Третья хрестоматия по истории теории вероятностей и статистики

Составитель и переводчик О. Б. Шейнин

Оглавление

Таблица 1. Бернулли

1. Возраст в годах.	2. Число остающихся в живых по Галлею.	3. Не болевших оспой.	4. Болевших оспой.	5. Болевших оспой в предыдущем году.	6. Умерших от оспы в предыдущем году.	7. Общее число умерших от оспы с рождения.	8. Число умерших от всех иных болезней в течение каждого года.
AGES par années.	Survivans selon M. Halley.	N'ayant pas eu la pet. vérole.	Ayant eu la pet. vérol.	Prenant la pet. vérole pendant ch. année.	MORTS de la pet. vérole pendant chaq. ann.	SOMME des morts de la pet. vérole.	MORTS par d'autres maladies pend. chaq. année.
0	1300	1300	0				
1	1000	896	104	137	17,1	17,1	283
2	855	685	170	99	12,4	29,5	133
3	798	571	227	78	9,7	39,2	47
4	760	485	275	66	8,3	47,5	30
5	732	416	316	56	7,0	54,5	21
6	710	359	351	48	6,0	60,5	16
7	692	311	381	42	5,2	65,7	12,8
8	680	272	408	36	4,5	70,2	7,5
9	670	237	433	32	4,0	74,2	6
10	661	208	453	28	3,5	77,7	5,5
11	653	182	471	24,4	3,0	80,7	5
12	646	160	486	21,4	2,7	83,4	4,3
13	640	140	500	18,7	2,3	85,7	3,7
14	634	123	511	16,6	2,1	87,8	3,9
15	628	108	520	14,4	1,8	89,6	4,2
16	622	94	528	12,6	1,6	91,2	4,4
17	616	83	533	11,0	1,4	92,6	4,6
18	610	72	538	9,7	1,2	93,8	4,8
19	604	63	541	8,4	1,0	94,8	5
20	598	56	542	7,4	0,9	95,7	5,1
21	592	48,5	543	6,5	0,8	96,5	5,2
22	586	42,5	543	5,6	0,7	97,2	5,3
23	579	37	542	5,0	0,6	97,8	6,4
24	572	32,4	540	4,4	0,5	98,3	6,5

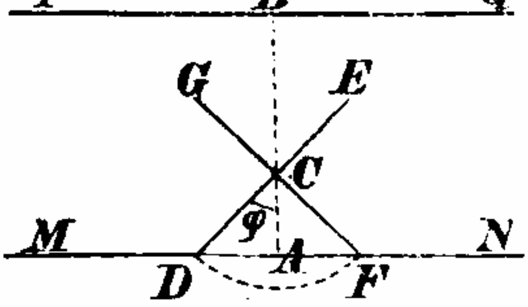
Таблица 2. Бернулли

1. Возраст в годах. AGES par années.	2. Число остающихся в живых в естественном оспенном состоянии. État naturel & variolique.	3. Число остающихся в живых в безоспенном состоянии. . ÉTAT non-varioliq.	4. Разность, или выгода. Differ. ou gains.	1. Возраст в годах. AGES par années.	2. Число остающихся в живых в естественном оспенном состоянии. État naturel & variolique.	3. Число остающихся в живых в безоспенном состоянии. . ÉTAT non-varioliq.	4. Разность, или выгода. Differ. ou gains.
0	1300	1300	0	13	640	741,1	74,1
1	1000	1017,1	17,1	14	634	709,7	75,7
2	855	881,8	26,8	15	628	705,0	77,0
3	798	833,3	35,3	16	622	700,1	78,1
4	760	802,0	42,0	17	616	695,0	79,0
5	732	779,8	47,8	18	610	689,6	79,6
6	710	762,8	52,8	19	604	684,0	80,0
7	692	749,1	57,2	20	598	678,2	80,2
8	680	740,9	60,9	21	592	672,3	80,3
9	670	734,4	64,4	22	586	666,3	80,3
10	661	728,4	67,4	23	579	659,0	80,0
11	653	722,9	69,9	24	572	651,7	79,7
12	646	718,2	72,2	25	565	644,3	79,3

. Эта таблица дает возможность сразу увидеть, сколько из 1300 новорожденных, предположенных рожденными в один и тот же день, останется в живых из года в год вплоть до 25-летнего возраста, если все они подвержены оспе, и сколько останется, если они все избавлены от этой болезни. Здесь же эти два состояния сравниваются и указывается отличие между ними.

Бюффон

AC = x, BA = a, CD = r



Предисловие

Мы продолжаем составлять *Хрестоматии*; первая вышла в 2006 г., вторая – в нынешнем. Здесь мы перевели некоторые сочинения трех классиков науки и биографию четвертого и, наконец, многочисленные материалы о пятом классике науки и о его окружении.

Лейбниц не внес непосредственного вклада ни в теорию вероятностей, ни в статистику, но оказал серьезное влияние своей перепиской, а в рукописном наследии (опубликованным лишь в 1855 г.) оставил интересные соображения о желательности сбора количественной и иной информации и о статистике населения.

В теории вероятностей Даниила Бернулли можно считать одним из двух крупнейших предшественников Лапласа (другим был Муавр), а его мемуар, представленный здесь, изучается и комментируется до сих пор.

Бюффон не был математиком и допустил в своем сочинении неоправданные промахи, но и он никоим образом не забыт. Достаточно напомнить, что с его именем связано окончательное внедрение в теорию вероятностей геометрической вероятности.

Мендель положил начало генетике, притом что и эта наука, и генетики, и сам Мендель длительное время считались в Советском Союзе почти исчадиями ада. Его биография ни в коей мере не является научной, но она, вместе с дополнениями и исправлениями, в основном позднейшего автора 1965 г., ясно рисует жизнь и устремления этого благородного человека.

Каждый наш раздел снабжен библиографией, в которые также включены источники, упоминаемые ниже, в этом предисловии. Так, например, мемуар Бернулли (1999) см. в библиографии ко второму разделу.

1. Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646 – 1716)

В области теории вероятностей Лейбниц (Шейнин 1977, с. 222 – 227; 1986, с. 88) быть может более всего известен как корреспондент Якоба Бернулли. Он кроме того оставил не менее пяти рукописей, относящихся к государствоведению и политической арифметике и впервые опубликованных в 1866 г.; одну из них мы приводим ниже в переводе. В остальных он рекомендовал составлять *государственные таблицы* сведений, полезных для государства, и сравнивать таблицы различных стран или одного и того же государства за различные периоды; и составлять также, мы бы сказали, медицинские справочники, содержащие наблюдения врачей, их рекомендации и афоризмы. Наконец, он считал необходимым учредить *санитарную коллегию*, возложив на нее, однако, необычайно широкие задачи, – и собственно санитарно-гигиенический надзор, и метеорологические и геомагнитные наблюдения, и составление рекомендаций по сельскому хозяйству.

Рукопись, переведенную ниже, мы снабдили весьма критическими комментариями, но следует заметить, во-первых, что Лейбниц вряд ли подготовил ее к изданию, и, во-вторых, можно вообще удивляться, что он нашел время хоть немного заняться политической арифметикой.

2. Даниил Бернулли (1700 – 1782)

Бернулли был всесторонним ученым, но в первую очередь математиком и механиком. Он хорошо известен в истории теории вероятностей, особенно в связи с введенным им в 1738 г. понятием морального ожидания (которое нашло применение в экономике). Бернулли оставил и серьезные статистические исследования, одно из которых мы приводим в переводе ниже. Вот краткие сведения о других его работах в области статистики и статистического метода.

1. В астрономии Бернулли был первым (в 1735 г.), применившим, правда, элементарные вероятностные подсчеты для суждения о невозможности случайного близкого друг к другу расположения планетных орбит (Sheynin 1972).

2. В 1733 г. Бернулли составил инструкцию для предстоящих в Сибири метеорологических наблюдений (Тихомиров 1932), т. е. для сбора метеорологических данных. Он также исследовал практику наблюдения геомагнитных элементов и конструирование соответствующих приборов и несколько его мемуаров по этой теме включено в седьмой том его собрания сочинений (Базель, 1994).

3. *Гидродинамика* Бернулли (1738 г., русский перевод 1959 г.) содержала зародыш теоретико-вероятностных идей, которые более чем через столетие привели к возникновению кинетической теории газов.

4. В теории ошибок Бернулли независимо от Ламберта предложил принцип наибольшего правдоподобия (который теперь относится к статистике) и впервые четко разделил ошибки наблюдения на случайные и систематические (Sheynin 1972).

5. В физиологии человека Бернулли по крайней мере определял важные количественные параметры, например (Huber 1959, с. 37 – 38), объем вдыхаемого воздуха. Процессу дыхания была посвящена его диссертация 1721 г. Хубер (который также описал биографию Бернулли и, кратко, его работы по статистике населения) обратил особое внимание на то, что Бернулли приложил математические методы к физиологии. Но собирал ли он количественные физиологические сведения? Такая работа частично носила бы статистический характер.

Обратимся теперь к статистике населения (и связанной с ней медицинской статистике). Во втором томе собрания сочинений Бернулли (Базель, 1982) перепечатаны мемуары об оспопрививании (см. наш перевод ниже) и о средней продолжительности браков 1768 г., перевод см. Птуха (1955, с. 453 – 464). Это второе исследование несомненно оказалось важным для института страхования жизни.

Кроме того, Бернулли (1771) специально исследовал статистическое приложение таблиц крещений, женитьб и смертности и приложение интегрального исчисления к изучению смертности от оспы. Это последнее сочинение упомянуто на с. 31 третьего тома посмертного издания 1776 г. (перепечатка: 1988) Зюссмильха (1741), но без указания точного заглавия и даты издания (или написания).

Одна фраза Бернулли (Fuss 1843, т. 2, с. 496) из письма 1742 г., не совсем, правда, определенная, представляет интерес, поскольку упомянутая им *политика* должна была включать статистику населения: "Я полагаю, что математику с полным правом можно применить и в политике". И, указав, что Мопертюи одобрил его мысли, он продолжал: "Если в политике произвести столько же наблюдений, сколько в физике, появится совершенно новая наука". См. также п. 7 Предисловия к его переведенному мемуару.

Отметим, наконец, необоснованное утверждение Бернулли (январь 1768, с. 103): "Конечно, многоженство благоприятствует росту населения". Это противоречило мнению Зюссмильха (1741; §§ 434 и 435 в издании 1765 г.), который к тому же указал на несовместимость многоженства с христианским вероучением. Бернулли, кстати сказать, только один раз (в п. 1 газетной статьи, см. ниже) вспомнил о божественной заповеди *плодиться и размножаться*. Против многоженства выступил и Граунт (1662, гл. 8-я, п. 16), исходя, правда, из косвенных соображений.

Переходим теперь к нашей основной теме. Вакцинацию оспы изобрел Эдуард Дженнер и первую прививку он осуществил в 1769 г., всего через несколько лет после появления мемуара Бернулли. Тем не менее, новая практика стала общеупотребительной далеко не сразу: даже в 1820е годы "первоначальный способ прививки … еще совсем не был вытеснен его соперником" (Creighton 1891/1965, т. 2, с. 586). В 1720е годы в Англии и через несколько десятилетий во Франции получила распространение профилактическая вариоляция (инокуляция), – прививка ослабленной оспы здоровому человеку. Второй термин мы будем применять для образования глагола и причастия (инокулировать, инокулированный).

Истории вариоляции была посвящена обширная литература; ее неполная библиография, составленная в 1913 г., насчитывает 490 наименований (Dietz & Heesterbeek 2002, с. 2; сокращенно D&H). Мы, однако, ограничимся несколькими ссылками на Кондамина (1759; 1763; 1773) и упомянем Губерта (1896). Кондамин, кстати, в (неопубликованных) письмах сообщил Бернулли использованные тем статистические данные (D&H, с. 3) и быть может в одном из них и содержалось его рассуждение о предотвращении 14 болезней, см. п. 5 газетной статьи Бернулли.

Вот утверждение Кондамина (1759, с. 670), которое, впрочем, нельзя совместить с призывами Бернулли использовать громадную пользу вариоляции:

Практика вариоляции во Франции стала всеобщей с тех пор, как была инокулирована семья английского монарха. Она спасла миллион жизней, не считая потомства спасенных.

И вот его же ссылка (1763, с. 464) на Бернулли:

В Базеле г-да Бернулли, одно лишь имя которых может разъяснить сомнительное мнение по многим вопросам, не удовольствовались открытым заявлением в поддержку вариоляции и заручились одобрением на первые опыты у факультетов медицины и теологии в Базеле. Младший из двоих братьев и единственный женатый из них решил подать пример и в 1756 г. инокулировал двух своих младших сыновей, а в прошлом году – их старшего брата.

Речь, видимо, шла о самом Данииле и его брате Иоганне II (1710 – 1790), у которого действительно было три сына, родившиеся, однако, в 1744, 1757 и 1759 гг. Разрешение факультета теологии было необходимо; вот косвенное свидетельство Кондамина (1759, с. 623): В 1724 г. некий врач, "заклятый враг всего нового в медицине", заявил, что вариоляция никак не обоснована и вообще "противна мнению Создателя". Сам Кондамин (1763, с. 470) задал себе риторический вопрос, "Допускается ли вариоляция божественным законом?" и ответил: "Не будучи теологом, отвечаю утвердительно".

White (1896/1898) описал историю войны теологии с наукой в христианском мире (это – заглавие его книги и, в частности, ее второго тома). Там, на с. 55 – 59, приведено немало примеров свирепого противодействия вариоляции (и вакцинации, вплоть до 1803 г.). Так, тысячи людей в Канаде погибли в середине XVIII в., потому что отказались от вариоляции; оспа-де насылается нам за грехи наши, и борьба с ней вызовет еще более страшный гнев Господень. Уайт четко отделил теологию, которая и служила тормозом науке, от религии, грубо говоря, теорию религии от ее практики.

Вариоляция не была безопасна, хотя Кондамин и ссылался неоднократно на отсутствие смертельных случаев после нее, указывая, что опытные врачи принимали во внимание возможные противопоказания. В Англии вариоляция не практиковалась в течение 1728 – 1740 гг. (Creighton 1891/1965, т. 2, с. 489), а в 1763 г. (!) французский парламент временно запретил ее в городах и пригородах (Кондамин; зачитано в 1764 г., 1773, с. 249). Причиной подобных действий была не столько весьма низкая смертность инокулируемых, сколько распространение оспенной инфекции, пусть и ослабленной. Бернулли обратил внимание на это обстоятельство, но, видимо, недооценил его. Опасность же для пациента он посчитал не более высокой, чем 1/200 и решил, что вариоляция исключительно благоприятна и для общества, и для отдельного человека.

Даламбер (1761; 1768) также поддержал вариоляцию, но высказал дельные критические замечания по поводу Бернулли (в первом случае – намного опередив появление мемуара и тем самым дополнительно разозлив Бернулли, см. ниже). Даламбер назвал допущения, неизбежно принятые в мемуаре, упрощенными, заявил, что для исследования оспы необходимы подробные статистические данные и что возрастание средней продолжительности жизни при вариоляции по сравнению с "естественным состоянием" еще не может служить достаточным доводом в ее пользу.

Хоть вариоляция крайне полезна для общества, не всякий, как он также указал, согласится подвергнуться пусть низкому, но немедленному риску в обмен на несколько дополнительных лет жизни, а при вариоляции детей возникает и моральная проблема. Короче говоря, Даламбер отрицал возможность математического исследования выгоды вариоляции. Вариоляцию детей упоминал и Кондамин (1759, с. 649), который, однако, ошибочно отрицал моральную сторону этой процедуры. Собственные математические рассуждения Даламбера о вариоляции во многом по крайней мере неудачны, но тем не менее заслуживают серьезного внимания (D&H, с. 12 – 13). Заметим также, что он, нередко повторяясь, обсуждал ту же тему и в нескольких других статьях (Todhunter 1865).

Бернулли уже в 1765 г. добавил Предисловие к своему еще не вышедшему в то время труду, но, можно сказать, не ответил на критику Даламбера, хотя (см. конец § 10 мемуара) по необходимости основывался на данных только по большим городам. И вот что он (апрель 1768) написал Эйлеру:

Что вы думаете о чрезвычайно пошлых соображениях великого Даламбера о вероятностях? Так как в его сочинениях слишком часто обо мне говорится несправедливо, я довольно давно принял решение не читать ничего, выходящего из-под его пера. Это решение я принял в связи с мемуаром о прививании оспы, который послал Парижской академии 8 лет назад, и который, благодаря новизне анализа, был очень хорошо принят; смею сказать, что это было как бы новой областью, включенной в систему математики. Мне кажется, что успех этого нового анализа ему неприятен. Он критикует его на тысячу ладов, которые все равно смехотворны, а после того, как он его резко раскритиковал, выдает себя за первого создателя теории, о которой даже и не слыхивал. Между тем, он знал, что мой мемуар сможет появиться только через семь или восемь лет спустя, и он смог познакомиться с ним только в [своем] *качестве академика, и в этом отношении мой мемуар должен был оставаться неприкосновенным до публикации.*

Эйлер (ноябрь 1767) высоко оценил вклад Бернулли в статистику населения. Трудно, правда, сказать, какой мемуар он при этом имел в виду, хотя какими-то сведениями об еще не вышедшей работе он всё-таки мог располагать. В предыдущем письме Эйлер (июнь 1767) сообщал, что “с нетерпением” ожидает последующих мемуаров Бернулли.

Несмотря на сказанное выше о мнении Кондамина по поводу вариоляции детей, моральная проблема этой процедуры напомнила ему о древнегреческом мифе о Минотавре (1759, с. 665), – о чудовище, которое ежегодно пожирало 7 человек, но оставляло в покое целый город. Сам Бернулли, надо сказать, вовсе не считал риск 1/200, см. выше, ничтожным и даже постарался учесть его в своих вычислениях а в письме 1762 г. Бюффону (см. следующий раздел этого сборника, Прим. 10) предложил в качестве пренебрегаемой вероятности значение 1/100 000.

Трудно сказать, повлиял ли мемуар Бернулли на общественную мысль, и сам он, в п. 1 *Оправдательного предисловия*, четко заявил, что оценка выгоды вариоляции по удлинению средней продолжительности жизни не убедит основную массу населения. Но, во всяком случае, он сделал всё, что мог и математическими выкладками, и страстной пропагандой вариоляции как в мемуаре (отрицая этот факт в § 20), так и в газетной статье. Не было, видимо, замечено, что Бернулли произвел и не опубликованные им подсчеты населения Франции (см., например, замечание 4 § 12).

При переводе мы частично использовали английский текст мемуара (Bernoulli, D'Alembert 1971) и сами подразделили на пункты и газетную статью, и Предисловие мемуара и сами пронумеровали его формулы. В одном случае мы исключили из перевода еще поясняемое в то время значение символа *e*. Анонимный пересказ мемуара (как бы вторая, но беспристрастно написанная газетная статья) важен, пожалуй, лишь тем, что доказывает интерес Парижской академии к сочинению Бернулли. Из него мы исключили несколько мест, дословно повторяющих соответствующие строки мемуара.

Мы не проверяли вычисления, которые Бернулли произвел на основании своих таблиц, но можем сказать, что пояснения и к их составлению, и к указанным вычислениям недостаточны (а иногда ошибочны), см. наши Примечания 16, 17, 22 и 23, а также Примечание к Таблице 1.

Мемуар был зачитан дважды, но не самим автором, вначале (16 апреля 1760 г.) на открытом заседании Парижской академии наук, а затем 30 апреля, на обычном ее заседании. Эти подробности, которые объясняют разночтение в датах, указали D&H (с. 3).
Мы благодарны профессору К. Дитцу (Тюбинген), который сообщил нам, что таблицы Бернулли были составлены им верно, – с точностью до ошибок округления. В них, правда, закралась опечатка, безусловно замеченная некоторыми комментаторами (и в том числе Дитцем).

3. Жорж Луи Леклерк де Бюффон (1797 – 1788)

Бюффон был не математиком, а естествоиспытателем и более всего он известен своей *Естественной историей* (1749 – 1788). Ниже мы приводим перевод анонимного сообщения о его исследовании геометрических вероятностей и его *Опыта*, а точнее, первых 23 параграфов этого сочинения, относящихся к теории вероятностей и статистике.

Опыт производит двоякое впечатление. С одной стороны, много ненужных подробностей (которые мы изредка сокращали) и явно недостаточные пояснения в других случаях, см. например, Примечания 7 и 25, да и литературный стиль Бюффона, по крайней мере в этом труде, можно назвать лишь посредственным. Далее, в противоположность своим предшественникам Бюффон почему-то полагал, что вероятность может превышать единицу и вообще принимать бесконечные значения, а помимо уже прижившейся моральной достоверности он определил и физическую. Наконец, он допустил ошибки и в рассуждениях, и в вычислениях.

С другой стороны, именно Бюффон окончательно ввел в теорию вероятностей геометрическую вероятность, видимо первым сверил стохастические вычисления со статистическими испытаниями и, по сути одновременно с Г. Крамером и Даниилом Бернулли, пришел к мысли о замене при необходимости математического ожидания моральным (термин Крамера).

