с. 351. Нем. с русск. переводом.
- (1754), Письмо Эйлеру. Там же, с. 384. Нем. с русск. переводом.
- Mises, R. von** (1919), Fundamentalsätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung. *Math. Z.*, Bd. 4, pp. 1 – 97. Частичн. перепечатка в книге автора *Sel. Papers*, vol. 2. Providence, Rhode Island, Amer. Math. Soc., 1964, pp. 35 – 56.
- Montmort, P. R.** (1713), *Essay d'analyse sur les jeux de hazard*. Paris. Второе изд., с перепиской автора (в основном с Н. Бернулли). Перепечатка: New York, Chelsea, 1980. Первое изд.: Париж, 1708.
- Netto, E.** (1908), Kombinatorik, Wahrscheinlichkeitsrechnung, Reihen, Imaginäres. В книге Cantor, M., Editor (1908), *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, Bd. 4. New York, Johnson, 1965, pp. 199 – 318.
- Neugebauer, O.** (1950), The alleged Babylonian discovery of the precession of the equinoxes. В книге автора *Astronomy and History. Sel. Essays*. New York, 1983, pp. 247 – 254.

- Pearson, E. S., Kendall, M. G.**, Editors (1970), *Studies in the History of Statistics and Probability* [, т. 1]. London, Griffin. (Сборник перепечаток.)
- Plackett, R. L.** (1972), Discovery of the method of least squares. *Biometrika*, vol. 59, pp. 239 – 251. Перепечатка: Kendall & Plackett (1977, pp. 279 – 291).
- Radelet-De Grave, P., Scheuber, V.** (1979), *Correspondance entre Daniel Bernoulli et J.-H. Lambert*. Paris, Ophrys.
- Schneider, I.**, Editor (1988), *Die Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie von den Anfängen bis 1933*. Darmstadt, Wissenschaftliche Buches. Сборник перепечаток нескольких англ. статей и переводов латинских и английских статей на немецкий.
- Sheynin, O. B., Шейнин О. Б.** (1971), Lambert's work in probability. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 7, pp. 244 – 256.
- (1972a), On the mathematical treatment of observations by Euler. Там же, vol. 9, pp. 45 – 56.
- (1972b), Daniel Bernoulli's work on probability. *RETE. Strukturgeschichte der Naturwissenschaften*, Bd. 1, pp. 273 – 300. Перепечатка: Kendall & Plackett (1977, pp. 105 – 132). Перевод: Работы Даниила Бернулли по теории вероятностей. В книге автора (2007, с. 118 – 136).
- (1977), Early history of the theory of probability. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 17, pp. 201 – 259. Перевод: Ранняя история теории вероятностей. В книге автора (2008, с. 55 – 118).
- (1993a), On the history of the principle of least squares. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 46, pp. 39 – 54.
- (1993b); Treatment of observations in early astronomy. Там же, pp. 153 – 192. Перевод: К истории статистического метода в астрономии. В книге автора (2008, с. 165–202).
- (2005), *Теория вероятностей. Исторический очерк*. NG Verlag. Берлин. Также www.sheynin.de
- , переводчик (2006), *Хрестоматия по истории теории вероятностей и статистики*. Берлин. Также www.sheynin.de
- (2007), *Статьи по истории теории вероятностей и статистики*. Берлин. Также www.sheynin.de
- (2008), *Статьи по истории теории вероятностей и статистики*, часть 2-я. Берлин. Также www.sheynin.de
- **Шейнин О. Б., Майстров Л. Е.** (1972), Теория вероятностей. Глава в книге А. П. Юшкевич, ред. (1972), *История математики с древнейших времен до начала XIX в.*, т. 3. М., с. 126 – 152.
- Short, J.** (1763), Second paper concerning the parallax of the Sun determined from the observations of the late transit of Venus. *Phil. Trans. Roy. Soc.*, vol. 53, pp. 300 – 342.
- Simpson, T., Симпсон Т.** (1756), On the advantage of taking the mean of a number of observations. *Phil. Trans. Roy. Soc.*, vol. 49, pp. 82–93.
- (1757), То же название. В книге автора *Misc. Tracts on Some Curious Subjects*. London, Nourse, pp. 64 – 75. Перевод обеих одноименных статей: О пользе выбора среднего из нескольких наблюдений. В книге Шейнин (2006, с. 115 – 129).
- Smith, D., Keyfitz, N.** (1977), *Mathematical Demography*. Berlin, Springer.
- Sofonea, T.** (1957), Euler und seine Schriften über die Versicherung. *Het verzerkeringsarchiv*, Bd. 24 (1). Приложение к журналу: *Actuarieel Bijvoegsel*, pp. 87* – 104*.
- Stäckel, P.** (1910), Johann Albrecht Euler. *Vierteljahrsschr. Naturforsch. Ges. Zürich*, Bd. 55, pp. 63 – 90.
- Süssmilch, J. P.** (1761 – 1762), *Göttliche Ordnung in den Veränderungen des menschlichen Geschlechts, aus der Geburt, dem Tode und der Fortpflanzung desselben*. Berlin, Verlag des Buchladens der Realschule, второе изд. Первое изд., 1741. Несколько последующих изданий.
- Todhunter, I.** (1865), *History of the Mathematical Theory of Probability*. London. Перепечатка: New York, Chelsea, 1949, 1965.

Van Helden, A. (1995), Measuring solar parallax: the Venus transits of 1761 and 1769 and their 19th century sequels. В книге Taton, R., Wilson, C., Editors (1995), *Planetary Astronomy from the Renaissance to the Rise of Astrophysics. The General History of Astronomy*, vol. 2B. Cambridge, Univ. Press, pp. 153 – 168.

Wilson, C. (1980), Perturbations and solar tables from Lacaille to Delambre. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 22, pp. 53 – 304.

Trembley J. (1780), *Exposé des points fondamentaux de la doctrine des principes de Lambert*. La Haye.

Ustéri (1821), J. B. Merian. *Biographie* (1811 – 1828, t. 28, pp. 367 – 373).

Wallis H., Edney M. H. (1994), Cartography. *Companion Enc. Hist. Phil. Math. Sciences*, vol. 2. London, pp. 1101 – 1114.

Wilde E. (1838 – 1843), *Geschichte der Optik*. Wiesbaden, 1968.

Witz P. (1808), *Allgemein fassliches und vollständiges Rechenbuch*, Bde 1 – 2. Bern.

Wolf R. (1858 – 1862), *Biographien zur Kulturgeschichte der Schweiz*, Bde 1 – 4. Zürich.