Том *Философских трудов* Бюффона, в котором помещена перепечатка *Опыта*, содержит комментарий М. Фреше о Бюффоне как философе математики, но ни о теории вероятностей, ни о статистике Фреше почти ничего не сказал. Можно упомянуть лишь его замечание (с. 445) о том, что рассуждение Бюффона в некотором смысле обобщает формулу Даниила Бернулли для выгоды в азартной игре в зависимости от выигрыша. Вывод этот, однако, представляется несколько искусственным. На следующей странице Фреше указывает, что моральное и математическое ожидания являются величинами "различной природы" и что сумма моральных ожиданий не обязательно равна моральному ожиданию суммы, но оба эти замечания в равной мере относятся к Даниилу

4. Грегор Иоганн Мендель (1822 – 1884)

Мы приводим перевод памятной речи о Менделе, произнесенной в 1902 г. его племянником Алоисом Шиндлером. Она была напечатана типографским способом, частным образом, а затем опубликована (Krizenecky 1965, pp. 77 – 100). Впрочем, мы пользовались первоначальным "частным" текстом, который получили от внука автора, профессора, доктора-инженера Вальтера Манн из Дармштадта. Не зная в то время о книге 1965 г., мы попросили его разрешения опубликовать речь в оригинале, т. е. на немецком языке, и вот что он ответил нам в письме 23 октября 2005 г.:

Разумеется, я не имею ничего против, если Вы хотите опубликовать памятную речь моего деда. […]. *Он умер в 1930 г., т. е. за год до моего рождения, и я знаю его только по рассказам моей матери. Моя мать всегда описывала деда как очень благоволящего, активного и дельного человека. Он был городским врачом в Цукмантеле, небольшом городке* […] *в австрийской Силезии, нынешней Чехословакии* [Чехии]. *Он был одним из трех племянников* [Менделя]. […]. *Мать этих племянников, Тереза Шиндлер, урожденная Мендель, т. е. моя прабабка, была младшей сестрой Менделя и неизменно оставалась в хороших отношениях с ним* […]

Памятная речь 1902 г. имела место при открытии памятной доски на пожарном депо пожарной дружины в Хейнцендорфе [Гинчице], *месте рождения Менделя и Шиндлер. Мендель всегда ощущал свою связь и с этой деревней, и со своей семьей. Как я смог установить несколько лет назад при посещении этого места, и здание, и доска целы и находятся лишь в нескольких шагах от дома, в котором родился Мендель. Я сам родился в Одрау (Одры), примерно в 5 км от Хейнцендорфа. До нашего изгнания часто бывал там, потому что у нас были родственники в Хейнцендорфе, но и они все в 1946 г. также были изгнаны на запад.*

Да, Мендель был немцем, и Алоис Шиндлер так и говорит, хоть вовсе не подчеркивая этого, а Манн при личной беседе сообщил, что Мендель смолоду и не говорил по-чешски.

Речь Шиндлера представляет несомненный интерес; ни в одном другом источнике, пожалуй, нельзя найти приведенных в ней подробностей, а кроме того Шиндлер сообщил об авторах, которые первыми признали Менделя. Естественно, впрочем, что он не знал о Шмальгаузене (1874), которого Дубинин (1965, с. 822) и Гайсинович (1965) назвали как первого, кто приметил Менделя. Добавим, что

Шиндлер (§ 9) упомянул о письмах, полученных им и его братом от многих ученых, но, видимо, утраченных.

К середине XIX в. статистический метод начал проникать (и частично уже проник) во многие отрасли естествознания, см. Шейнин (1990; 2005, §§ 10.9 – 10.10). Из статистических исследований можно назвать исследование эпидемий оспы (Даниила Бернулли, см. в этом сборнике) и закона смертности (Ламберт, 1772 г.); закон суммы квадратов дневных температур для определения времени появления листьев, цветов и плодов растений данного вида (Кетле, в 1846 г.), заменивший закон суммы температур Реомюра (1738 г.), модели распределения звезд в пространстве; психофизический закон Вебера – Фехнера, область применения которого Фехнер существенно расширил в 1860 г.

Другая группа приложения статистического метода относилась к важнейшим открытиям, достигнутым простым сравнением двух совокупностей. Так, Сноу в 1855 г. доказал, что холерой заболевают при питье неочищенной воды.

Мендель заложил математический фундамент генетики открытием дискретных наследственных факторов и исследованием закономерностей их действия. Свои результаты он получил при помощи простейшей математики после длительного и тщательного экспериментирования. Его опыты, правда, подвергались сомнению даже с точки зрения субъективной честности, однако со временем споры решились в его пользу (Orel 1996, p. 199ff).

Мы сказали несколько слов о жизни Менделя и о его открытии (Шейнин 2001a), а сейчас добавим очень немногое (и приведем существенные библиографические ссылки). Началом “реального синтеза генетики и дарвинизма” Дубинин (1965, с. 821) назвал работу Четверикова (1926), но следует упомянуть и Бернштейна (1924), об исследовании которого одобрительно отозвался Колмогоров (1938, § 1). В начале XX в. эта же проблема (взаимоотношение генетики и дарвинизма) длительное время остро обсуждалась в Англии, где менделистам (Бейтсон) противостояла биометрическая школа (Гальтон, Пирсон), см., например, Magnello (1998).

Трагическая история генетики и генетиков в Советском Союзе хорошо известна и мы лишь напомним, что она имела некоторые последствия и для математиков, включая Бернштейна и Колмогорова (Шейнин 2001b). Крайне резко о Лысенко отозвался крупнейший статистик Фишер (Fisher 1940), см. также Шейнин (2001b, с. 191), а отчет о пресловутой Всесоюзной конференции 1948 г., спешно опубликованный в том же году, был беззастенчиво переведен по крайней мере на английский и немецкий языки в 1949 г.

Брюнн, в котором Мендель провел многие годы жизни, это сегодняшний чешский город Брно; Моравия – историческая область Чехии, бывшая провинция Австро-Венгрии, объединенная до 1849 г. с австрийской Силезией. Криженецки (1965, с. 96) приводит нынешние чешские названия некоторых населенных пунктов, упомянутых Шиндлером и не указанных нами ниже. Он же (с. 160 – 172) перепечатал статью 1913 г. об истории Куланда (или Кулендхена), небольшой области нынешней Чехии, о которой с любовью говорил Шиндлер.

Уже в заглавии своей речи Шиндлер назвал Менделя *прелатом*, т. е. иерархом римско-католической церкви (первоначальное определение) или духовным лицом, занимающим в ней высокую должность (позднейшее расширение понятия). В одном случае Шиндлер упоминает *приора*, – духовное лицо, по рангу ниже прелата.

Криженецки (1965) включил в свою книгу Автобиографию Менделя, написанную в 1850 г. и впервые опубликованную в 1928 г. (английский перевод: 1954 г.); письма Шиндлера 1928 г. *прокуратору менделевского* монастыря, воспоминания третьих лиц о Менделе, его переписку с родственниками и иными лицами (и сведения об истории Куланда, см. выше). Соответствующие дополнения и исправления мы привели в качестве Приложения, но в нескольких местах вставили исправления в фигурных скобках, а наши собственные исправления и дополнения – в квадратных. Наконец, и Криженецки, и мы сами уточнили и дополнили библиографию.

5. Андрей Андреевич Марков (1856 – 1922)

Мы публикуем письма и другие материалы, в основном архивные (часть которых появилась раннее в нашем переводе на английский язык), так или иначе относящиеся к Маркову и в меньшей степени к Петру Алексеевичу Некрасову (1853 – 1924). Некоторые письма понять трудно, поскольку полной переписки ни в одном случае мы не имеем (быть может ее и не существует больше). Особенно неприятно явное отсутствие многих писем Маркова. С. С. Демидов (Москва), которому мы благодарны за показ писем Некрасова П. В. Флоренскому (Письмо № 71), сообщил нам, что после смерти Некрасова его родственники тщетно пытались сдать его бумаги в какой-либо архив.

Можно полагать, что, несмотря на благоприятно составленный некролог (Письмо № 72), он оставался персоной non grata. Примерно в 1967 г., на семинаре по истории математики МГУ, А. П. Юшкевич сообщил о пожелании Колмогорова исследовать попытку Некрасова представить теорию вероятностей как науку массовых случайных явлений. Он затем попросил Л. Е. Майстрова высказаться по этому поводу, тот же, занимавшийся историей теории вероятностей, отказался: пусть, мол, Колмогоров вначале скажет об этом официально. Мы сами узнали о работе Некрасова по центральной предельной теореме (ЦПТ) лишь из статьи Сенеты (1984), но полагаем, что указанной выше попытки Некрасов либо не предпринимал, либо о ней можно спокойно забыть.

Датировка многих писем отсутствует, а некоторые не окончены. Несмотря на все указанные неблагоприятные обстоятельства, мы не решились исключить *дефектные* письма из публикации. Существовала и дополнительная трудность: во многих случаях авторы писем ссылались корректуры (с их собственными пагинациями) еще не напечатанных статей, однако нам удалось указать соответствующие номера страниц по публикациям. Расположение собранных писем оказалось нелегким, и мы не уверены, что это удалось нам достаточно хорошо. Заметим только, что хронологию событий мы вынуждены были нарушать.

Нам неизбежно пришлось вставлять выдержки из наших прежних, сохранивших свое значение, публикаций архивных материалов. Для полноты добавим, что подобные материалы описаны нами и в статьях (1990a; 1990b; 1994; 1995; 1997; 1999;

2006а). Особое значение имеет, конечно, переписка Маркова с А. А. Чупровым 1910 – 1917 гг. Основную часть сохранившихся писем опубликовал Ондар (1977), но, к сожалению, весьма небрежно. Мы (1990, с. 53 – 78) исправили многочисленные ошибки, допущенные в этом источнике, и дополнительно опубликовали найденные нами черновики 12 писем Чупрова Маркову, которые тот безусловно получил.

Мы не имеем в своем распоряжении ни писем Маркова Ляпунову (они хранятся в фонде Ляпунова Архива РАН), ни, очень возможно, другим ученым, но собранные нами материалы уже свидетельствуют о том, что Марков старался быть в курсе всего, что делали другие российские авторы в области теории вероятностей и статистики.

Напомним также, что Гродзенский (1987) опубликовал немало газетных общественно-политических писем Маркова, которые он обнаружил в двух архивах, и указал, что некоторые из них, видимо, признанные слишком острыми, так и не появились в свет в свое время. Недаром печать стала называть Маркова *Боевым академиком* и *Неистовым Андреем* (Шейнин 1993, с. 194); многие материалы в нашем тексте свидетельствуют: слишком боевым, чересчур неистовым! К сожалению, Гродзенский не снабдил свою книгу никаким справочным аппаратом и не перечислил письма Маркова в своем оглавлении. Хуже того: он не сообщил точного местонахождения оригиналов писем и не выяснил, которые из них он публикует впервые.

Много было написано о невообразимом стиле Некрасова (см. Письмо № 69), о чудовищном смешении математики, религии и мелкой философии (которое он упорно защищал, см. Письмо № 71) в его сочинениях, о его немыслимых, а иногда отвратительных высказываниях (там же), о явных выдумках (школа теории вероятностей шести ученых, в том числе Ф. А. Бредихина и Н. В. Бугаева, см. Прим. 71.4), и о чисто математических просчетах (Соловьев 1997).

Причины, мы бы сказали, перерождения Некрасова примерно в 1900 г. (но только в теории вероятностей и статистике, а не в механике) разумно усматривали и в его воспитании (он закончил семинарию, а не гимназию, и был глубоко религиозен), и в загруженности административной работой (отсюда по крайней мере ошибки), см., например, Письмо № 65. Некрасов был ректором Московского университета с 1893 по 1898 год, дольше положенного срока, потому что Николай II повелел ему оставаться и дальше (Шейнин 2003, с. 338 со ссылкой на В. Я. Выгодского).

Став затем попечителем Московского учебного округа, Некрасов ведал всеми его учебными заведениями (в том числе Московским университетом). Анонимный автор статьи в *Московских Ведомостях* 13 (25) и 15 (27) марта 1898 г. выразил надежду, что в своей новой должности Некрасов будет продолжать воспитывать молодежь в духе долга перед Богом, царем и отечеством. Наконец, в 1905 г. Некрасов стал членом Совета Министра народного просвещения, – именно так этот Совет и назывался.

В бытность свою ректором университета Некрасов, вопреки мнению крупнейшего физика, А. Г. Столетова, высказал весьма положительное мнение о серьезнейшей диссертации Б. Б. Голицына, будущего сооснователя сейсмологии, см. *Ученые записки Моск. Университета*, Отдел физико-математический, вып. 11, 1894. Но и вообще до своего перерождения (а частично и после, но никак не в области теории вероятностей) Некрасов был крупным ученым; уже за его диссертацию (1884) Академия наук по своей собственной инициативе (на конкурс он *не подавал*) присудила ему премию Буняковского. Он стал широко известен не только в России, но и в Германии, где опубликовал пять статей в престижном математическом журнале (см. Письмо № 66).

На наш взгляд, всё-таки именно религиозность Некрасова в наибольшей степени столкнула его с Марковым, который не только оспорил мнение Буняковского о незыблемости библейских преданий (ср. начало *Опыта моральной арифметики* Бюффона в этом сборнике), но и ходатайствовал, правда, неудачно, об отлучении от православной церкви (Письмо № 45). В сочетании с его провалившейся попыткой добиться цельного знания (Письмо № 71 и Прим. 71.3) это привело Некрасова к ошибочному восприятию идей религиозного философа В. С. Соловьева (Шейнин 2006а, с. 154), а именно к *подчинению* математики религиозным догмам. Мы сказали *ошибочному* ввиду утверждения Борткевича (1903/2004, с. 124) о том, что Некрасов "имеет неосторожность считать себя солидарным [с Соловьевым]" и "особенно часто произносит всуе" его, Соловьева, имя.

Сам Некрасов (1912, с. 408) заявил, что философия не должна быть служанкой религии, но мы не уверены, что он придерживался этого утверждения.

Некрасов часто упоминал Бугаева в связи с математикой дискретного (аритмологией), мы же приведем несколько выдержек, поясняющих мысли Бугаева (1868, с. 209; 1904, с. 366) о теории вероятностей:

Отдел математики, известный под именем теории вероятностей, внес ясные представления в понятие о вероятности случайных явлений и дал возможность делать о многих их них точные числовые заключения. К области этих явлений должны быть бесспорно отнесены многие общественные явления. […] *Закон больших чисел показал, что случайные элементы, нарушающие правильный ход явлений, могут быть устраняемы большим числом наблюдений.* […] *Психофизические исследования Фехнера показывают, что при помощи цифр, на почве теории вероятностей, можно делать весьма верные заключения в науке о душе.*

Кроме явлений, подчиняющихся в своем развитии законам непрерывности, существуют в природе более сложные явления, не подчиняющиеся этим законам. Там иногда приложима теория прерывных функций. […] *Наконец, там, где явления не подчиняются правильным законам, приложимо учение о* *случайности. Из совокупного применения всех этих отделов математики образуется истинное научно-философское миросозерцание.*

Заметим, впрочем, что, в соответствии с диалектикой случайного и необходимого, массовые случайные явления тоже подчиняются правильным законам. К Некрасову более непосредственное отношение имели утверждения Бугаева о приложимости теории вероятностей к общественным явлениям и к исследованиям "в науке о душе", – к свободной воле, о которой он рассуждал весьма неудачно (1902). Это то самое сочинение, которое резко критиковал Борткевич, см. выше, притом также за поверхностное и устаревшее исследование системы Кетле (заявленная Некрасовым цель) и которое он вообще полностью опровергнул, см. Прим. 66.1. В ответ Некрасов (1916а, с. 42 – 43) назвал Борткевича "типичным марксистом" (ничего подобного), "сенсационная" статья которого имела целью скомпрометировать его, Некрасова, и что он (Некрасов 1910) ответил Борткевичу. Мы не видели ответа Некрасова, но сомневаемся, что ему удалось отстоять свой опус.

Некрасов (Сенета 1984; Соловьев 1997) наметил доказательство ЦПТ для сумм решетчатых случайных величин в случае больших уклонений, который начал изучаться лишь через полстолетия позже. Досконально проверить его сложнейшие рассуждения не удается, потому что он применил чисто аналитический, а не вероятностный подход и не смог мало-мальски вразумительно изложить свои мысли. Во всяком случае, он притом расширительно и неверно определял решетчатые величины.

И вместе с тем Ляпунов (1901а), заметив у Некрасова этот новый случай, лишь указал, что у Чебышева ничего подобного не было, Некрасов же, вместо указания на новизну своего исследования, попытался доказать противное.

Биография Маркова хорошо известна, равно как и его серьезнейший вклад в теорию вероятностей (о теории чисел, в которой он также работал весьма плодотворно, мы не беремся судить), но в то же время его заслуги в теории ошибок явно преувеличены, а желание отстраниться от развития математической статистики замалчивается, см. Шейнин (2006b) и там же мы описали весьма неудачную попытку Маркова заново обосновать теорию вероятностей.

Биография Некрасова также известна. Впрочем, в публикуемых материалах читатель найдет мало- или совсем неизвестные подробности о жизни обоих ученых.

Нам осталось добавить, что письма, предваряемые указаниями типа (53 № 1), хранятся в Архиве РАН, в фонде Маркова 173 (опись 1), но ни фонда, ни этого номера описи мы не выписываем. Наконец, мы благодарны А. Л. Дмитриеву (Петербург) за присылку текстов писем №№ 42 – 44 и 67.

Готфрид Вильгельм Лейбниц

Опыт новых размышлений о человеческой жизни

Essay de quelques raisonnemens nouveau sur la vie humaine. Рукопись 1680 – 1683 гг., впервые опубл. в 1866 г. С параллельным переводом на немецкий включена в книгу Leibniz G. W. (2000), *Hauptschriften zur Versicherungs- und Finanzmathematik*. Ред. E. Knobloch, J.-Matthias Graf von der Schulenburg. Berlin, pp. 428 – 445

[1] Приложение этого исследования

Это исследование можно существенно использовать в политике, во-первых, для суждения о мощи государства и о численности населения по количеству смертей, которое устанавливается по спискам умерших, обычно составляемых в конце каждого года. И, во-вторых, для оценки средней продолжительности жизни, необходимой для определения справедливой стоимости пожизненных рент, что весьма полезно для государства. Это установил покойный г-н пенсионарий [глава государства Нидерландов] де Витт в записке [1671], посвященной указанной теме.

[2] Что такое вероятность и ее определение

Все эти рассуждения основаны на разумных вероятностях, и поэтому следует прежде всего пояснить, что такое вероятность и как ее надо оценивать. И я говорю, что [математическая] вероятность это ни что иное, как степень вероятности. Например, для кости, которую применяют при игре и которая имеет шесть в точности одинаковых граней, вероятность выпадения каждой одна и та же. Иначе, нет никакого основания полагать, что 1, или 2, […] или 6 будет выпадать чаще. Однако, если выбросить две кости одновременно и объединить количества выпавших очков в единую сумму, то вероятность семи очков окажется выше вероятности двенадцати. Притом первая вероятность будет втрое выше второй, потому что 12 очков может быть составлено только одним способом, а семь очков – тремя равновозможными способами, а именно как 6 и 1, 5 и 2 и 4 и 3[1].

[3] Правило для отыскания средних вероятностей, которых следует придерживаться при неопределенности

Если имеются многие вероятности и отыскивается средняя вероятность, чтобы на чем-то остановиться при неопределенности, то надо поступать следующим образом. Пусть, например, требуется установить стоимость какого-либо наследства, дома или другого имущества. По обычаю крестьян Брауншвейга – Люнебурга назначаются три группы оценщиков. Каждая состоит из определенного числа лиц, и оценщики, которые ее составляют, договариваются друг с другом об установлении стоимости, которую они и указывают от имени всей группы. Пусть, например, первая группа говорит, что имущество стоит 80 экю, вторая – 92 экю, и третья – 98. Чтобы определить среднее из этих трех оценок, принимают одну треть суммы всех трех […][2].

Этот способ, хоть он и крестьянский, основан на доказуемом рассуждении. Каждая группа оценщиков обладает одним и тем же весом, а число групп – три, так что каждая получает лишь треть того, что она установила и получила бы, будь она единственная. Поэтому следует принять 1/3 стоимости, указанной каждой […].

Отсюда мы выводим следующее правило. Имея многие равновозможные вероятности, следует составить сумму их всех и разделить ее на их число, что даст нам значение средней вероятности.

[4] Обычный предел человеческой жизни составляет 80 лет, если пренебречь малым числом тех, кто переступает за него

Что касается человеческой жизни, то в соответствии со священным писанием [Псалом 89:10] и опытом[3] я предполагаю, что наибольшая из употребляемых [различными авторами?] продолжительностей жизни составляет 80 лет, так что человек может прожить самое большое 80 лет, но не доживает до 81 года, т. е. до числа, которое по мнению некоторых называется [считается] наибольшим климактерическим [критическим], потому что оно равно 9x9. Мы пренебрегаем здесь малым числом тех, кто переходит за этот возраст.

[5] Частные соображения, от которых мы здесь отвлекаемся, применяя их только к частным случаям

Предполагая сказанное, следует иметь в виду, что существует два вида соображений, которыми можно пользоваться при оценке [продолжительности] человеческой жизни. Одни неопределенны, менее общи и зависят от опыта, другие же, более общие и более подходящие для вычислений, зависят от [основаны на] преимуществах рассуждения. Что касается первых, то некоторые полагают [например], что мужчины живут дольше женщин и что от оспы и других болезней умирает намного больше детей, чем молодых людей.

Можно также полагать, что в больших городах умирает относительно намного больше людей, чем в деревнях и что то же самое имеет место для лиц одной профессии по сравнению с другой, и что есть такие страны, в которых люди обычно доживают до ста лет и дольше. Но, поскольку эти частные соображения слишком отличаются друг от друга, мы ими здесь пренебрежем, кроме как при приложении наших общих соображений к некоторым частным случаям[4].

[6] Основное предположение: 81 новорожденных вымирают равномерно, т. е. по одному в течение 81 года

Итак, мы пренебрегаем крепостью, полом, профессией, государством и другими обстоятельствами, каждое из которых можно при необходимости учесть, и будем в общем полагать, что все люди обладают одной и той же жизненной силой и что каждый год жизни является в равной мере решающим для человеческой природы. И вот как мы поступим.

Рассмотрим 81 недавно рожденных младенца и, поскольку мы предположили, что никто не доживает до 81 года, примем, что все они должны будут умереть в течение этого срока, 81 года. А так как мы предположили, что все годы жизни одинаково решающи, то эти младенцы будут вымирать за это время равномерно, т. е. по одному ежегодно. Наконец, поскольку мы приняли, что все обладают одной и той же жизненной силой, то узнать, кто именно должен будет умереть первым, вторым, третьим, и т. д., можно как бы по жребию, потому что нет более высокой вероятности или больше оснований для выбора одного, а не другого.

[7] Строгое доказательство, что средняя продолжительность жизни составляет 40 лет и что пожизненная рента, купленная на недавно рожденного младенца, должна полагаться равноценной пенсии в течение 40 лет

Теперь мы легко определим среднюю продолжительность жизни. Для любого из указанных младенцев в его частном случае имеется такая же вероятность умереть на первом, на втором или на третьем году жизни, какая существует и для любого иного возраста вплоть до 81 года. Если он умрет на первом году жизни, то не достигнет годичного возраста и количество прожитых им лет будет равно нулю; если он умрет на втором году, то достигнет этого возраста и количество прожитых им лет будет равно 1 […] и т. д., потому что мы пренебрегаем дробными долями года. Наконец, если он умрет на 81-м году, его возраст или число прожитых им лет будет равно 80.

Итак, мы имеем 81 возможных возрастов или равновероятных оценок [продолжительности] человеческой жизни, т. е. годы 0, 1, 2, […] до 80. И, чтобы определить среднюю оценку, следует отыскать сумму всех этих оценок […], 3240, что легко проверить, и разделить ее на число одинаково разумных оценок, т. е. на 81, что даст 40. И мы можем сказать, что 40 лет это средняя продолжительность человеческой жизни, и, следовательно, пожизненную ренту или пенсию на недавно рожденного младенца следует полагать пенсией на срок, равный 40 годам, и прекращающейся после его истечения[5]. Исходя из этого, можно оценить нынешнюю стоимость пенсии, т. е. ту цену, за которую подобную пенсию можно купить, учитывая при этом скидку, что я уже описал в другом месте и повторять здесь не стану.

[8] Правило для установления средней и предполагаемой продолжительности жизни, которая вероятно остается человеку определенного возраста[6], и, следовательно, для определения стоимости пожизненной ренты для него

Тем же способом, которым мы установили среднюю или предполагаемую продолжительность оставшейся жизни для новорожденного, можно определить ее для человека любого возраста. Например, годовалый ребенок может прожить еще 0 лет (если умрет до того, как достигнет конца того года, в котором он находится), или 1 год, или 2 года, […] и т. д., или, наконец, 79 лет. Итак, имеется 80 одинаково разумных оценок оставшейся жизни и сумма их всех равна […] 3160. Разделив ее на 80, т. е. на число оценок, получим 39 + 1/2, или, лучше (пренебрегая дробью), 39 лет оставшейся жизни для годовалого ребенка. А 10-летний ребенок может прожить еще 0, или 1, или 2 […] и т. д. до 70, и число возможных случаев равно 71. Разделив на 71 сумму 0 + 1 + 2 + […] и т. д. до 70, т. е. 2485, получим 35.

[9] Более краткое правило для определения того же самого

Но, поскольку вычисление суммы всех чисел в некоторой степени тягостно, вот гораздо более короткое правило. Спрашивается, сколько должен вероятно прожить 10-летний ребенок, т. е. какова средняя продолжительность его оставшейся жизни. Чтобы быстро определить это, вычитают 10 лет прожитой им жизни из 80, т. е. из наибольшей возможной продолжительности. Разность, равную 70 годам, мы должны уменьшить вдвое, и полученное число, 35, и будет искомым. Вот доказательство этого правила по предыдущим вычислениям.

Требуется определить сумму чисел, следующих друг за другом в естественном порядке, от 1 до 70, и разделить ее на 71. Но эта сумма равна половине того числа, которое мы получим при умножении 70 на 71. (И так же сумма чисел от 1 до 79 равна половине от 79, умноженной на 80, а сумма всех чисел от 1 до 12 равна половине от 12, умноженной на 13 и т. д., что легко доказать для всех случаев.)

И эта сумма, т. е. эта половина от 70, умноженная на 71, должна быть разделена на 71, так что умножение и деление уравновешивают друг друга, оставляя лишь половину от 70, т. е. 35. Можно поэтому разумно предполагать, что ребенок, достигший 10-ти лет, проживет еще 35 лет и что пожизненная рента, купленная для такого ребенка, должна полагаться равноценной пенсии на установленный срок, который составляет 35 лет. Для молодого человека 20-ти лет [продолжительность пенсии] оценивается в 30 лет, для лиц 30, 40, 50, 60, 70 лет – соответственно, в 25, 20, 15, 10 и 5 лет.

Таблица

[Табличные данные мы приводим в сжатом виде]

Для лиц, достигших возраста 0(1)5(5)80 лет

Вероятная продолжительность остающейся жизни составляет 40(1/2)37½(2½)0 лет

[10] Соотношение количеств лиц, умирающих в каждом возрасте. Например, можно полагать, что ежегодно умирает примерно 1/36 доля лиц, достигших 45 лет

Обратимся теперь к числу лиц. Мы установили, что 81 недавно рожденных младенцев вымирают равномерно в течение 81 года, т. е. ежегодно по одному, пока не умрут все. Следовательно, один из 81, не достигших годовалого возраста, умрет в течение года. В следующем году в живых останется только 80, каждый в возрасте 1 года, из которых умрет еще 1 […] и т. д. Или, что то же самое, если имеется большое число групп по 81-му человеку, т. е. сколько угодно групп, то ясно, что ежегодно будет умирать 81-я доля младенцев, которым нет еще года, 80-я доля годовалых, 79-я доля двухлетних и т. д., 71-я доля 10-летних […]. И вообще, если вычесть возраст, например, 30 лет, из 81, то разность, 51, будет означать, что умрет 51-я доля 30-летних. Наконец, в соответствии с нашим предположением все 80-летние умрут в течение года.

Таблица

[Табличные данные мы приводим в сжатом виде]

Из числа лиц в возрасте 0, 1, 2, 5(5)80 лет

В течение года должны будут умереть следующие доли (указаны знаменатели долей)   81, 80, 79, 76(5)1

Итак, если мы знаем число лиц определенного возраста, например, 50-летних, и разделим его на знаменатель соответствующей доли умирающих, т. е. на 36, то это будет означать, что из 10 000 50-летних в течение года умрет 322. И чем больше число взятых лиц, тем менее существенна будет при прочих равных условиях погрешность.

[11] Предположение: при большом количестве лиц их общее число и даже численности каждого возраста в частности остаются почти теми же, что и в предыдущем году

Мы дополнительно предположим, что плодовитость человека также остается неизменной и притом настолько совпадающей со смертностью, что число живущих остается почти без изменения, и даже, что в нынешнем году будет столько же младенцев в возрасте от года до двух лет, столько же 10-, 20-, 30-летних и т. д., сколько было в прошедшем, потому что мы видим, что людское множество, если и изменяется заметно, то лишь ввиду особых и необычных несчастных случаев[7] и что по крайней мере различие от года к году не особо заметно.

Я признаю, что в соответствии с [нашим] естественным состоянием население всегда будет быстро размножаться, чтобы заполнить те страны, которые еще недостаточно возделаны. Однако, помимо свирепствующих время от времени распространенных болезней, люди губят себя своими беспорядками столь многообразно, что их численность возрастает ненамного.

[12] Разумные соотношения количеств живущих каждого возраста. Например, из 3321 лица на одного 50-летнего приходится примерно двое 20-летних

Вот эти соотношения: один 80-летний, двое 79-летних, трое 78-летних, […], 31 пятидесятилетних, 61 двадцатилетних, 66 пятнадцатилетних, 71 десятилетних, 76 пятилетних, 79 двухлетних, 80 годовалых и 81 новорожденных, т. е. не достигших еще одного года. Если эти соотношения [числа] прибавить к раннее установленным соотношениям [числам] умирающих в каждом возрасте, то окажется, что будет сохраняться одно и то же число людей вообще и каждого возраста в частности.

Так, в текущем году умрет один человек каждого возраста и из двух 79-летних в 80-летние перейдет лишь один, потому что […]. Из троих 78-летних останется двое 79-летних […] и т. д. и также из 80-ти годовалых останется 79 в возрасте двух лет, а из 81 новорожденных умрет один, и годовалых в следующем году окажется 80. Но родится еще 81 ребенок, чтобы заменить тех 81 [различных возрастов], которые к тому времени умрут. И таким образом количество людей каждого возраста остается неизменным.

Следовательно, почти столько же умрет в одном возрасте, как и в другом. Например, в этом году умрет 100 двадцатилетних и столько же 50-летних и т. д. кроме как в нескольких частных случаях с младенцами. Отсюда следует, что если умирает 100 десятилетних, то умрет столько же 20- и 30-летних и вообще столько же одного возраста, сколько другого. Это не должно удивлять; если старики естественным образом более склонны умирать, их численность сравнительно меньше, потому что многие из молодых умирают *по дороге*, прежде, чем достигнут старости.

И поэтому не следует полагать, что стариков умирает больше, чем молодых. И если представляется, будто не должно умирать столько же крепких молодых людей, сколько стариков, то это было бы верно лишь при равной численности тех и других. Но число молодых настолько же больше, насколько их жизненная сила, и одно уравновешивает другое[8], так что количество смертей среди малого числа стариков равно количеству смертей среди многих молодых. Всё это также соответствует нашему предположению о том, что в описанном выше смысле все годы жизни являются равно решающими для человеческой природы.

Можно, правда, упомянуть много исключений, потому что обычно, ввиду их слабости, младенцев умирает намного больше, чем лиц других возрастов. Однако, помимо того, что я оставил в стороне подобные частности, в которых имеет значение здоровье, следует еще учитывать, что как правило на 3321 человека приходится более 81 крещений, или более одного на 41 человека. Избытком крещений и смертей следует, однако, пренебречь, потому что, если рождается больше детей, чем я предполагал, то больше, опять-таки чем я предполагал, их будет скошено в самом нежном возрасте, так что их не нужно принимать в расчет[9].

[13] Ежегодно умирает примерно сороковая часть населения. И, чтобы оно сохранялось неизменным, должно рождаться примерно столько же и может быть немного больше

Отсюда мы можем заключить, что ежегодно умирает примерно сороковая часть населения, потому что на одного 80-летнего будет два 79-летних, три 78-летних и т. д., 79 двухлетних, 80 годовалых и 81 новорожденных. Общее их число будет равно 1 + 2 + 3 и т. д. до 79 + 80 + 81, т. е. 3321. Умирает один человек каждого возраста, и поэтому из указанных 81 возрастов умрет 81 человек. Итак, умирает 81 из 3321, или […] один из 41. Иначе, умирает примерно сороковая доля живущих и это соответствует опыту, хоть и установлено априорно, одними лишь рассуждениями.

Замечено, что в больших городах и в местах, несколько неблагоприятных для здоровья, умирает добрая тридцатая часть, а в некоторых местах с особо хорошим воздухом, – лишь пятидесятая, так что можно принять разумное среднее, т. е. сороковую долю[10]. И это то число, которое совпадает со средней продолжительностью человеческой жизни, которая, как мы определили, составляет 40 лет. Кроме того, можно заметить по поводу соотношения количеств людей различных возрастов, что число молодых 20-летних людей почти вдвое превышает число 50-летних и нетрудно также вычислить подобные соотношения между установленными выше числами.

[14] Ясно, что может рождаться в 9 или 10 раз больше детей, чем рождается на самом деле

Предположим также, что женщин столько же, сколько мужчин и тогда можно будет оценить, сколько из них будет в возрасте от 15 до 44 лет, т. е. способных рожать. Этих женщин будет 705 из 3321, т. е. в соотношении, не очень отличающемся от 3:10 [от 2:10!][11], что было установлено по лондонским бюллетеням о смертности. Отсюда следует, что вряд ли десятая или девятая доля этих женщин беременеет ежегодно[11], потому что эти 870 женщин [?] вряд ли рожают 80, 90 или 100 детей ежегодно.

Многоженство не является подходящим средством для размножения населения кроме как в странах, в которых число женщин намного превышает число мужчин. В Европе таких стран быть может и нет.

Примечания

1. На самом деле – шестью способами; не только, например, как 6 и 1, но как и 1 и 6.

2. Это же рассуждение Лейбниц привел в своей книге (1765/1936, кн. 4, гл. 16), в которой добавил: "Это аксиома […] равно принимать в расчет равноценные предположения".

3. Лейбниц несколько раз ссылается на *опыт*, т. е. на статистические данные, но не указывает никаких источников; исключение см. Прим. 11.

4. Трудно подразделить соображения на общие и частные, и во всяком случае особую детскую смертность следовало бы отнести к первому типу.

5. Ренту на младенцев не покупали, см. мемуар Даниила Бернулли 1766 г., параграф 9(6), в этом сборнике.

6. Лейбниц не отделяет средней продолжительности жизни от вероятной. Различие между этими понятиями прекрасно представлял себе уже Гюйгенс (1669).

7. Чуть ниже Лейбниц добавляет: "люди губят себя …" Его второе добавление (свирепствующие болезни) тоже нельзя отнести к несчастным случаям, пусть необычным.

8. Это заключение ниоткуда не следует.

9. И это заключение никак не обосновано.

10. Не *разумное* среднее, а вынужденное, ввиду отсутствия соответствующих данных. И всё-таки можно было бы хоть как-то взвесить обе указанные смертности.

11. По *лондонским бюллетеням*, т. е. по Граунту (1662, гл. 8, п. 4 и гл. 11, п. 4), количество мужчин превышало количество женщин (что вряд ли соответствовало истине), а фертильные женщины составляли половину женского населения.

12. Неужели Лейбниц полагал, что женщинам следует рожать ежегодно? Заметим еще, что Галлей (1694, конец мемуара) несколько позже решил, что детей могло бы быть вчетверо (но не в 9 – 10 раз) больше, чем на самом деле, не будь у мужчин обоснованного опасения обременять себя семьей.

Библиография

Галлей Э, Halley E. (1694), Some further considerations on the Breslaw bills of mortality. *Phil. Trans. Roy. Soc.*, vol. 17 for 1693, No. 196, pp. 654 – 656. Перепечатка тома: Нью-Йорк, 1963. Перевод: Некоторые дальнейшие рассуждения о бюллетенях смертности в Бреслау. В книге Граунт Дж., Галлей Э. (2005), *Начала*

статистики населения, медицинской статистики, математики страхового дела. Берлин, с. 119 – 121. Также www.sheynin.de
Граунт Дж., Graunt J. (1662), *Natural and Political Observations Made upon the Bills of Mortality.* Перепечатка: Baltimore, 1939. Перевод: Естественные и политические наблюдения над бюллетенями о смертности. Там же, где Галлей (2005), с. 7 – 105.
Гюйгенс, Х., Huygens C. (1669, рукопись), [Correspondence with brother]. *Oeuvres complètes*, t. 6. La Haye, 1895, pp. 515 – 518, 524 – 532, 537 – 539. Перевод: [Переписка братьев Гюйгенс.] В книге *Вторая хрестоматия по истории теории вероятностей и статистики*. Берлин, 2007, с. 62 – 72. Также www.sheynin.de
Лейбниц Г. Ф. (1765, франц.; написано в 1704 г.), *Новые опыты о человеческом разуме*. М. – Л., 1936.
Шейнин О. Б., Sheynin O. B. (1977), Early history of the theory of probability. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 17, pp. 201 – 259.
--- (1986), Якоб Бернулли и начало теории вероятностей. В книге Бернулли Я. *О законе больших чисел.* Ред. Ю. В. Прохоров. М., с. 83 – 115.
De Witt J. (1671), Waerdye van lijf-renten naer proportie van los-renten. Перепечатка: Bernoulli Jakob (1975), *Werke*, Bd. 3. Basel, 1975, pp. 329 – 350. Перевод: Hendriks F. (1852), Contributions to the history of insurance. *Assurance Mag.*, vol. 2, pp. 121 – 150, 222 – 258 (pp. 232 – 249).

2. Даниил Бернулли

1. Аноним, О новом исследовании смертности, вызванной оспой, и о выгоде вариоляции для ее предотвращения

Sur une nouvelle analyse de la mortalité causée par la petite verole et des avantages de l'inoculation pour la prévenir. *Hist. Acad. Roy. Sci. 1760 avec Mém. math. et phys. pour la même année*, pp. 179 – 194 первой пагинации. Опубл. 1766.

Хотя выгоды вариоляции уже были пространно обсуждены (см. *Мемуары*[Академии, см. мемуары Кондамина]), следует согласиться, что не было еще метода, который руководил бы нами при ее исчислении. Оставляя в стороне риск, который быть может связан, или не связан, с вариоляцией, и рассматривая ее лишь как средство избавления от натуральной оспы, достаточно хорошо чувствуется, что она действительно выгодна. Но так же хорошо чувствуется, что эта выгода не одна и та же во всех возрастах. Представляется, что опасность заболеть натуральной оспой, равно как и погибнуть от нее, сохраняется до конца жизни.

Мы не знаем, остается ли каждый из этих рисков всегда одним и тем же; если же они изменяются [с возрастом], то мы не знаем по каким законам это происходит. Но будь даже эти опасности хорошо известны, ясно, что до сих пор никто никак не применил подобных сведений надлежащим образом к вычислению выгоды вариоляции, хоть она и зависит существенно от этих двух обстоятельств. Кроме того, эти риски не всегда постоянны; весьма осредненно говорят, что натуральная оспа уносит тринадцатую или четырнадцатую долю каждого поколения, а некоторые списки указывают даже более, чем тринадцатую.

Известно, кроме того, что эта болезнь истребляет примерно седьмую или восьмую долю заболевших ей, и по крайней мере это соотношение принимается для большого числа эпидемий. При некоторых погибает до трети и более заболевших, но при других – лишь 20-я, 30-я, или 40-я доля. Однако, в Англии указанное среднее соотношение иное, чем в Париже, в Париже – не такое, как в Базеле, и аналогично во многих других случаях. Соотношение смертности от натуральной оспы к общей смертности рода человеческого в Англии составляет 1/14; по спискам г-на Зюссмильха […], однако эти последние […] основаны лишь […].

Следует действительно пожелать, что все средние соотношения были бы точно определены для различных мест, пока же наша единственная возможность – сформулировать наиболее правдоподобные предположения. И вот те, которые принял г-н Даниил Бернулли.

Он предположил, что опасность заразиться натуральной оспой одна и та же для всех лет жизни, и это соответствует наблюдениям относительно всех молодых людей до 16 и даже 20 лет. И, хотя с первого взгляда это предположение не столь же правдоподобно для последующих возрастов, г-н Бернулли показывает, что оно [и в этом случае] не менее точно. По существу, если верно, что число заболевших оспой после 20 лет убывает пропорционально удалению от этого возраста, то следует обратить внимание на то, что причиной служит очень большое число уже переболевших ей.

Второе предположение г-на Бернулли, что при любом возрасте заболевшего оспой опасность умереть всегда одна и та же, достаточно соответствует данным о лицах старше 20 лет. После этого возраста оспа обычно считается более опасной, и в этом смысле предположение г-на Бернулли требует особой проверки, что он впоследствии и сделал, и о чем у нас будет случай сказать.

Целью г-на Бернулли было отделение смертности от натуральной оспы от общей смертности, и он прежде всего занялся исследованием второй из них, справляясь со списками умерших в различных странах. Эти списки указывают, сколько человек ежегодно умирает в каждом возрасте из заданного числа людей, которые считаются рожденными в одно и то же время, вплоть до смерти последнего из них. Чтобы выправить неравенства, которые естественным образом влияют на подобные сведения, из многих ежегодных списков принимают среднее. Г-н Галлей представил таблицу смертности, на которой после достаточного исследования г-н Бернулли счел необходимым остановиться, но он тем не менее выправил смертность на первом году жизни по наилучшим наблюдениям и установил, что из 1300 новорожденных до годичного возраста доживает 1000.

Обсудив всю эту предварительную стадию, г-н Бернулли приступил к аналитическому исследованию проблемы. Оно состояло в отыскании связи, которая должна существовать между возрастом, числом доживавших до него, числом не заболевших оспой и рисков заболеть ей и умереть от нее в каждом возрасте.

Возрастание числа заболевающих в течение определенного промежутка времени зависит от числа тех, которые еще не болели ей, от самого этого промежутка и числа лиц, которые могут за это время умереть от других болезней, а также от риска заболевания оспой в данном возрасте.

Сочетание связей между этими различными причинами [аргументами] привело г-на Даниила Бернулли к уравнению, которое выражает общее отношение между упомянутыми только что величинами. Этот ученый академик никак не учел риска повторения оспы, в существовании которого он, видимо, сомневается и который, ввиду малого числа известных примеров, во всяком случае может лишь незначительно повлиять на возможные следствия его решения.

Само решение, рассмотренное аналитически, предоставляет геометрам много интересных замечаний, но с ними следует ознакомиться в самом мемуаре. Мы ограничимся указанием на численные результаты и на их приложения, которые находит для них г-н Бернулли. Хотя он предположил, что риск заболевания оспой и смерти от нее постоянны для всех возрастов, он не ограничил свое решение какими-то определенными их значениями и его оказалось возможным приложить к районам, в которых по имеющимся наблюдениям значения рисков иные. Тем не менее, чтобы сравнить свои вычисления с наблюдениями, г-н Бернулли придал в них каждому риску значение, основанное на наибольшем числе наблюдений.

Так, он предположил, что заболевает каждый восьмой и что из восьми заболевших умирает один. После этого г-н Бернулли составил таблицу, в первом столбце которой указал возраст в годах, […], в восьмом – число умерших от всех болезней кроме оспы в каждом текущем году. Из этой таблицы следует, что к полному шестилетнему возрасту число оставшихся в живых состоит поровну из тех, […], так что по поводу каждого [данного] новорожденного можно ставить 11 против одного, что он заболеет до 15-ти лет и 39 против одного, что заболеет до 24 лет.

Предположения г-на Бернулли, как мы уже заметили, не относятся, строго говоря, к возрастам выше 24 лет, однако при их сравнении с наблюдениями их можно распространить, допустив, что число не заболевших оспой, сокращается вдвое каждые пять лет. И поэтому из поколения 1300 [новорожденных] к возрасту 49 лет таких останется не более одного. В соответствии с тем же анализом их будет лишь 32 в возрасте 24 лет, из которых, как следует полагать, в течение года от оспы умрут лишь трое, потому что восьмерых унесут другие болезни, как это указывает обычная смертность. Добавляя этих троих к 98 погибшим от оспы до 24 лет, выясним, что всего от нее умрет 101 из 1300, т. е. 1/13 часть поколения, что в точности соответствует опыту.

Седьмой столбец этой же таблицы указывает, что из всех умирающих от оспы половина погибает до пятилетнего возраста, а восьмой столбец устанавливает, что в возрасте от 12 до 13 лет опасность умереть от всех других болезней кроме оспы ниже, чем в любом другом возрасте. Полная оспенная смертность составляет

1/13 часть всей смертности, однако от года к году она резко изменяется. На первом году жизни она составляет 1/17, затем возрастает до 2/3 в возрасте девяти лет и далее убывает […]. В 24 года оспенная смертность доходит не более чем до 1/15 полной. Многие другие сравнения подтверждают выбор предположений, сделанный г-ном Бернулли.

Этот ученый академик затем переходит к исследованию возрастания средней продолжительности жизни, будь все избавлены от натуральной оспы. […]. Для безоспенного состояния следует вначале определить число живущих лиц каждого возраста из данного поколения, вычислить сумму всех этих чисел и разделить на численность поколения.

Имея это в виду, г-н Даниил Бернулли составил вторую таблицу, которая показывает число уцелевших в оспенном и безоспенном состояниях и разности этих двух чисел. Эта таблица может послужить и для многих других целей, которые г-н Бернулли разъясняет и которые могут оказаться полезными для решения многих возможных вопросов о вариоляции. Но, чтобы вернуться к средней продолжительности жизни, из его исследований следует, что она составляет 26 лет и 7 месяцев в естественном состоянии и 29 лет 9 месяцев при отсутствии оспы. Получив многие другие следствия, о которых, чтобы слишком не распространяться, мы не можем сообщить, г-н Бернулли определяет более подробно основания, по которым мы должны высказаться за или против вариоляции.

Нет сомнения, что при отсутствии всякого риска отказ от вариоляции детей был бы извращением, так что трудность [в выборе] зависит лишь от этого риска. Соответственно, г-н Бернулли исследует следующую проблему: *каковым окажется состояние человечества, если за счет некоторого числа жертв можно будет избавиться от натуральной оспы*. Здесь отчетливо видно, что он рассматривает вариоляцию по отношению к государству, а не к отдельному человеку. Решение этого вопроса, который вначале представляется достаточно трудным, весьма просто следует из принципов г-на Бернулли. Опишем его идею. Пусть риск умереть от вариоляции составляет 1/200 (что намного преувеличено), тогда понятно, что число, указывающее состояние поколения в случае человечества, избавленного от оспы, надо будет уменьшить в отношении 200/199. Г-н Бернулли привел метод для соответствующего вычисления, и легко вместе с ним определить, что число уцелевших из 1300 в возрасте полных одного, двух и трех лет оказывается равным соответственно 1012, 877, 831. В безоспенном состоянии эти числа равны 1017, 882 и 833, так что разности […]. Но в естественном состоянии те же разности оказываются равными 17, 27 и 35. Видно, что в течение первых трех лет жизни вариоляция унесет 12 жертв, тогда как, покоряясь натуральной оспе, поколение потеряет 79 детей. Разница окажется еще поразительнее, если учесть большее число лет. Кроме того, нельзя упускать из вида, что предположенное число жертв вариоляции преувеличено.

Мы указали, что в естественном состоянии средняя продолжительность жизни составляет 26 лет и 7 месяцев и 29 лет и примерно 9 месяцев при отсутствии оспы. Непременно полагая, что вариоляция уносит одного человека из 200, мы получим среднюю продолжительность жизни, равную 29 годам и 7 месяцам, так что в указанном предположении вариоляция сокращает эту продолжительность лишь на 2 месяца, если только человечество будет полностью избавлено от бедствия натуральной оспы.

Г-н Бернулли добавил много других соображений, клонящихся к доказательству того, что даже при значительно более высоком риске вариоляции ее выгода для государства не окажется пренебрегаемой. Что же касается подробностей, для них нужны другие соображения. Конкретные обстоятельства потребуют специальных вычислений для определения наиболее выгодного возраста для вариоляции. От этих соображений г-н Бернулли переходит к исследованию многократно повторенного возражения, а именно, что инокулированные распространяют заразу […]. По этому поводу ученый академик прежде всего замечает, что для человечества было бы возможно лучше, превратись оспа в эпидемическое [эндемическое] заболевание, которое выказывает свое действие однообразно и без перерыва […]. Далее г-н Бернулли нападает на указанное возражение более непосредственно и более победоносно, сравнивая заразу, возникающую при обычном ходе событий в природе с той, которая имела бы место, будь все новорожденные инокулированы. […]. Кроме этой оценки необходимо еще учесть протяженность поверхности тела больного […], так что в первом случае зараза оказывается в 32 раза большей, чем во втором.

После этих соображений г-на Бернулли представляется, что наиболее благоприятное время для того, чтобы при помощи вариоляции вырвать у оспы наибольшее число жертв, это раннее детство. По существу, к пятилетнему возрасту уже погибает половина из тех, кому было суждено умереть от нее, и 3/4 – к девяти годам. Представляется, что надлежащее время это то, когда младенцев прекращают вскармливать […]. Мы заканчиваем здесь наш анализ мемуара г-на Бернулли, в котором можно найти исследование еще многих других вопросов по той же теме, в равной мере интересных своей полезностью, тонкостью, широтой взглядов автора, и, наконец, новизной приложения анализа к проблемам такого рода.

1.2. Даниил Бернулли, доктор медицины, профессор физики Базельского университета, иностранный член [Парижской] академии наук, Размышления о выгоде вариоляции

Reflexions sur les avantages de l’inoculation. *Mercure de France*, 1760. Перепечатка: Bernoulli (1982, pp. 268 – 274)

Зачитано в открытом заседании [Академии наук]16 апр. 1760 г.

[1] Из всех тех, кто исследовал этот вопрос, никто не станет оспаривать, что наибольших успехов достиг г-н Кондамин (1759). Он уже сумел убедить лучшую часть рассудительного общества в громадной пользе вариоляции. Что же до остальных, разумные рассуждения для них бесполезны, потому что они не поступают в соответствии с принципами и их приходится подводить как детей к лучшему для них самих. Лишь обычай сможет протянуть им руку помощи.

Вариоляция вскоре будет принята в Европе, если дельные политики захотят сплотиться с миром, и, я даже скажу, с христианским милосердием. И я обращаюсь к тем, кто скорее из ревностного усердия нежели просвещенности полагает, что этот метод [вариоляция] преступен. Разве не признают они, что Господь повелел роду людскому, созданному Им по образу и подобию своему, сохраняться и размножаться?

Остается лишь доказать им, что вариоляция бесспорно является наиболее надежным и успешным методом для исполнения подобных заповедей (vues). Но тщетно будут те, кто размышляет, признавать эту истину, тщетно ожидать от нее плодов. Для государства она упущена, пока массы не убедятся [в ее пользе]. Это станет возможным лишь после многочисленных и обширных опытов, проводимых, коротко говоря, общественным учреждением в лечебных заведениях, как, например, в приюте для подкидышей, в котором вариоляции подвергаются все за исключением тех, кому это противопоказано.

[2] Я не сомневаюсь, что в результате подобных мер менее чем за десять лет практика вариоляции станет во Франции обычной, если только ежегодно будут публиковаться подлинные списки [отчеты], находящиеся притом в должном порядке. Кроме удовлетворения ежегодным спасением большого числа лиц это вскоре приведет к усовершенствованию метода вариоляции, которая окажется вполне безопасной, если она вообще [пока] связана с риском.

Я оговариваюсь потому, что наблюдения не устанавливают такого риска. Списки умерших доказывают, что из 20 000 четырехлетних детей в течение года умирает около 700, или примерно 60 в месяц[1]. Если, стало быть, принять один месяц за продолжительность болезни, вызванной вариоляцией, то в течение этого времени по меньшей мере 60 детей из 20 000, т. е. 1:133 [1:333], вероятно умрет независимо от ее последствий. Если же ограничить критический срок 15-ю днями, то это соотношение окажется равным 1:661 [1:667], что лишь немного отличается от значения 1:593, выведенного в лондонском лечебном заведении для вариоляции лиц всех возрастов за четыре года и опубликованного его администрацией.

Для каждого возраста действительно требуется своя оценка, однако эти результаты достаточно свидетельствуют, что еще не установлено как следует, что вариоляция хоть в какой-то значительной степени связана с риском; еще не доказано, что число умирающих в течение критического срока после нее превышает то же число среди тех, кто ей не подвергался. И поэтому позволительно еще предполагать, что вариоляция не сопровождается никаким риском, лишь бы она была проведена должным образом.

Так какие же сомнения заставляют отказываться от проверки этой истины такими более вескими свидетельствами, как серией дозволенных опытов, результаты которых станут достоянием общества? Единственная помеха, которую я предвижу в их проведении, это возможное уменьшение на первом году числа подкидышей ввиду опасения вариоляции[2]. Хорошо это или плохо? Как бы то ни было, на второй или позднее, на третий год, всё вернется на прежний лад. А после подобных опытов найдется ли отец семейства[3], который не последует примеру, дозволенному общественным учреждением? Признание успеха вскоре заставит замолкнуть робкие предубеждения и ничего не будет слышно, кроме голоса отеческой любви и милосердия. Другие нации неизбежно воодушевятся примером наиболее просвещенной из них[4], и со временем столь спасительная для блага человечества практика станет повсеместной.

Возможно, что после атаки на ее основу эта болезнь [оспа] через два или три поколения изменит свою суть и лишится всего своего яда или же исчезнет сама собой. Если мы проследим за большим числом женитьб, супруги в которых были инокулированы, и за судьбой их детей, то сможем определенно ответить на этот вопрос.

[3] Две главные причины для вариоляции это человечность и интересы государства. Род людской желает обезопасить и сохранить жизнь каждого, и молодого, и старого, а интересы государства требуют заселения Королевства. Возрастание числа подданных приведет к росту доходов Короля, который можно оценить в 20 ливров с каждого человека ежегодно, если считать, что население составляет18 *млн*, а этот доход – 360 *млн*. Я не настаиваю на точности этого соотношения, но если [даже] сократить его вдвое, выгода всё же со временем окажется огромной.

Возрастание доходов никак не является единственной выгодой для государства, которую надлежит здесь рассматривать. Другое важное соображение состоит в том, что все юные годы до 16 или 18 лет сами по себе не только бесполезны, но целиком обременяют общество. Они ничего или почти ничего не дают для общественных нужд. Если учитывать только интересы общества, лучше было бы всем, кому суждено умереть до 16 лет, вовсе не появляться на свет. Потеря ребенка до того, как он достигнет этого возраста, означает немедленную потерю всех расходов, потраченных на него в течение всей его жизни без малейшей пользы для общества. Разве этой причины не достаточно для того, чтобы уделять наибольшее внимание сохранению детей до этого возраста зрелости, предохраняя их от столь смертоносной болезни, которая чаще всего обрушивается именно на них? Имей оспу иную природу, и нападай она только на глубоких стариков, политические причины [для ее подавления] исчезли бы. Но мне представляется, что причины человеколюбия остались бы без изменения.

[4] От общих соображений я перехожу к некоторым частным рассуждениям о вариоляции. Довод против нее, заслуживающий внимания, состоит в том, что большое число лиц никогда не заболевает оспой. Да, по отношению к ним эта процедура явно бесполезна и даже жестока, поскольку заставляет их переносить неприятное заболевание. Скажу больше: если вариоляция сопровождается хоть самым малым риском для жизни, она становится [для них] деспотичной и кощунственной. На всё это я могу ответить лишь единым словом: легкие страдания нельзя сравнить с малейшим риском для жизни, а при вариоляции он равен или почти равен нулю. Указанное возражение лишь доказывает, что не следует инокулировать тех, кто никогда не заболеет оспой, если только можно отличить их от остальных, и с этим я охотно соглашусь.

Но те, кто так сильно подчеркивает довод о возможности никогда не заболеть, не противоречат ли они сами себе? Они соглашаются с пользой вариоляции для тех, кому предстоит вскоре заболеть; тем не менее, среди всех подобных примерно 6 из семи вовсе не умрут. И поэтому я спрошу затрудняющихся, почему они соглашаются на вариоляцию для всех тех, которые вскоре заболеют, раз уж для шести из семи из них эта процедура оказывается бесполезной? На это они могут ответить иначе, чем сказанное мной [от их имени] выше, т. е. сказав, что нельзя отличить одних от других, и, следовательно, нельзя воздерживаться от всеобщей вариоляции.

Впрочем, сохранение жизни не является единственным благим результатом вариоляции. Известно, что последствия натуральной оспы часто оказываются плачевными [для переболевших ей], а иногда ужасающими, и в то же время известно, что после вариоляции ей заболевают крайне редко, а вернее никогда. Каково соотношение страданий от натуральной оспы, пусть наименее злокачественной, и оспы после вариоляции даже в худших случаях? Я беру в свидетели врачей, даже высказывающихся по какой-то печальной неизбежности, которую я никогда не мог понять, против вариоляции. И я могу сослаться на себя как на очевидца. Я видел много больных и тем, и другим видом оспы. На тех, кто подвергся вариоляции и рожденных в семьях, в значительной степени пораженных оспой, иногда было много гнойничков. Я не сомневаюсь, что натуральная оспа погубила бы их и при всём при том их состояние показалось мне скорее недомоганием, а не сильным страданием. Но я не могу без волнения вспоминать печальное состояние некоторых из тех, кого настигла натуральная оспа.

[5] Рассмотрим еще каким образом следует изучать опасность, которая, как можно предполагать, сопровождает вариоляцию. Я сейчас усилю эту опасность, почти равную нулю, и предположу, что она уносит сотую долю тех, кто ей подвергается. Должна ли подобная опасность умерить рвение человека, который имеет в виду лишь благо рода людского? Нельзя лучше понять эти моральные истины, чем следуя методу, которым г-н Кондамин воспользовался с таким успехом. Он состоит в представлении поразительной точки зрения, которая не преминет воодушевить нашу убежденность. И я последую примеру этого прославленного автора, что даст мне повод представить свои размышления.

Я рассматриваю смертность, вызванную болезнями всех видов, которые мало-помалу уносят целое поколение. Я распределю эту полную смертность на 14 классов различных заболеваний и предположу для упрощения вещей все эти классы в равной мере гибельными, хоть некоторые из них действуют медленнее других. И я предположу, что все эти болезни обладают той же природой, что и оспа, т. е. что можно предотвратить пагубное действие каждой из них средством того же вида, как вариоляция. И, чтобы всё уравнять, предположу, что все эти различные виды вариоляции сопровождаются таким же риском, как при вариоляции оспы. И тогда становится ясно, что следует либо отказаться от всех этих вариоляций, а потому и от оспенной вариоляции, либо согласиться со всеми. Нужно лишь исследовать эти возможности.

Если мы откажемся от всех вариоляций, то останемся в нашем [нынешнем] состоянии, которое следует изучить, чтобы познать все его тяготы. Один лишь первый год унесет, как показывают различные списки, 1/4, 1/3 или более всего рода людского. Но если принять все виды вариоляции и поспешить все их осуществить, чтобы побыстрее предотвратить все опасности, и если даже принять, что каждый ее вид уносит сотую долю тех, кто ей подвергается (это предположение преувеличивает опасность втрое или вчетверо), то что же окажется? Останется 87 человек из ста или 87/100 всего человечества, что составляет 14-ю степень 99/100, которые переживут все эти процедуры, и 13 из ста, которые их не выдержат. Эти 13% разве лишь составят половину тех, кого унесли бы естественным образом все различные болезни в течение одного лишь первого года.

Такой потерей следует поэтому пренебречь, а лучше считать ее действительной выгодой, потому что она вдвое сокращает обычную потерю. Но это еще не всё. Все пережившие, т. е. 87 [сотых] человечества, будут на всю жизнь избавлены от всех недугов; все они останутся в живых до последней стадии старости и затем лишь прекратят жить. Какое отличие между нашим нынешним состоянием и тем, к которому приводит наше предположение! Выбирайте теперь между двумя возможностями, которые я обрисовал, но не забывайте, что кто выбирает вторую, тот высказывается за вариоляцию оспы. Если Провидение не предоставляет нам этого великого блага полностью [т. е. не избавляет от всех болезней], то следует ли поэтому отказываться от той части, которую оно нам предлагает?

[6] Но быть может мы увереннее достигнем предложенной нам цели, если к тому же оценим опустошения от натуральной оспы и то, что можно выиграть, если вызывать ее искусственно. Я не утверждаю, что даю абсолютно точную оценку, для чего у нас нет достаточных наблюдений. Но этот недостаток можно, по правде говоря, возместить весьма правдоподобными и в то же время крайне близкими к истине гипотезами. Но я предвижу, что не сумею добиться этого без исключительно тягостных вычислений, поскольку придется проследить влияние оспы от рождения до глубокой старости. Я предприму этот труд как только улучу свободное время, сейчас же я удовольствуюсь тем, что укажу, как следует приближенно оценивать требуемое нами[5].

При сравнении чисел тех, кто умер от оспы и тех, кто заболел ей, по большому числу наблюдений замечено, что их соотношение равно 1:7 или по меньшей мере 1:8; различие между этими оценками незначительно. Я принимаю это последнее соотношение по двум причинам. Во-первых потому, что легче установить число умерших от оспы, чем всё число заболевших ей; во-вторых, я придерживаюсь соотношения 1:8, чтобы избежать всякого подозрения в усилении опасности этой болезни. Итак, если мы хотим предположить, что оспа набрасывается на всех младенцев начиная с рождения, то ясно, что она уносит восьмую часть рода людского и что поэтому каждое годичное поколение следует уменьшить в соотношении 1:7. С другой стороны, оспенное истребление составляет тринадцатую или четырнадцатую часть полной смертности, потому что установлено кроме того, что из 13 или 14 умирающих от любых заболеваний лишь один уносится оспой.

Должен заметить мимоходом, что, справившись с большим числом списков умерших, в которых были сосчитаны погибшие от оспы в различных странах, соотношение 1:13 я представляю себе более соответствующим природе вещей, чем 1:14. И мне также кажется, что оно лучше согласуется с другими общими понятиями, которые нам известны об этой болезни. Чтобы примирить эти две истины, выведенные из наблюдений, следует лишь предположить, что оспа такова, что настигает всех детей при достижении ими пяти или шести лет, ибо вычисление, которое не может ощутимо отклоняться от сути явления, указало мне, что если все дети избавлены от оспы до завершения четырех или пяти лет, численность каждого [годичного] поколения[6] ввиду всех остальных причин смертности окажется к этому возрасту уменьшенной в соотношении 13:8. А если всех детей, составляющих эти 8/13, затем настигнет оспа, от нее умрет восьмая их часть, и эта часть будет в точности тринадцатой частью всего годичного поколения.

И таким образом можно с этой точки зрения рассмотреть и оспенные опустошения, и выгоды, получаемые при возможности избавиться от них, так как можно сказать, что истребление, вызванное оспой, почти такое же, как если бы она губила восьмую часть человечества, завершившего четвертый или пятый год жизни.

[7] Но что это за начало жизни, сужденной исчезнуть в этом возрасте, и какова ее цена для самих детей, для их родителей или для общества? Заслуживает ли какого-то внимания столь незначительная вещь и нельзя ли ей пренебречь и сказать поэтому, что оспа уничтожает восьмую часть всего человечества? Если мы хотим учесть эту небольшую часть жизни, как это делается при подсчетах средней продолжительности жизни, при которых все годы жизни равноценны, то можно будет сказать, что в течение первых четырех или пяти лет жизни, т. е. в течение примерно седьмой части средней жизни, оспа лишает тех, кого она уничтожает, лишь 6/7 их средней жизни, и, следовательно, что эта болезнь уносит примерно 6/7 от восьмой части всего рода человеческого, т. е. 3/28 всех, что весьма близко к 1/9. Повторяю: я не привожу эту оценку как совершенно точную, но осмеливаюсь утверждать, что она ненамного отличается от верного значения.

Таким образом видно, что одна лишь оспа уносит более десятой части каждого годичного поколения и что это является истинной казнью каждого десятого, от которой предлагают избавиться при помощи вариоляции. Как весьма справедливо заметил г-н Кондамин [1759/1773, с. 97], вместо такой казни можно будет лишь обозначать тех, которые оказываются под ее охраной. Те 3/28 каждого годичного поколения, которых сохранит эта процедура, в одной только Франции составит примерно 60 тысяч душ. При прочих равных условиях подобное возрастание может в течение века удвоить население Королевства как предохранением от этого бедствия, так и тем размножением, которое от этого произойдет.

Если эти соображения недостаточно убедительны для того, чтобы образумить тех, кто столь враждебно противостоит вариоляции, то они могут по меньшей мере обязать всех благожелательно настроенных лиц не упускать ничего для совершенствования этого метода в наивысшей возможной степени.

[8] Те, кто с наибольшим рвением практикует вариоляцию, не сохраняют ли они [всё-таки] остатков предубеждений? Достаточно ли обоснован обычай откладывать эту процедуру до пятилетнего возраста? Я понимаю, что в этом возрасте, когда наибольшая опасность детских болезней позади, менее вероятно, что успех вариоляции окажется искаженным посторонними и неизвестными причинами. Но сколько младенцев становится жертвами этих опасений и погибает в колыбели при некоторых эпидемиях [оспы]?

Я склонен верить, что в Англии, при отказе от раннее практиковавшейся вариоляции новорожденных, там во всяком случае пошли навстречу общему благу человечества ввиду боязни опорочить этот метод в глазах толпы, которая без обдумывания приписывает ему обычные случайности этого возраста. Быть может настанет день, когда подобные пагубные изменения не окажутся принудительно необходимыми и мы сможем наслаждаться всеми выгодами, которые предоставляет нам вариоляция и удивимся, что ей так долго пренебрегали[7].

Примечание. Мемуар, упомянутый здесь г-ном Бернулли, был отправлен в Парижскую академию наук, членом которой он состоит. Его название […].

1.3. Даниил Бернулли, Опыт нового исследования смертности, вызванной оспой, и выгоды вариоляции для ее предотвращения

Essai d’une nouvelle analyse de la mortalité causée par la petite vérole, et des avantages de l’inoculation pour la prévenir (1766). Перепечатка: Bernoulli (1982, pp. 235 – 267)

Оправдательное предисловие[8]

[1] Те, кто осознали всю выгоду вариоляции, придумали для себя различные способы представить ее. И, хотя все они сводятся к одному и тому же, вряд ли они не производят весьма различные впечатления. Если, для примера, имеется поколение в 13 тысяч младенцев, то, избавив их от оспы, мы наверняка спасем тем самым примерно тысячу из них. С другой стороны, это избавление добавит лишь примерно два года к средней продолжительности жизни этих новорожденных.

Таковы два способа рассматривать одно и то же, однако первый заинтересует общество гораздо сильнее, чем второй, потому что дарует выгоду спасенным немедленно и исключительно, второй же распределит на всё поколение ту же выгоду, которая, как случится на самом деле, окажется бесполезной для 12/13 из него. Поэтому я полагаю обычным делом, что толпа почти не удивляется этому второму выводу, но я не могу не поражаться, когда вижу заслуженных людей, пользующихся доброй славой, которые всерьёз сомневаются в смысле операций, подобных вариоляции, производимых в надежде увеличить продолжительность жизни на два года. Можно пожелать, чтобы эти критики стали сдержаннее и осмотрительнее, и, прежде всего, чтобы они взяли на себя труд ознакомиться с тем, что заранее собираются осуждать.

[2] Подготавливая этот мемуар по просьбе покойного г-на Мопертюи, который в то время находился в Базеле и с которым я очень часто встречался, я прежде всего имел в виду показать в единой таблице два состояния рода человеческого, – и того, которое реально существует, и того, которое появится, если удастся избавить всё человечество от оспы. Я полагал, что сопоставление этих двух состояний отчетливей, чем самый обширный комментарий, выкажет различие и резкую противоположность между ними. Но я также представлял себе трудность задуманного, равно как и изъяны в списках умерших, в которых совсем не указывался возраст погибших от оспы, что должно было серьезно воспрепятствовать моей цели.

Я сразу же заметил, что исполнение моего замысла потребует сведений о двух простых истинах, а именно: каков риск для лиц различных возрастов, не перенесших оспы, быть настигнутым ей в течение года; и каков риск умереть для тех, кто заболел ей. У нас, правда, нет этих сведений в непосредственном виде, однако другие данные, как мне казалось, позволили бы весьма правдоподобно заменить их. Впрочем, на протяжении всего мемуара я упоминаю [эти данные] с подобающими оговорками и даже признаю, что в различных странах указанные риски вполне могут быть различными. Вот некоторые мысли о них.

Когда мы видим, что оспа набрасывается почти только на детей и молодых людей, то сразу же начинаем подозревать, что сама юность подвержена ей по своей конституции, так что здесь, в Базеле, в Швейцарии, оспу называют *гнойничками детства*[9]. Однако, после некоторого размышления мы отказываемся от этого ошибочного заключения. Если оспа редко нападает на взрослых, то потому, что они редко не успели переболеть ей, и потому, что никто или почти никто не заболевает оспой вторично.

Таково существенное свойство этой болезни. Добавьте ее широкий охват: по моим предположениям, можно держать пари на равных, что ей заболеют до или после завершения пятилетнего возраста; что можно поставить 3 против одного, что она нападет до 10-летнего возраста; 15 против одного – до 20-летнего; и более четырех тысяч против одного – до 60-ти лет. Эти числа, как мне всегда казалось, соответствовали тому, что сообщают нам примеры больших городов.

Известно, насколько редко заболевает оспой человек в возрасте выше 60-ти лет, но в то же время мы знаем, что иногда это происходит. Если предположить, что в Париже 700 тысяч жителей, то в нём будет около 60 тысяч лиц старше 60-ти лет, среди которых окажется лишь около 15 не переболевших оспой и в течение года лишь двое из них вероятно заболеют ей. Мы не должны принимать в расчет таких редких людей, если [впрочем] они существуют, которые ввиду своей особой конституции никогда не рискуют заболеть оспой, притом даже при вариоляции.

[3] Мне сообщали так много примеров о парижанах, и мужчинах, и женщинах, которые заболели оспой в некотором возрасте, что по крайней мере следует согласиться с тем малым числом смертельных случаев для него, которое указано моей теорией. И поэтому правдоподобно, что старики, никогда не перенесшие оспы, рискуют заболеть ей в той же мере, что и молодые. Убывай этот риск в старческом возрасте, заболевание оспой в 70 лет оказалось бы беспримерным, однако несколько (plusieurs) таких случаев имели место. По этой причине я не стал больше сомневаться в своем первом принципе, т. е. в том, что лицо, не переболевшее оспой, постоянно рискует заболеть ей в равной мере. Мы не знаем еще ни одного случая, который заставил бы нас отказаться от этого предположения, притом же простейшие законы природы всегда наиболее правдоподобны.

По тем же причинам я представил себе, что в обычном [средним из многих ?] году риск умереть от оспы для тех, кто ей заболел, вполне может оказаться одним и тем же для всех возрастов. Это предположение, как мне кажется, в равной мере подтверждается нашими понятиями об оспе и результатами всех вычислений, которые на них основаны. Наконец, пока у нас нет списков умерших от оспы, расположенных по порядку их возрастов, я полагаю себя вправе оставаться при обоих своих принципах. Они соответствуют всем известным проявлениям [оспы], а ведь никакой иной причины не существует и для утверждения о том, что всеобщее притяжение небесных тел подчиняется закону обратных квадратов расстояний между ними. Я предвижу, что мы вскоре получим подобные списки из Лондона, и тогда я сам стану своим самым суровым критиком. Я сказал, что все результаты моих вычислений весьма правдоподобны.

[4] Я в точности процитирую здесь то, что один крупный математик [Даламбер] посчитал наиболее нелепым или по крайней мере наиболее невероятным. Я выяснил, см. § 9(7), что на протяжении девятилетнего возраста одна лишь оспа должна унести две трети погибших от всех других болезней в целом или же две пятых всех умерших. Эта соотношение здесь столь велико лишь потому, что в этом возрасте общая смертность весьма низка; он является почти наименее смертоносным в течение всей жизни.

Сто́ит только исследовать это, как всякое иное соотношение возмутит всех нас.

Вот почему я счел нужным прояснить это в дополнении к прим. (7). Новый пунккт 13, который следует чуть ниже прежнего, был вызван странным вопросом, вынесенным тем же геометром, который лишь неуверенно рассмотрел его, и я подумал, что следует разрешить его в точности по своим принципам. Тогда мы смогли бы усмотреть, выдерживает ли мой метод это новое испытание. В конце концов мне представляется, что по крайней мере [проверка] равномерности каждого из двух рисков от младенчества до возраста в 24 года не встретит ни малейшего затруднения. Указанный возраст является крайним в моих исследованиях, потому что, начиная с него, для человечества в целом (pour le total), которое я в основном и имею в виду, нет почти никакой опасности от оспы.

[5] Остается лишь установить степень каждого из обоих рисков. Что касается годичного риска заболеть оспой тем, кто ей не переболел, то я полагаю, что смогу лучше всего удовлетворить общие понятия, которые мы имеем об этой болезни, если предположить его равным одной восьмой, т. е. принимая, что если в течение обычного [среднего из многих?] года тысяча человек заболеет, то 8 тысяч [не переболевших ей] останутся здоровыми.

Если предположить, что это соотношение 1:8 остается постоянным несмотря на относительное убывание числа тех, которые не болели оспой, с их возрастом, то геометры поймут, что я в этом смысле правильно применил его [это соотношение] в § 5. Я упоминаю это в ответ на присланное мне и должным образом обоснованное в ином смысле замечание другого крупного геометра, которого я всегда уважал за порядочность мышления и сердца. Его затруднения были связаны с небольшими уклонениями, которые происходят даже в течение каждого года и которые нельзя учесть со всей геометрической точностью, потому что мы имеем только годичные списки умерших. Всё, что мы сможем сделать, это установить некоторые числа так, чтобы они соответствовали середине каждого года и именно так я и поступал каждый раз, когда считал это необходимым. В остальном же расхождения не влекут за собой никаких ощутимых последствий, тем более для нашей темы, которая так подвержена неравенствам случайностей.

[6] Я возвращаюсь к своей основной теме и говорю, что, сто́ит только захотеть изменить указанное соотношение 1:8, влияние, которое последует от этого для [исследования смертности] взрослых и стариков, окажется весьма ощутимым и быть может явно искажающим. Я не говорю, что это соотношение в точности верно, но что оно не может не быть примерно таким. Скажем еще несколько слов о риске заболевших оспой умереть от нее. Большинство полагает, что он равен одной седьмой, я же принял несколько меньшее значение, приравняв его одной восьмой. Меня убедили две причины. Первая: нам точно известны все те, кто умер от оспы, но мы не знаем столь же точно всех заболевших. Вторая причина: соотношение 1:7 приведет к слишком высокой оспенной смертности относительно всей смертности, тогда как соотношение

1:8 полностью соответствует наилучше установленным наблюдениям, т. е. тому, что оспа уносит тринадцатую часть всех умирающих[10].

Только после подобного изучения своих принципов я взялся за труд составить этот мемуар, каждый новый шаг в котором, как мне представляется, делает мои принципы приемлемее. Лишь первый год жизни показался мне вначале немного перегруженным в распределении всего оспенного опустошения (§ 8). Однако, более обширные сведения показали мне, что в моем замечании [опасении] было больше смелости, чем истины. Во всяком случае, я вижу, что причина [перегрузки] скорее моральная, чем физическая. Не могло ли незначительное общение новорожденных с остальным сообществом предохранить некоторых из них на несколько месяцев от заражения оспой?

[7] Вот всё мое обоснование этого параграфа, за который меня упрекали. Добавлю, что никак не заинтересован в установлении или выборе своих [тех или иных] принципов, поскольку мои формулы можно интегрировать в общем случае и поскольку я никогда не имел никаких иных желаний, кроме как прислушиваться к голосу природы. Так не будем же вытаптывать ростки анализа, который, при использовании доброкачественных списков заболеваемости, смертности, крещений, женитьб и т. д., может быть применен ко многим важным вопросам и физическим, и моральным, и политическим, относящимся к различным состояниям и сословиям, разделяющим человечество.

1[11]. По длинным рядам наблюдений установлено, что оспа уносит тринадцатую или четырнадцатую часть каждого поколения. Я видел списки, которые показывают четырнадцатую, видел и другие, относящиеся к Бреслау, которые соответствуют смертности вплоть до тринадцатой части, некоторые же устанавливают еще немного более низкую смертность.

Известно кроме того, что эта болезнь убивает примерно восьмую или седьмую часть тех, кого она настигла, если только подсчитывать это соотношение по большому числу эпидемий. Эти эпидемии настолько отличны друг от друга, что при одних погибает более трети заболевших, тогда как другим смертельную дань платит лишь один из 20, 30, 40 или даже из большего числа. Поэтому мне представляется совершенно естественно говорить, что смертность от оспы меньше зависит от конституции заболевшего, чем от более или менее злокачественной природы порождающей ее причины, общей для всего протяжения данного края. Следует предположить, что оспа очень редко смертоносна, если причина эпидемии не придала ей такого свойства[12].

Это простое соображение уже создает весьма благоприятное предварительное мнение в пользу вариоляции, потому что для ее осуществления мы можем выбрать время очень доброкачественной [слабой] эпидемии. Как мне представляется, самая доброкачественная эпидемия это та, которая никак не проявляется. Я полагаю [период] таковой равным всему промежутку времени между двумя бесспорными эпидемиями. Кроме того, было замечено, с одной стороны, что чем шире натуральная оспа распространяется, тем она опаснее; и, с другой стороны, что вариоляция, осуществляемая во время пика эпидемии, совсем не так надежна, как сделанная при отсутствии всякой эпидемии. Я всё же не отрицаю, что некоторая небольшая доля опасности оспы может происходить от определенной склонности больного, но хорошо, что вариоляция предохраняет от остальной опасности, если только принимаются все меры, указанные длительным опытом, ибо все, или почти, все подвергнутые ей, тогда спасаются [от оспы]. Я вовсе не собираюсь объяснять это явление, но для блага человечества печально, что оно до сих пор еще оспаривается.

Цель моего мемуара состоит лишь в том, чтобы сравнить нынешнее состояние рода людского, но без вариоляции и того, каким оно окажется при всеобщем признании этой благотворной меры или просто при ее допущении с соблюдением определенных правил. Да, действительно, наши знания еще недостаточны, чтобы точно ответить на этот вопрос [чтобы точно сравнить …], но мне представляется, что их всё-таки хватает, чтобы пролить какой-то новый свет на предмет, громадное значение которого мы начинаем осознавать.

2. Я сказал вначале, что натуральная оспа уносит восьмую или седьмую часть заболевших ей. В Англии довольно широко принято последнее соотношение, но думается, что в других странах смертность от этой болезни не столь высока. Здесь в Базеле эпидемия оспы сейчас фактически продолжается примерно [вот уж] 9 месяцев, и врачи говорят, что она широко распространена и довольно злокачественна. Тем не менее, если можно довериться свидетельству одного из наших наиболее признанных врачей, от нее вряд ли умирает один из двадцати. Я добавлю, впрочем, что, каким бы методом не устанавливать это среднее соотношение, всегда можно привести весьма обоснованные доводы в пользу небольшого снижения [вычисленной] смертности заболевших[13].

Что же касается соотношения смертности от оспы к общей смертности рода человеческого, его в Англии обычно принимают равным 1:14. Кроме того, в списках, о которых сообщил Зюссмильх (1741), указано, что в Лондоне от оспы погибло 19 745 из 260 875 [заболевших], т. е. в соотношении $1:13^1/5$; в Вене эта болезнь похитила 1083 из 13 521 (1:12½); в Берлине 586 из 6771 (1:11½); и в Бреслау 431 из 4578 (1:10½), однако эти последние [все последние?] соотношения получены лишь по данным двух или трех лет, в течение которых возможно имела место довольно сильная эпидемия. Помимо указанных конкретных случаев нам известны многие другие, но менее ясные и определенные.

Зная в точности все средние соотношения, которые можно установить по очень большому числу изученных и должным образом продуманных наблюдений, мы могли бы представить полную теорию оспенного риска. Она продиктовала бы нам правила, которым должен был бы следовать каждый разумный человек. Таковы, стало быть, два элемента [параметра], которые мы всё еще знаем лишь весьма поверхностно и которые было бы важно определить с высокой точностью.

3. Первый элемент это риск заболеть оспой, которому ежегодно подвергаются все еще не переболевшие ей. Второй, это риск заболевшему умереть от нее в различных возрастах. Зная оба эти элемента, мы сможем довольно точно сравнить два упомянутых выше состояния рода человеческого, – естественное и избавленное от оспенных опустошений.

Второй из этих двух элементов будет очень легко определить, если врачи захотят вести запись своих оспенных больных с указанием возраста каждого, включая тех, кто погибнет. По большому числу подобных списков, сводки из которых направлялись бы декану факультета [соответствующего университета?], можно будет довольно точно установить опасность умереть от оспы для каждого возраста заболевшего. Умелец выведет и много иных полезных следствий даже относительно нашего первого элемента, определить который не столь легко. При существующей неопределенности остается лишь одно средство, а именно сформулировать относительно обоих элементов наиболее правдоподобные предположения, и вот те, которые я выбрал.

1. Я предположу, что, вне зависимости от возраста большого числа еще не болевших оспой, эта болезнь ежегодно нападает на одного человека из числа лиц, равного количеству единиц [в некотором числе] n. В соответствии с этим предположением опасность заболевания у человека, не переболевшего оспой, остается постоянной в каждом возрасте жизни. Если, например, принять $n = 10$, т. е. допустить, что судьба [возможность остаться здоровым] каждого человека уменьшается на 1/10 каждый год его жизни до тех пор, пока этого не произойдет. Эта гипотеза представляется мне весьма правдоподобной для всех молодых людей вплоть до 16 – 20 лет. Мы замечаем мало лиц, заболевающих оспой за пределами этого возраста, потому что наибольшее их число уже перенесло ее. Ниже мы покажем, какую степень правдоподобия заслуживает эта гипотеза [см. замечания (1) и (7) в § 9].

2. Во-вторых, я предположу, что в каком бы возрасте ни заболеть оспой, опасность умереть остается всё той же и что из числа заболевших, обозначенных m, умирает один. По поводу этого предположения я замечу, что еще ни один врач не вздумал допустить, что при прочих равных условиях оспа более или менее опасна ввиду одного только возраста заболевающего, если только он не превосходит двадцати. Обычно предполагают, что оспа становится немного опасней только за пределами этого возраста; у нас будет случай рассмотреть это предположение более основательно[14].

4. Нашей целью является главным образом выделение для всех возрастов или по крайней мере до 20-летнего возраста оспенной смертности из общей и следует поэтому прежде всего установить общую смертность, хотя, впрочем, только ее среднее значение. У нас достаточно списков умерших из различных стран с указанием сколько человек из известного их числа умирает на каждом году жизни вплоть до смерти последнего из них. Это большое [общее] число лиц считается родившимися одновременно. Обычно списки, если только они не составлены по очень большому числу ежегодных списков, содержат явные скачки и представляют собой как бы ухабистую дорогу, которую необходимо выровнять и сгладить. К одним надо прибавлять, от других – столько же вычитать до тех пор, пока закон вариаций не станет единообразным. Г-н Зюссмильх ссылается на подобную таблицу, составленную Галлеем (1694), в которой не заметно никаких резких или уродливых вариаций.

Таблица, которую я приведу ниже, начинается с тысячи детей в возрасте одного полного года каждый. Г-н Галлей не указал, сколько новорожденных, из которых тысяча достигла возраста в один год, была предположена в его таблице и г-н Зюссмильх предположил, что их было 1238, что было равно среднему годовому числу новорожденных в Бреслау. Все другие списки, однако, указывают, что смертность на первом году жизни выше, чем 238/1238, см., например, таблицы, помещенные во втором томе замечательной *Естественной истории* г-на Бюффона (1749), с. 590. Там указано, что 6454 из 23 994 новорожденных умерло до завершения ими первого года жизни. Основываясь на этом соотношении, таблицу г-на Галлея следует начинать не с 1238, а с 1368 [368/1368 = 6454/23 994 = 0.269]. Представляется, что г-н Галлей хотел начать с круглой цифры и лишь соблюдать верное соотношение для каждого возраста. Я принимаю [приближенное] среднее из 1368 и 1238 и полагаю, что из 1300 новорожденных 1000 доживает до завершения первого года жизни[15], после чего перенимаю таблицу г-на Галлея такой, какая она есть.

5. Пусть заданный возраст, выраженный в годах, равен x, число доживающих до него ξ, и число тех, кто при этом не болел оспой, s и я оставляю прежние (§ 3) обозначения n и m. Вот возможное рассуждение для установления s в общем случае, что и является основной целью подобных исследований. Я говорю поэтому, что элемент $-ds$ с самого начала равен числу тех, кто заболевает оспой в течение времени dx и что, в соответствии с нашим предположением, он равен

$$sdx/n, \tag{1}$$

потому что, если за год из n человек заболевает один, то за время dx из s человек заболеет именно столько.

В число (1) включаются те, кто умирает от оспы, но надо добавить еще и умирающих от других болезней из того же числа s за то же время dx. За время dx от оспы умрет sdx/mn и поэтому полное число всех, умерших от других болезней, будет

$$-d\xi - sdx/mn.$$

Однако, это последнее число следует уменьшить в соотношении ξ/s, поскольку мы исследуем убывание лишь тех, кто еще не заболел оспой, число которых равно s. Таким образом, мы получаем уравнение

$$-ds = \frac{sdx}{n} - \frac{sd\xi}{\xi} - \frac{ssdx}{mn\xi}. \qquad (2)$$

Элементы ds и $d\xi$ сами по себе отрицательны, потому что величины s и ξ убывают и по этой причине и следовало сопроводить их знаком минус. Но последнее слагаемое стало отрицательным ввиду необходимости действительно вычесть его. Видно также, что я действительно понимаю под $1/n$ и $1/m$ степень риска заболевания оспой для тех, кто еще не перенес ее, и смерти заболевших от нее, предполагая, что переболевшие оспой находятся вне опасности ее повторения. Если даже имеются случаи повторного заболевания, то они столь редки, что о них не сто́ит и говорить.

Весьма примечательно, что наше дифференциальное уравнение можно проинтегрировать, хотя в него и входят неопределенные величины и таких притом три. При исследованиях состояния природы, которые столь сильно отличаются от отвлеченных проблем, такое обстоятельство встречается весьма редко. Вот последовательность шагов, приводящих к интегрированию.

Умножив уравнение (2), записанное в форме [второе слагаемое в правой части этого уравнения перенесено влево], на ξ/ss, получим

$$\frac{sd\xi - \xi ds}{ss} = \frac{\xi dx}{ns} - \frac{dx}{mn}$$

и, если положить $\xi/s = q$, то $mndq = mqdx - dx$,
так что

$$\frac{mndq}{mq - 1} = dx.$$

Интегрируя это уравнение, получим

$$n\log(mq - 1) = x + C,$$

понимая под C требуемую [еще неизвестную] постоянную.
Возвращаясь к ξ/s вместо q, мы получаем

$$n\log[(m\xi/s) - 1] = x + C.$$

Переход к антилогарифму приводит к

$$[(m\xi/s) - 1]^n = e^{x + C}$$

и, наконец,

$$s = \frac{m}{e^{(x+C)/n} + 1}\xi.$$

6. Вот, следовательно, значение s, определенное по величинам, которые я полагаю известными. Но прежде, чем применить это уравнение, я укажу некоторые соображения о постоянной C, равно как и о нашем выборе m и n. Определить постоянную C самым естественным образом это сказать, что в начальный для каждого поколения момент, когда $x = 0$, должно иметь место равенство $s = \xi$. Таким образом, каждая из этих букв выражает число новорожденных, о которых идет речь. Поэтому

$$e^{C/n} = m - 1,$$

так что

$$s = \frac{m}{(m-1)e^{x/n} + 1}\xi. \qquad (3)$$

Я принимаю это уравнение, хотя по мнению большинства врачей некоторые дети уже бывают больны оспой до своего рождения. Если мы захотим учесть это, то надо будет немного изменить постоянную, а наша теория от этого станет только совершеннее, о чем я и хочу сказать наперед. Таких детей следует рассматривать как родившихся со склонностью никогда не заражаться оспой и представляется, что тех, кто после вариоляции не заболевает, следует в основном причислять к этому классу.

Что же касается чисел n и m, я удовлетворюсь тем, что сочту их постоянными, по меньшей мере примерно до 20-летнего возраста. Но мы еще свободны в выборе их значений и поэтому надо постараться сделать это так, чтобы выбранные значения лучше всего соответствовали нашим понятиям о природе оспы в зависимости от климата. Нетрудно заметить, что чем больше увеличивать n, тем меньше мы взваливаем [болезнь] на детство и юность, и обратно. Если принять для n крайне большое число, то окажется, что почти каждый умирает до того, как заболеет оспой, потому что, принимая бесконечно большое n, получим $s = \xi$. Если, напротив, предположить, что n весьма мало, то окажется, что все или почти все дети заболеют в младенческом возрасте.

Думается, что в Париже больше жителей преклонного возраста, подверженных оспе, чем в Базеле, где в течение восьми или девяти месяцев оспой заразилось более 600 человек, самый старший из которых, о ком я слыхал, не достиг и полных 23 лет. Если это предположение обоснованно, то для Парижа следует принять большее значение n, чем для Базеля.

После некоторого раздумья я решил вычислить для каждого возраста число тех, кто вероятно еще не болел оспой, приняв $n = 8$. Наконец, я предполагаю, что и m также равно восьми, т. е. что оспа губит одного из восьми заболевших. Эти предположения приводят нас, наконец, к уравнению

$$s = \frac{8}{7e^{x/8} + 1}\xi. \qquad (4)$$

7. Последнее уравнение, которое является лишь численным [не содержит параметров], дает нам возможность определить s для каждого возраста, что привело меня к составлению [первой] таблицы, помещенной в конце мемуара. Вот пояснения к ней.

Первый столбец указывает возраст в полных годах, который я обозначил через x, начиная с нуля, что соответствует дню появления на свет.

Второй столбец указывает число остающихся в живых в каждом возрасте из исходных 1300, которые, как я предполагаю, родились в один и тот же день. Все эти числа были обозначены переменной ξ, столбец же основан на таблице г-на Галлея.

Третий столбец соответствует уравнению (4) и таким образом указывает для каждого возраста, на основании наших предположений, число тех, кто еще не заболел оспой.

Четвертый столбец, напротив, указывает число тех, кто уже болел оспой, пережил ее и не умер ни от какой иной болезни. Эти числа выражаются разностями $\xi - s$.

Пятый столбец показывает число тех, кто вероятно переболел оспой в течение предыдущего года. В соответствии с моим предположением их окажется в 8 раз меньше, чем тех, которые еще не болели ей, т. е. $s/8$. Однако, для большей точности я принимаю здесь s равным не значению, найденному на начало каждого года, а среднему для предыдущего года, т. е. среднему арифметическому из двух последовательных чисел третьего столбца. Таким образом, первое число этого пятого столбца указывает, сколько новорожденных заболело оспой в течение первого года своей жизни.

Шестой столбец указывает число всех тех, кто умер от оспы в течение года, который мы описали, так что в соответствии с нашим предположением каждое из этих чисел составляет восьмую часть соответствующих чисел пятого столбца.

Седьмой столбец указывает число всех умерших от оспы от своего рождения до конца каждого полного года жизни.

Восьмой столбец указывает число тех, которых в течение каждого текущего года уносят все остальные болезни кроме оспы. И таким образом числа этого столбца представляют собой разности между числом всех умерших в предыдущем году, данным во втором столбце[16], и числом умерших от оспы в тот же период.

Когда эти числа слишком малы, так что нельзя пренебрегать их дробными долями, я добавляю цифру после запятой. В остальном же замечу, что не продолжил таблицу за возраст 24 года, после которого влияние оспы на человечество в целом уже не может быть значительным. Впрочем, наши принципы станут от этого более достоверными и я поэтому удовольствуюсь общим указанием, что оспа еще вероятно может быть причиной дополнительной низкой смертности.

8. Предыдущая таблица, хоть она полностью соответствует нашим предположениям, не будет тем не менее в точности верной. И всё же я убежден, что она ненамного отклоняется от истины, как ввиду правдоподобности наших предположений, так и потому, что ни одного числа [в ней] не кажется противоречащим общим представлениям об оспе, которые нам устанавливают бесчисленные наблюдения. Быть может лишь первое число пятого столбца, которое указывает сколько из 1300 новорожденных заболевает оспой в течение первого года жизни, несколько велико. Раз указано 137, то умрет 17. Тем не менее, можно воспользоваться таблицей в том виде, в каком она есть. Без [учета] большого числа новых наблюдений я бы не советовал ничего в ней изменять, см. конец моего *Оправдательного предисловия*. Вот тем не менее несколько замечаний.

9. (1). После завершения шестилетнего возраста или чуть позже число оставшихся в живых делится на два равных класса: половина перенесла оспу, вторая еще не заразилась ей. В возрасте 15 лет окажется не более, чем примерно 1/6 доля уцелевших, не переболевших оспой, т. е. примерно 1/12 всего поколения. Таким образом, можно ставить 11 против одного, что каждый [данный] новорожденный либо заболеет оспой до 15 полных лет, либо умрет до этого возраста. Наконец, в возрасте 24 лет будет не более 32 человек, избежавших оспы, что составляет восемнадцатую часть доживших до этого возраста и сороковую часть всех новорожденных. Можно, следовательно, ставить 39 против одного, что до этого возраста каждый [данный] новорожденный либо умрет, либо заболеет оспой.

(2) Если угодно распространить наши принципы и предположения за пределы 24-летнего возраста, можно будет принять, что число тех, кто не заболел оспой, убывает вдвое каждые пять лет, даже если считать, что они не подвержены никаким иным болезням, которые погубили бы их. И тогда в возрасте 29 лет их окажется не более 16, не более восьми в 34 года, четырех – в 39 лет, двоих – в 44 года и, наконец, в возрасте 49 лет останется только один, не переболевший оспой. И поскольку здесь еще не заметно ничего явно нелепого, это является новым предварительным доводом в пользу наших предположений.

(3) Из 32 человек в возрасте 24 лет, которые еще не болели оспой, не более трех умрет от нее, потому что по меньшей мере 8 умрет до заболевания ей[17]. Если прибавить этих трех к общему числу 98, умерших от оспы до 24 лет, окажется всего 101 человек погибших от нее, т. е. примерно 1/13 часть всего поколения. Это полностью соответствует наибольшей части списков умерших, которые указывают число умерших от оспы. Указанное соответствие, как мне представляется, тем более заслуживает внимания, поскольку оно вытекает из нашей теории без всякого учета соотношения между числом погибших от оспы и общим числом умерших от всех болезней. Таким образом, это соотношение является фактом, который наша теория объясняет самым точным образом.

(4) Седьмой столбец нашей таблицы кроме того устанавливает, что из всех, погибших от оспы, половина умирает до пятилетнего возраста.

(5) Восьмой столбец указывает, что в возрасте от 12 до 13 лет все болезни и несчастные случаи[18], за исключением одной только оспы, уносят лишь 3.7 из 646 подростков, которые оставались в живых в

начале года, т. е. одного-единственного из 173-х [из 175]. Отсюда следует, что при отсутствии оспы этот возраст был бы самым безопасным [в жизни]. Можно ставить 172 против одного, что подросток, уже перенесший оспу, не умрет за это время.

(6) И снова восьмой столбец: именно он должен устанавливать стоимость пожизненных рент, назначаемых в различных возрастах членам тонтин[19], потому что можно считать доказанным, что никто не платит никаких денег за [ренту для] ребенка, который еще не перенес оспы. Тем не менее, те, кто определяет стоимость ренты в зависимости от возраста, не основываются просто на цифрах этого столбца, а по привычке учитывают лишь разности во втором столбце, т. е. суммы чисел, соответствующие шестому и восьмому столбцам.

(7) Ввиду замечания 3, полная оспенная смертность составляет 1/13 всей смертности, или 1/12 смертности от всех остальных болезней кроме оспы. Но если учитывать лишь последовательную смертность для каждого года жизни, второе соотношение окажется крайне изменчивым. В течение первого года жизни оно равно 17:283 (см. столбцы 6 и 8) или примерно 1/17, затем оно существенно возрастает, потом убывает, и наконец становится неощутимым.

Таким образом, это соотношение в какой-то момент максимально, и указанные выше столбцы сообщают нам, что это происходит в возрасте, обозначенном цифрой 9. В течение всего предшествующего года оспенная смертность выражается числом 4, а вся остальная – числом 6, так что их соотношение равно 4/6 = 2/3. Мы, стало быть, видим, что в течение девятого года жизни одна только оспа уносит 2/3 жатвы всех остальных болезней или 2/5 умирающих от всех болезней совместно.

Вот точка зрения, которая показывает ужасающее лицо оспы. Но это страшное соотношение не сохраняется надолго, а постоянно убывает. В течение 24-го года жизни оспа губит не более пятнадцатой части всех умирающих, а вскоре после этого ее коса почти полностью притупляется[20].

(8) Предыдущее замечание дает нам кроме того повод установить возраст, при котором соотношение между оспенной смертностью и смертностью от всех остальных болезней равно среднему из всех. Это среднее составляет, и по большинству списков умерших, и по нашей таблице, 1/12, так что оспа уносит 100 человек из 1300. Теперь можно спросить: если все дети заболеют оспой, то в каком возрасте умрет ровно 100? Наша таблица указывает, что примерно в возрасте [полных, см. ниже] четырех лет. В этом возрасте уцелевает 760 детей, но их число следует увеличить за счет тех, которые умерли от оспы в течение первых четырех лет и большинство которых были бы еще живы, не будь этого оспенного опустошения. От нее умерло 47 детей, и если взять 40 из них и прибавить к 760, то окажется 800. Из поколения 1300 детей было бы 800, достигших полных четырех лет, и если все они заболеют оспой, то умрет их восьмая доля, что снова равно 100, т.е. тринадцатой части всех новорожденных.

(9) Часто упоминается число умерших, хоть никогда и не болевших оспой. Элементы [параметры], которые мы выбрали для составления нашей таблицы, указывают, что оно равно 500, потому что если всего от оспы умирает 100, то 800 должны были заболеть ей, а оставшиеся 500 – умереть, не заразившись ей. Вместо 500 надо будет принять 650, захоти мы предположить, что оспа губит лишь 14-ю часть каждого годичного поколения и седьмую часть тех, кто заразится ей.

(10) Можно весьма приближенно сказать, что от оспы всего погибает 100 человек из 1300, а 1200 – от других болезней; что из этих 1200 переболело оспой 700 и что 500 умерло, не заболев оспой до этого. Это вновь подтверждается нашей таблицей, потому что ее восьмой столбец указывает, что к 24-м полным годам 631 человек погибает от всех других болезней, а второй столбец устанавливает, что число уцелевших равно 572, из которых примерно 3 умрут от оспы. Таким образом, всего все другие болезни унесут еще 569 человек, а всего от них умрет 1200.

(11) В однообразной и постоянной последовательности годичных поколений число тех, кто ежегодно заболевает оспой, составляет 800 на 1300, т. е. 8/13 ежегодных рождений. Если предположить, что в Париже это число составляет 18 *тыс*, то окажется, что оспой там ежегодно заболевает 11 *тыс* или примерно 900 в месяц. Если мы захотим считать продолжительность этой болезни равной месяцу, то, считая в среднем, в Париже будет постоянно 900 оспенных больных. Какое утешение получили бы врачи, будь они избавлены от выполнения этого ужасающего труда [по их лечению]!

(12) Нам известно, что называется *средней жизнью*. Ее определяют по большому числу лиц, образуя сумму жизней каждого, от рождения до смерти, и разделив ее на это число. В соответствии со списком умерших г-на Галлея, для новорожденных эта средняя жизнь составляет примерно 26½ лет. Но каковой она окажется для большого числа новорожденных, про которых известно, что они погибнут от оспы? Вот вопрос, который дополнительно разъяснит природу этой болезни и седьмой столбец позволит нам ответить на него. Надо вычислить разность между 101[21] и каждым числом в нем, что даст нам число умирающих от оспы. Таким образом мы установим для каждого года число тех, кого оспа еще не унесла, но пока что оставила за собой.

После этого следует по обычным правилам вычислить сумму всех этих разностей и разделить на 101, но так как наша таблица составлена лишь до полных 24-х лет, необходима небольшая поправка. Заметим, что после этого возраста оспа унесет не более трех, каждый из которых, если принять для всех них среднее, мог бы прожить еще примерно 6 лет. Поэтому к указанной выше сумме разностей мы должны добавить примерно 3 · 6 = 18. Следуя этому методу, мы установим, что средняя жизнь всех тех, кому суждено погибнуть от оспы, составит 6 лет и 1 месяц. К этому возрасту оспа уже унесет 61 ребенка из 101. Но оставшиеся 40 с той же самой судьбой могут обещать себе еще такой же срок жизни, какой прожили 61 умерших, поскольку, например, трое доживут до 24 лет и всё еще смогут обещать себе примерно те же 6 лет.

(13) Этот мемуар дал повод одному знаменитому академику[22] задать другой вопрос: *сколько из всех реально живущих людей не болело оспой?* Его рассуждение привело его к тому, что это число составляет *не более одной четверти*. Вот решение этого вопроса в соответствии с моими принципами.

Пусть полное число живущих N, a – число умирающих ежегодно, x – искомое число тех, кто не болел оспой. Тогда

$$(1/13)a = x/64,\ x = (64/13)a.$$

Обозначим $N/a = g$, тогда $x = (64/13)(N/g)$ и если $g = 32$, то $x = (2/13)N$. Для Парижа, если считать, что число его жителей составляет 700 *тыс*, искомое число окажется примерно равным 107 *тыс*.

Я лишь стараюсь выявить истину и потому хотел бы, чтобы некоторые деревенские кюре [приходские священники] взяли на себя труд вести подобные подсчеты, хотя при этом следовало бы исключить деревни, в которых по обычаю новорожденных отдают кормилицам, и притом обращаться только к благоразумным и знающим священникам, которые хорошо представляют себе, как следует формулировать свои вопросы и выводить верную суть из ответов на них.

Вот другая теорема, которая может послужить для проверки моих принципов. Если из всех живущих мы обратим внимание лишь на детей и юношество вплоть до 16½ лет, то обнаружим, что число переболевших оспой примерно равно числу тех, кто не заразился ей. Я полагаю, что необходимые для [проверки] этого подсчеты будут менее подвержены двусмысленности ответов и что их было бы гораздо легче осуществить.

10. Из нашей теории можно вывести большое число других следствий, но в целях краткости я умолчу о них. Если тем не менее покажется, что некоторые из них недостаточно подтверждены опытом, то наши вычисления [всё же] не обязательно придется отбрасывать. Возможно, что удастся более точно удовлетворить проявлениям [оспы] небольшим изменением использованных мной элементов. Кажется даже, что для каждой страны потребуется немного изменить их. Представляется, например, что здесь (в Базеле), реже, чем в Париже, удается достичь 20-летнего возраста не переболев оспой. С другой стороны, мне не верится, что она здесь уносит больше, чем двенадцатую часть заболевших или более двадцатой доли всех умирающих. Захоти я приспособить свои вычисления своей небольшой стране, я принял бы n, см. замечания 1 и 2 в § 3, меньшим, а m – бóльшим, чем 8. Но поскольку у нас здесь нет необходимых для этого наблюдений, я предпочел сообразовать свои вычисления с наблюдениями в больших городах. Теперь я перехожу к другим темам.

11. Много труда было потрачено, чтобы оценить ожидаемую выгоду от вариоляции, будь она принята повсеместно, равно как и выгоду каждого, кто ей подвергается. В общем-то ясно, что каждая из этих выгод не может не быть весьма существенной и бесконечно ценной, но какой мерой следует воспользоваться, чтобы оценить их? По средней жизни, которую можно ожидать после вариоляции? Но все ли годы жизни равноценны? Как бы то ни было, я говорю, что эта проблема останется неопределенной до тех пор, пока мы не установим влияние оспы на каждый год в течение жизни целого поколения, притом также и его соотношение с влиянием всех остальных болезней. Не зная этого, мы прибегаем к оцениванию, чаще всего ошибочному, и к нескольким видам величин, называемых *средними*, применение которых может привести к скверным результатам.

Я поэтому решил, что единственный [приемлемый] метод это определение числа уцелевших после каждого года для одного и того же поколения 1300 новорожденных, будь это поколение избавлено от оспы, или, что одно и то же, полагая, что ни один из них не умрет от оспы. Достаточно было бы сравнить [полученные] результаты со вторым столбцом нашей таблицы, чтобы сразу же увидеть соотношение между двумя состояниями жизни. После этого было бы легко пойти дальше и ответить на многие другие возможные и весьма интересные вопросы этой темы.

Вот как можно поступать, чтобы составить такой новый список, удовлетворяясь исследованием от года к году. Этого необходимо придерживаться, потому что у нас совсем нет таблиц смертности, составленных с шестимесячными интервалами, которые можно было бы применить для большей точности. Шестой столбец устанавливает, что в течение первого года жизни оспа уносит 17 младенцев, и поэтому, будь мы избавлены от нее, во втором столбце вместо 1000 оказалось бы 1017, достигших возраста в один год. Затем следует учесть, что из 1000 в течение второго года жизни умирает 133 уцелевших (восьмой столбец), т. е. 135.3 из 1017, а 881.7 останется в живых и достигнет третьего года жизни.

Можно продолжать определять искомую последовательность чисел, если последнее из них уменьшить в соотношении pr/q, где q – числа последовательности во втором столбце первой таблицы, r – числа восьмого столбца, а p – предшествующее число из нового списка. Действительно, число ежегодно умирающих от всех болезней кроме оспенных без сомнения пропорционально числу доживающих до этого возраста, каково бы ни было соотношение между переболевшими оспой и остальными. Итак, мы видим в последующей таблице, что при нынешних естественных условиях к третьему году жизни остается 855 детей и 881.7 при отсутствии оспы.

Предыдущая таблица кроме того показывает, что в течение всего третьего года жизни все болезни кроме оспенных уносят 47 жизней и надо спросить: если из 855 умирает 47, то сколько умрет из 881.7? Я нахожу, что 48.4, и их следует вычесть из 881.7, чтобы определить следующее число, которое поэтому равно 833.3. Таким образом я составил вторую таблицу, которая [также] помещена в конце мемуара. Ее первые два столбца те же, что и в первой, хоть я и озаглавил второй столбец иначе, – *Естественное оспенное состояние*,– чтобы противопоставить его третьему, – *Безоспенному* *состоянию*. Этот третий столбец указывает ежегодное число остающихся в живых в предположении, что никто не должен умирать от оспы. И я добавил четвертый столбец, в котором показал различие между двумя состояниями.

12. Таблица, которую я только что пояснил, сразу же бросает свет на большое число проблем, которые обычно возникают при определении оспенных опустошений рода людского, ее ужасающее воздействие на размножение и сохранение человечества, а также при оценке его выгоды, если удастся избавить его от этого источника истребления. Надеюсь, хоть и употребляю подобные выражения, что нисколько не раздразню тех, кто объявил себя противником вариоляции. Вот, стало быть, следствия, которые я вывел из второй таблицы и которые я полагаю наиболее важными.

(1) *Абсолютная выгода*, указанная в четвертом столбце, вначале существенно возрастает, но ее прирост замедляется. Наибольшая абсолютная выгода соответствует возрасту 20 – 22 годам. Если предположить число новорожденных равным 1300, число уцелевших в нем при избавлении от оспенного бедствия превышает то же число в естественном оспенном состоянии на 80.3. В этом возрасте, следовательно, выгода почти доходит до шестнадцатой доли числа рождений. После этого возраста числа, показывающие выгоду, убывают; и легко предвидеть, что так и должно было случиться, потому что в глубокой старости число уцелевших в каждом из двух состояний непременно оказывается очень малым.

(2) Верная оценка выгоды должна быть установлена по ее соотношению к числу уцелевших в нынешнем естественном состоянии, и в этом смысле ее можно назвать *относительной выгодой*. В возрасте пяти полных лет в естественном состоянии в живых остается лишь 732 ребенка, в другом – на 47.8, т. е. примерно на пятнадцатую часть больше. В возрасте десяти лет, соответственно 661 и 67.4, т. е. более, чем на десятую часть больше чем в естественном состоянии к полным десяти годам. В возрасте 15 лет относительная выгода составляет 77 на 628 и соотношение этих чисел примерно равно 1/8. Таким образом, для этого возраста относительная выгода составляет примерно одну восьмую.

(3) Видно также, что относительная выгода должна возрастать вплоть до смерти последнего из 1300 новорожденных, которые по предположению родились в один и тот же день, если допустить, что не переболевшие оспой остаются постоянно подверженными этой болезни. Действительно, при прочих равных соотношениях из большого числа лиц всегда больше умирает тех, на кого оспа еще не напала, чем уже перенесших ее[23]. И это наша таблица тоже указывает, потому что, хотя абсолютная выгода начинает убывать с возраста 22 лет, относительная не перестает возрастать. Мы видели [пункт 2], что в возрасте 15 лет относительная выгода составляет около одной восьмой; в возрасте 20 лет число уцелевших на 80.2 превышает их число, 598, в естественном состоянии, что составляет почти 1/7½. И, наконец, в возрасте 25 лет, когда выгода составляет 79.3 на 565, относительная выгода почти равна 1/7.

Видно, таким образом, что она постоянно возрастает, хоть никогда и не превышает 1/7, т. е. отношения числа заболевающих оспой и умирающих от нее к числу переболевших ей. И вот изящная теорема, которую я докажу позже [см. формулу (5) в § 13]: асимптотическое соотношение выгоды к числу уцелевших, вообще, равно $1/(m – 1)$, а соотношение числа оставшихся в живых при естественных условиях к тому же числу при отсутствии оспы, – $(m – 1)/m$. Для m я принял значение 8, потому что мне представляется, что оно лучше всего соответствует явлениям, присущим оспе. Другие принимают $m = 7$ и в этом предположении выгода оказывается большей, а именно 1/6.

(4) Для вполне взрослых, которые только и полезны государству, соотношение между двумя состояниями не изменяется заметным образом и становится примерно равным 7/8. И если в Париже ежегодно оказывается 7 *тыс* человек в возрасте 20 лет, то без оспы в этой столице было бы 8 *тыс*. Мы также усматриваем в таблице, что в возрасте 16 лет соотношение между двумя состояниями равно 622/700, и это тот возраст, в котором люди начинают быть полезными для государства как помощью, которую они могут оказать обществу, так и размножением рода человеческого.

Видно, следовательно, что без оспенного истребления *гражданское рождение* возрастет ежегодно в отношении 622/700. Гражданским рождением данного лица можно назвать его вхождение в 17-летний возраст. В естественном состоянии для всей Франции таких рождений по моей оценке ежегодно происходит 175 *тыс*, и я говорю, что без оспенной смертности их было бы 200 *тыс*, так что Франция ежегодно получит 25 *тыс* человек, каждый из которых окажется полезным для государства и общества, а через несколько первых лет эта выгода окажется даже намного большей. Абсолютная выгода для возраста в 16 полных лет равна 78, т. е. почти 1/8 гражданских рождений, которых по нашей таблице 622.

(5) В естественном состоянии, или по крайней мере в том, в каком по г-ну Галлею находился Бреслау, всё поколение сокращается вдвое к 11 годам и 5 месяцам, тогда как во втором состоянии это произойдет лишь к 24 годам и 3 месяцам. В 6½ лет уцелевших в первом состоянии не больше, чем в 16 лет во втором; аналогично, их числа равны для 9 лет и 21 года. Тот, кто захочет продолжить нашу таблицу, что весьма нетрудно осуществить без ощутимой ошибки, сможет вывести многие другие следствия того же характера. При этом придется продолжить лишь второй столбец, повторяя числа г-на Галлея вплоть до полного вымирания поколения, а затем умножая их все на 8/7, чтобы вывести числа для возрастов свыше 25 лет, аналогичные находящимся в третьем столбце.

(6) Для каждого состояния можно назвать *количеством полной жизни* поколения в 1300 новорожденных сумму всех чисел, составляющих второй и, соответственно, третий столбцы, полагая, что оба они продолжены вплоть до полного вымирания этих новорожденных. Это правило [это определение] станет более правильным [более соответствующим названию], если взять лишь половину первого члена, т. е. 1300, потому что подобает предположить, что все умирающие в течение некоторого года умирают в его середине. И если затем разделить количество полной

жизни на число всех новорожденных, равное 1300, мы получим количество жизни, или просто *среднюю жизнь* каждого новорожденного.

В соответствии с указанной поправкой сумма чисел второго столбца, включая возраст 25 лет, станет равной 17 353, а сумма остальных чисел в нем, с 25 лет исключительно до 84 лет включительно, будет в соответствии с таблицей г-на Галлея 17 187. В возрасте полных 84 лет остается еще 20 человек, [общее] количество жизни которых должно быть еще примерно равным 65 годам, так что это число следует прибавить к указанному выше числу 17 187, что даст 17 252. Итак, в естественном состоянии полная жизнь оказывается равной 17 353 + 17 252 = 34 605. Разделив это на 1300, получим среднюю жизнь каждого новорожденного в естественном состоянии, 26 лет и 7 месяцев.

Таким же образом определяется, что средняя естественная жизнь для детей в возрасте одного года равна 33 годам и 5 месяцам, а для двухлетних – 38 лет. Эти два последних случая очень хорошо соответствуют таблице г-на Бюффона, которая помещена в конце 2-го тома его прекрасной *Естественной истории*, хотя она и составлена совсем по другому списку умерших. Но первое значение средней жизни для новорожденных, которое я установил равным 26 годам и 7 или 8 месяцам, громадным образом отличается от восьми лет, указанных этим знаменитым автором. В его таблице несомненно была допущена опечатка и вместо восьми лет, возможно, должно было быть 26 лет и 8 месяцев или 28 лет[24].

Если мы, уменьшив вдвое первое число, 1300, тем же образом сложим все числа третьего столбца, то сумма теперь станет равной 18 990. Она укажет общее количество жизни, будь она избавлена от оспы, до 25-летнего возраста включительно. Однако, для определения остатка этого количества вплоть до полного вымирания [поколения] я использую число 17 252, соответствующее естественному состоянию, умножив его на 8/7, см. замечание 3, и получив 19 716. Количество полной жизни, избавленное от оспы, окажется поэтому равным 18 990 + 19 716 = 38 706. Итак, количества полной жизни относятся как 34 605/38 706 и то же соотношение будет иметь место для средних жизней в обоих состояниях. Избавленное от оспы, оно станет равным 29 годам и 9 месяцам, а в естественном состоянии – лишь 26 годам и 7 месяцам. Выгода составит [34 605/38 706] примерно 2/17 естественной средней жизни.

13. Если сравнить теперь таблицы, которые я только что описал, и которые не могут не представить оба состояния в достаточной мере правильно, то нас наверняка тронет опустошение рода человеческого одной только оспой. Я оставляю [такую возможность] тем, кто представляет себе математические истины и в то же время сможет посвятить этому всю свою энергию. И прежде всего я оставляю мои заметки г-ну Кондамину, если только он найдет их заслуживающими своего внимания для их приложения к [обоснованию] вариоляции. Но следует пожелать, чтобы врачи, вместо пресечения его рвения, столь же благочестивого, сколь просвещенного, захотели бы помочь ему усовершенствовать метод вариоляции, отнюдь не отрицая его, быть может без должного взвешивания ее важности.

В замечании 3 предыдущего параграфа указано, что числа третьего столбца [второй таблицы] относительно чисел второго стремятся к соотношению 8/7, или, вообще, к $m/(m-1)$, т. е. к отношению числа заболевших оспой к числу выздоровевших. Признаюсь, что я вначале пришел к этому выводу лишь по догадке, но затем тотчас же принялся вычислять, каким должно было быть это асимптотическое соотношение.

Я поясню здесь свои вычисления тем охотнее, что оно представит нам общее выражение для всех чисел третьего столбца вплоть до полного вымирания всего поколения. И это общее выражение могло послужить для указания наших чисел еще точнее, чем по методу § 11, который является лишь некоторым видом приближения. Если вновь обратиться к буквам x, ξ, s, m и n в том значении, которое я дал им в § 5, равно как и к последнему уравнению этого параграфа, и если, кроме того, понимать под ς числа третьего столбца [второй таблицы], то речь будет идти об установлении соотношения ς/ξ.

Полная смертность в течение элемента времени dx будет равна $-d\xi$, а смертность от оспы sdx/mn, так что полная смертность при отсутствии оспы окажется равной $-d\xi - sdx/mn$. Эта смертность, однако, относится к числу ξ, и, чтобы привести ее к числу ς, ее следует умножить на ς/ξ. Таким образом

$$-(\varsigma/\xi)\,[d\xi + (sdx/mn)] = -d\varsigma,\quad d\varsigma/\varsigma - d\xi/\xi = sdx/mn\xi.$$

Подставим вместо s его значение (3) из § 6, тогда

$$d\varsigma/\varsigma - d\xi/\xi = \frac{dx/n}{(m-1)e^{x/n}+1}.$$

Интегрируя это уравнение по обычным правилам, мы найдем, что

$$\varsigma/\xi = \frac{me^{x/n}}{(m-1)e^{x/n}+1}. \qquad (5)$$

Если принять $m = n = 8$, это выражение даст нам в общем виде и более точно все члены третьего столбца, притом не надо будет отправляться от предшествующих чисел. Впрочем, результаты не будут ощутимо отличаться от указанных в таблице, особенно в ее конце. Полученное выражение сразу же показывает нам суть изменений и прежде всего, что, если принять для x, т. е. для возраста, даже не очень большое число, то соотношение ς/ξ должно будет оказаться очень близким к $m/(m-1)$, т. е., по нашему предположению, к 8/7, хотя никогда не станет равным ему.

Мы также увидим, рассмотрев один или два примера, насколько наше общее выражение согласуется с числами третьего столбца, которые мы определили лишь приближенно, переходя последовательно от одного года к другому. Пусть, например, $x = 16$, тогда $\varsigma = 697.4$, в таблице же указано 700.1. Пусть теперь $x = 24$, тогда уравнение укажет, что $\varsigma = 649.2$, таблица же дает 651.7. Эти два примера убеждают нас, что из нашего уравнения следуют почти те же числа, что и данные в таблице. Если тем не менее существующие малые различия могут привести к затруднениям в такого рода исследованиях, то числа в третьем столбце надо будет исправить, придав им те значения, которые указывает наше уравнение.

14. Постараемся для блага человечества еще точнее пояснить и установить причины, которые должны будут настроить нас за или против вариоляции. Если она представляет нам все выгоды, которые, как я доказал, сопровождают избавление от оспы, и если это происходит без всякого риска или отрицательных последствий, то следует ли сомневаться или колебаться при выборе решения? И не дóлжно ли инокулировать детей в самые первые дни после рождения? Мне представляется, что было бы противно природе осмеливаться утверждать, что [даже] при этих условиях ее не следует практиковать. И поэтому один лишь риск, который приписывают вариоляции, может удерживать нас в нерешительности.

Это соображение подводит меня к предложению и исследованию нового вопроса: *каковым окажется состояние человечества, если за счет некоторого числа жертв можно будет избавить его от натуральной оспы?* Вначале эта проблема кажется весьма трудной и тем не менее [ее решение] весьма естественно вытекает из наших принципов и метода рассматривать эту тему.

Итак, пусть, чтобы избавиться от оспы, следует пожертвовать одним человеком из N, так что мы должны будем лишь учесть, что поколение уменьшится в соотношении $N/(N - 1)$ и что, следовательно, в том же соотношении уменьшатся и все числа в третьем столбце, и их сумма, которая указывает количество полной жизни. После этого будет очень легко составить новую таблицу, которая укажет, каким окажется состояние человечества, если за счет некоторой небольшой дани все остальные новорожденные наверняка будет полностью избавлены от всякой оспенной опасности.

Я не привожу такой таблицы, поскольку нет достаточного согласия по поводу числа N, которое в приложении к теме о вариоляции показывает, во сколько раз число всех, подвергнутых этой операции, превышает число умерших от нее. Согласие существует лишь в том, что с тех пор, как практика вариоляции была усовершенствована, N стало очень большим. Правда, оно может уменьшаться для младенцев, которых пожелают инокулировать еще в колыбели, однако подобное возрастание опасности не было еще установлено и нет даже уверенности, что риск не мог бы даже уменьшиться. Так или иначе, я думаю, что в худшем случае можно положить, например, $N = 200$. И я приведу несколько замечаний, основанных на этом значении.

Число рождений, 1300, в этом [худшем] случае сразу же уменьшится до 1293.5, а числа остающихся в живых после завершения возрастов в 1, 2 и 3 года окажутся равными 1012.1, 877.4 и 831.2 [они равны числам 1017.1 и т. д. во второй таблице, умноженным на 0.995] и соответственно далее. Разности между этими числами и числами второго столбца, за вычетом последствий опасности вариоляции, укажут выгоду для всех возрастов. Она составит последовательно 12.1, 22.4, 33.2 и т. д. Эти примеры уже показывают, что упомянутые вычеты влияют очень незначительно и что ими можно пренебречь, если рассматривать всю совокупность, которая только и заслуживает внимания Князя, когда речь идет о благе государства или общества. Но посмотрим, каковым окажется количество полной жизни после разъясненного только что вычета.

В замечании 6 в § 12 мы видели, что в естественном состоянии это количество равно 34 605, а для безоспенного состояния и без всяких вычетов, – 38 706. Теперь же это последнее число надо уменьшить на 1/200 часть за счет опасности вариоляции. Посредством такого вычета мы определим, что количество полной жизни в безоспенном состоянии после выплаты дани = 38 513 и его следует сравнить с 34 605, которое соответствует естественным условиям. Разделив оба эти числа на 1300, мы получим среднюю жизнь в естественном состоянии, равную 26 годам и 7 месяцам, при избавлении от оспы и без выплаты дани – 29 годам и 9 месяцам, а после выплаты всей дани, – 29 годам и 7 месяцам.

Опасность вариоляции уменьшает среднюю жизнь лишь примерно на 1 месяц и 20 дней [примерно на 1/200]. И, несмотря на эту опасность, выгода всё еще составляет 3 года при прежней продолжительности жизни в 26 лет и 7 месяцев в естественном состоянии. Она, эта выгода, еще превышает девятую часть естественной жизни, раннее же мы оценили ее примерно в 2/17.

Рассмотрим снова другой вопрос, а именно, какое значение следует принять для N, чтобы вариоляция не оказывала на совокупность ни благотворного, ни вредного влияния, и чтобы средняя жизнь [поэтому] оставалась такой же, какой она была в естественном состоянии. Мы получим ответ, если приравняем

$38\,706/34\,605 = N/(N - 1)$, откуда примерно $N = 9.43$.

Следует поэтому принять в качестве моральной истины, что, поскольку вариоляция новорожденных уносит менее 100 из 943, она более благотворна, нежели вредна[25]. И в соответствии с этой теоремой следует определяться, – отказаться ли от вариоляции новорожденных, или ввести эту практику, если только имеется желание согласиться с принципом наибольшей пользы для всего человечества. Вместо соотношения 100/943 можно было бы ожидать 1/8; различие происходит потому, что умирающие от натуральной оспы вовсе не погибают от нее сразу же после своего рождения.

Я пойду дальше и не побоюсь сказать, что даже если придать вариоляции такую огромную опасность, что она уносит 100 из 943-х, она всё-таки окажется благотворной для общества. Чтобы разрешить этот парадокс, надо будет исследовать изменения, которые произойдут в таком случае: из 1300 новорожденных вначале останется 1162, затем 909 в возрасте года, 788 двухлетних и т. д., т. е. меньше, чем было бы в естественном состоянии, но соответствующие разности будут становиться всё меньше и меньше. В возрасте 15 лет разность окажется равной нулю; в естественном состоянии остается 628 человек, а при всеобщей вариоляции, пусть даже столь смертоносной, – 630. Затем количество уцелевших в естественном состоянии будет постоянно меньше, чем во втором состоянии и в возрасте 25 лет вместо 565 остающихся в живых их окажется 576.

Отсюда видно, что потери понесут лишь дети, бесполезные для общества, и что вся выгода достанется самому ценному возрасту. Допустим, что на 1000 детей распределяется 20 000 лет жизни; разве для человечества будет лучше, если каждый доживет до 20 лет, а затем умрет, чем если 500 умрет в колыбели, а 500 доживет до 40 лет? В первом случае человечество вскоре бы угасло, но возможно стало бы избыточным во втором. Наконец, как ни рассматривай нашу тему, всегда геометрически верно, что в интересах Князя возможно заботливей благоволить вариоляции и покровительствовать ей. И так же должен поступать отец семейства в отношении своих детей.

Даже лица, достигшие сознательного возраста и не болевшие натуральной оспой, могут оказаться в особом положении, требующем специальных вычислений для установления самого благоприятного возраста для вариоляции, однако общественные интересы всегда будут требовать не только вариоляции, но и ее скорейшего осуществления для предотвращения натуральной оспы, потому что мы видим в первой таблице, что к возрасту 4½ года она уже уносит половину тех, кто вероятно погибнет от нее, и что не более 450 человек еще не болели ей и нуждаются в помощи [спасении] вариоляции. Если, тем не менее, длительный опыт научит нас, что на первом году жизни младенцы намного меньше подвержены заболеванию оспой, чем в последующие годы, появится причина отложить вариоляцию до завершения ими первого года жизни. По этому поводу следует советоваться с врачами, поскольку списки умерших не указывают возраста погибших от оспы.

Постараемся же познать природу оспы по ее проявлениям и не будем прислушиваться к предположениям при изучении ее патологии [возникновения, течения и исхода] и выводе заключений. Предположения, которые я сам ввел, не касались естества оспы, они состояли лишь в выборе некоторых соотношений, достаточно хорошо определенных по большому числу наблюдений. Тем не менее, эти соотношения вполне могут быть несколько подправлены в зависимости от [появления] новых списков умерших от оспы, особенно с указанием возраста при смерти. Осмеливаюсь, однако, утверждать, что даже такие поправки не потребуют весьма значительных исправлений наших результатов. И пусть опыт решает, опаснее ли вариоляция на первом году жизни, чем на пятом или шестом. Я, по крайней мере, не уверен, что это было уже установлено по поводу натуральной оспы.

15. Наш метод послужит еще для ответа на возражение некоторых врачей, вздумавших выставить его против вариоляции, а именно, против распространения заразы от болезни, которая могла бы не проявлять себя в течение нескольких лет подряд. Они доводят это возражение до того, что говорят, что один-единственный человек может после вариоляции заразить оспой 10 других, а каждый из этих – десятерых других и т. д. и таким образом породить геометрическую прогрессию, один лишь 12-й член которой намного превзойдет число людей, когда-либо живших с момента сотворения мира.

Мы могли бы вначале ответить, что человечество быть может окажется в лучшем состоянии, превратись эта болезнь в эндемическую [постоянно существующую в определенной области] и действующую однообразно и непрерывно. Возможно, что долгое время нависавшие эпидемии нанесут более ужасающие опустошения за один-единственный год, чем последуют от постоянно и однообразно проявляющей себя болезни в течение значительного числа лет. Решение по этому поводу я оставляю врачам.

Но вот как надо рассматривать эту тему. Я предлагаю сравнить друг с другом распространение заразы в двух случаях: оставляя всё так, как это имеет место в природе; и предполагая, что всех новорожденных инокулируют. В первом случае из 1300 новорожденных 800 рано или поздно погибнет от оспы, а 500 умрет, не заразившись ей, см. замечание 9 в § 9. Во втором случае 1300 младенцев заболеют искусственной оспой, если предположить, что все они без исключения были инокулированы и что ожидаемый результат [заболевание] произошел каждый раз. Соотношение числа пациентов оказывается равным 800/1300 и именно им следует заменить ужасающую геометрическую прогрессию.

Итак, до сих пор соотношение между распространением заразы оказывалось равным 8/13, однако после вариоляции зараза наверняка намного слабее, чем при натуральной оспе, потому что она несравненно менее злокачественна. Быть может допустимо сказать, что она менее злокачественна в 13 раз и тогда соотношение 8/13 можно заменить на 8/1.

Есть и еще одно соображение. При одной и той же степени злокачественности разумно предположить, что степень заразы пропорциональна поверхности тела больного, а для натуральной оспы средняя поверхность примерно в 4 раза превышает поверхность новорожденного, – одного из тех, которые поголовно инокулируются. Таким образом, мы вправе сказать, что общая зараза натуральной оспы в 32 раза сильнее, чем при вариоляции всех новорожденных. Я не настаиваю на этих соотношениях, которые привел лишь для лучшего освещения только что изложенных доводов и я оставляю всем возможность распоряжаться этими соотношениями так, как они сочтут подходящим. Я только хочу, чтобы в вопросе, который так тесно связан с благом человечества, ничего не решалось без полного ознакомления с его сутью, возможно после некоторого анализа и вычисления.

16. До сих пор я исследовал ужасающее влияние и печальные последствия оспы в течение всей человеческой жизни и особенно ее первых 24 лет, когда наши предположения не могли существенно уклоняться от состояния природы; после них оспа уже не оказывает ощутимого влияния на совокупность. Невозможно слишком усердно поощрять тех, кто желает прибегнуть к вариоляции для предотвращения ужасающих бедствий натуральной оспы и старается поскорее осуществить ее, опасаясь, что оспа опередит его. И это правило надлежит установить прежде всего государству, потому что седьмой столбец первой таблицы указывает, что до пятилетнего возраста оспа уже уносит более половины своих жертв, а три четверти – к завершению девятого года жизни.

Очень возможно, что наиболее подходящий возраст для вариоляции это именно тот, в течение которого, как считается, больше оснований для заботы о нем, т. е. раннее детство, и по крайней мере, насколько мне известно, опыт еще не научил нас противному. Мне представляется, что можно следовать правилу инокулировать младенца как только заканчивается его вскармливание, особенно если его отец и мать, или кормилица, если он не вскармливается матерью, в добром здравии постольку, поскольку каждый из них может повлиять на конституцию ребенка. И если ребенок не выказывает никаких признаков плохого здоровья, и если [в районе] не господствует злокачественная эпидемия оспы, следует предполагать настойчивее, чем в любое другое время, что, вскормленный в лоне природы, он не заразится ничем, что должно было бы препятствовать вариоляции.

17. Я часто обращал свои мысли к политике. Снова замечу по этому поводу, что интересы государства почти не затрагивались бы, захоти мы отказаться от вариоляции после 20-летнего возраста. Но человек, достигший этого сознательного возраста и не переболевший оспой, не менее заинтересован прибегнуть к вариоляции. Лишь малое число подобных лиц полагает вариоляцию почти безразличной для общества, но тот, кто случайно оказывается в этой небольшой группе, извлекает почти ту же самую выгоду, что и ребенок, который подвергся вариоляции в возрасте четырех или пяти лет.

Каждый, кто не заразился оспой, находится в мучительной необходимости ежегодно состязаться с 63-мя другими, чтобы выяснить, кто из них должен от нее умереть, и с семью другими, чтобы определить, кто из них заболеет ей. И он влачит эту печальную участь до тех пор, пока не заболеет. Не лучше ли, предположив, что вариоляция губит одного из 473[26], играть против 472-х, чем против 63-х, и подвергаться риску один-единственный раз, чем каждый год своей жизни? Может ли рассудительный человек колебаться в выборе между ожиданием натуральной оспы и вариоляцией? И как могут еще некоторые колебаться? Ответ очень прост: ничто из сказанного не влияет на их чувства.

Если какой-то языческий тиран станет таким образом ежегодно выбирать свои жертвы, чтобы со всей помпой умерщвлять их у ног своего идола, и если от этого ужасающего приговора можно отделаться *раз навсегда* подвергнувшись риску, который и сам по себе почти в восемь раз слабее того, которому придется подвергаться заново ежегодно, – то найдется ли один-единственный человек, колеблющийся в своем выборе? Будь вопли сколь угодно шумными [?], все последовали бы по пути освобождения, хоть сам по себе он и не является совершенно свободным от всякой опасности.

18. В остальном, хоть и верно, как я сказал, что выгода от вариоляции почти одна и та же для всех возрастов, легко понять, что должно существовать какое-то различие между ними, потому что выгода непременно зависит от изменяющейся смеси оспенной смертности и полной смертности от всех болезней и несчастных случаев, которая только и может быть установлена по спискам умерших. Ценность вариоляции нельзя будет поэтому определить, если не следовать нашему методу, т. е. если не отделить первую от смертности от всех других причин в течение всей человеческой жизни.

Вот новая тема, которая всегда казалась мне наиболее трудной для точного рассмотрения, пока я стремился избежать исследования всех изложенных выше тонкостей. Теперь же я предполагаю исследовать ценность вариоляции, произведенной в каком-либо возрасте и этот вопрос нельзя решить, не зная всех проявлений оспы от возникновения некоторого поколения до его полного вымирания, равно как невозможно было справиться с другими вопросами, которые мы уже решили относительно вариоляции в самом раннем детстве.

Я разъясню свой метод на примере: выберу полный пятилетний возраст и буду отыскивать его среднюю жизнь, предполагая смиренное ожидание натуральной оспы. Затем я рассмотрю полное избавление от нее и буду судить о ценности вариоляции по соотношению [полученных] средних жизней. Я так и поступил в замечании (6) § 12, в котором определил, что для новорожденных это соотношение равно 34 605/38 706 или примерно 17/19. Тот, кто внимательно прочел это замечание, сможет в той же степени легче проследить за численными вычислениями, которые я здесь приведу. И я снова введу поправку, приняв во внимание лишь половину первого члена, либо вычту эту величину из суммы всех членов, следующих после пятилетнего возраста, во втором и третьем столбцах второй таблицы.

19. Вторая таблица показывает нам, что из 1300 новорожденных к полным пяти годам жизни остается 732, 416 из которых еще не болели оспой, а 316 перенесли ее, что устанавливается первой таблицей. Отыщем *количество полной жизни* для всех этих 732 детей, не учитывая пяти первых лет жизни. В замечании 6 § 12 мы нашли его, считая от рождения, равным 34 605, и [теперь] требуется вычесть из него количество жизни от рождения до пяти полных лет, но не учитывая половину первого члена и добавляя половину члена 732. Сумма первых пяти членов равна 4713 и поэтому количество жизни от рождения до полных пяти лет равно 4713 – 1300/2 + 732/2 или 4429. Его надо вычесть из 34 605, чтобы получить количество полной жизни от пяти лет для 732 детей, живущих в естественном состоянии; искомая величина равна

30 176. Замечу здесь мимоходом, что, разделив эту величину поровну на 732 ребенка, достигших полных пяти лет, мы получим 41¼, и это, следовательно, окажется их средней жизнью, а таблица, включенная во второй том *Естественной истории* г-на Бюффона, указывает 41½, – согласие восхитительно, если учесть, что обстоятельства различны.

После этого следует аналогично отыскать количество полной жизни для детей полного пятилетнего возраста при отсутствии оспы. В соответствии с третьим столбцом второй таблицы 779.8 детей достигли пяти лет, а в замечании 6 § 12 мы определили количество полной жизни с рождения, равное [в безоспенном состоянии] 38 706. Из него следует вычесть, ввиду первых пяти лет, 4574, так что остаток равен 34 132 [равен сумме первых шести членов этого столбца – 1300/2 – 7798/2].

Обратим теперь внимание на то, что в соответствии с первой таблицей среди 732 детей в пятилетнем возрасте, живущих в естественном состоянии, 316 уже перенесли оспу и поэтому перешли в безоспенное состояние. Количество их полной жизни надо поэтому вычислить отдельно, используя следующую аналогию: если количество полной жизни для 779.8 детей равно 34 132, то каковым она окажется для 316? Мы находим 13 832. И если эти 316 детей, уже переболевших оспой, имеют 13 832 года жизни, а 732 имеют 30 176, то 416 оставшихся, еще не болевших оспой, имеют 30 176 – 13 832 = 16 344. Разделив это число на 416, получим среднюю жизнь ребенка, достигшего пяти полных лет и еще не болевшего оспой, а именно $39\frac{120}{416}$ или 39 лет и 3½ месяца.

Выше мы также нашли, что 779.8 детей пятилетнего возраста, живущих в безоспенном состоянии, имеют количество полной жизни 34 132, так что их средняя жизнь равна $32\,\frac{132}{779.8} = 43\frac{6006}{7798}$. Следовательно, средняя жизнь детей пятилетнего возраста, еще не переболевших оспой, относится к той же величине для детей, перенесших ее, как $39\frac{120}{416}/43\frac{6006}{7798}$ или как 39 288/ 43 770 или как 1000/1111 [как 1000/1114]. Но для новорожденных мы выше нашли это соотношение равным 34 605/38 706 или 1000/1117. Итак, соотношение почти то же самое и можно лишь сказать, что *относительное* возрастание [средней жизни] чуточку больше для новорожденных, чем для детей пятилетнего возраста.

Тем не менее, выгода или *абсолютное* возрастание немного больше у последних, чем у первых, потому что естественная средняя жизнь пятилетних превышает эту величину для новорожденных. Для пятилетних абсолютное возрастание составляет примерно 4½ года и лишь 3 года и 1 месяц для новорожденных. Это большое различие вызвано высокой смертностью на первом году жизни, которая значительно изменяет [укорачивает] среднюю жизнь. В других возрастах абсолютные возрастания не отличаются настолько же. Оно оказывается наибольшим в возрасте от шести до семи лет, после чего убывает, однако относительное возрастание остается почти без изменения.

Мы еще заметим по отношению к пятилетним детям, что средние жизни тех, кто еще не болел оспой; тех, кто подвержен опасности;

и, наконец, тех, кто уже перенес ее, относятся как 3929: 4122: 4377, и что каждое из этих чисел указывает в сотых долях года абсолютную продолжительность средней жизни. Итак, абсолютная выгода, достигаемая в пятилетнем возрасте при переходе из класса не переболевших оспой к классу перенесших ее, равна 448 или 4½ года. Тем же методом можно определить все эти величины для любого иного возраста.

20. Предположим теперь, что этой выгоды нельзя достичь без риска, но происходящее убывание выгоды легко определить. Пусть вообще средняя жизнь тех, кто еще не болел оспой, равна A, а переболевших ей – $A + a$, но что полученная выгода уносит одну жизнь из n. Мы должны применить основное правило вероятностей[27] и сказать: есть один случай поддасться болезни и потерять жизнь стоимостью A и $(n - 1)$ случай выиграть a. Исходя из этого, найдем выгоду равной

$$[(n - 1)a - A]/n.$$

Эта формула указывает, что при $n = (A/a)+ 1$ никакой выгоды от вариоляции ожидать больше нельзя, но если n велико, то риск вариоляции не уменьшит ее ощутимо. Предположим поэтому, что для детей в возрасте пяти лет $A = 39.29$, $a = 4.48$ и допустим, что $n = 473$[28]. Тогда остающаяся выгода = 4.39, а при отсутствии риска она была равна 4.48. Разность составляет 0.09 или 9/100 года или примерно 1 месяц и таким образом выгода в 4 года и 6 месяцев убывает ввиду риска до 4 лет и 5 месяцев. Чтобы вариоляция не влекла за собой ни выгоды, ни ущерба, от нее должны были бы умирать 100 из 997, т. е. более одного из десяти [9.43 в § 14]. Тогда для пятилетнего возраста от нее не будет никакой выгоды.

Я не упоминаю повторной оспы[29]; подобные случаи настолько редки, что их не следует принимать в расчет, они быть может не изменят вычисленные мной средние жизни на один день. Мы можем согласиться, ничего не убавляя от ценности вариоляции, что она предохраняет от повторения оспы не более, чем от плеврита, если только не настаивать на том, что после искусственной оспы вторично заболевают ей чаще, чем после натуральной, а об этом мы не можем говорить уверенно.

В конце концов, целью моего мемуара не была ни защита, ни пропаганда вариоляции; мне здесь достаточно, не будучи замеченным, присоединиться к тем, кто считает ее весьма полезной. Я лишь старался прояснить основные и наиболее интересные вопросы естественной истории человека в той мере, в какой он подвержен оспенному бедствию и тем самым бросить какой-то новый свет на проблемы вариоляции, т. е. на проблему, всегда исключительно важную для благосостояния человечества и с некоторых пор ставшую столь известной. Такую огромную проблему нельзя обсуждать не имея полного знания возможных причин [?].

21. Вот еще один вопрос, который может быть интересен для теории вариоляции. Пусть принято за непременное правило инокулировать всех детей, достигших полных пяти лет, которых до тех пор пощадила натуральная оспа и пусть вариоляция во всех случаях оказалась действенной. В каком соотношении увеличится тогда полное число больных оспой? Я уже рассматривал этот вопрос в § 15 для случая, когда желательно инокулировать всех новорожденных, но для пятилетних наш вопрос оказывается более естественным.

Вот решение, которое доставляют наши принципы. Пятый столбец нашей первой таблицы [сумма его первых пяти членов] показывает, что из поколения 1300 новорожденных окажется 436, переболевших оспой до достижения ими полных пяти лет, а в соответствии с третьим столбцом остается 416, которых оспа пощадила и которые ей заболеют в результате вариоляции. Таким образом, число всех больных [считая от рождения] станет равным 852, тогда как в естественном состоянии их было бы 800. Возрастание составляет не более 52, т. е. примерно 1/16. Такое небольшое возрастание числа больных несомненно стократно уравновешивается доброкачественностью болезни тех, кто инокулирован, так что, поскольку речь идет о заразе, в целом человечество немало выигрывает.

Таблица 1. Столбцы: 1. Возраст в годах. 2. Число остающихся в живых по Галлею. 3. Не болевших оспой. 4. Болевших оспой. 5. Болевших оспой в предыдущем году. 6. Умерших от оспы в предыдущем году. 7. Общее число умерших от оспы с рождения. 8. Число умерших от всех иных болезней в течение каждого года. **Примечание**: Наименование столбцов следует уточнить по пояснениям § 7 и по нашим Примечаниям 16 и 17.

Пример: вычисление чисел первой строки пятого и восьмого столбцов. 137 = [(1300 + 896)/2] : 8; 283 = (1300 – 1000) – 17.1.

Таблица 2. Столбцы: 1. Возраст в годах. 2. Число остающихся в живых в естественном оспенном состоянии. 3. То же, в безоспенном состоянии. 4. Разность или выгода. Столбцы 5, 6, 7 тождественны второму, третьему и четвертому соответственно.

Эта таблица дает возможность сразу увидеть, сколько из 1300 новорожденных, предположенных рожденными в один и тот же день, останется в живых из года в год вплоть до 25-летнего возраста, если все они подвержены оспе, и сколько останется, если они все избавлены от этой болезни. Здесь же эти два состояния сравниваются и указывается отличие между ними.

Примечания

1. Г-н Бернулли воспользовался списками из Бреслау, в котором умирает намного меньше детей, чем в других местах. Обратись он к лондонским спискам, или к таким же сведениям из Парижа, найденное им соотношение оказалось бы намного благоприятнее для вариоляции. *Редактор газеты*

2. Г-н Бернулли предполагает, что многие бедные матери, которые приносят своих детей в приют, воздержатся от этого, опасаясь вариоляции. Но если предположить, что половина приносимых детей была рождена в браке, незначительное число тех, кто будет против [этой процедуры], докажет лишь весьма малую заинтересованность в их судьбе со стороны приносящих.

Редактор газеты. Бюффон (1989, с. 114) привел таблицу числа подкидышей в Париже за 1745 – 1766 гг. и без доказательства заявил, что более половины из них была рождена в браке. Через несколько строк он добавил, что в 1772 г. число рождений в Париже составило 18 713, включая 7676 подкидышей, "что, видимо, доказывает …" то же самое. О. Ш.

3. Матери семейства ни здесь, ни в § 14 Бернулли не упомянул. Точно так же в аналогичных случаях поступили Лаплас (1812/1912, с. 168; 1814/1999, с. 853, левый столбец) и В. Я. Буняковский в газетной статье 1848 г. (Шейнин 1999, с. 75). О. Ш.

4. Италия действительно ожидает лишь примера Франции. *Редактор газеты*

5. О дальнейших после 1766 г. публикациях автора, относящихся к вариоляции, нам ничего не известно, но возможно, что его сочинение (1771) и является (частично?) подобным продолжением. О. Ш.

6. Под поколением обычно понимается совокупность родившихся в одном и том же году, и на протяжении всего мемуара автор имеет в виду именно такую совокупность, но прилагательное *годичное* добавляет лишь иногда. О. Ш.

7. Эта фраза по существу повторяет заключительные слова одного из мемуаров Кондамина (1759, с. 669). О. Ш.

8. Это Предисловие было написано [добавлено?] лишь 16 апреля 1765 г., намного позже мемуара.

9. Аналогичное выражение (*Kinderblattern*) имеется и в немецком языке. О. Ш.

10. В газетной статье, в ее п. 6, автор упомянул и другую причину: желание отвести от себя возможное подозрение в преувеличении опасности оспы; в замечании (3) § 12 он указал лишь одну причину. О. Ш.

11. Зачитывание началось 30 апреля 1760 г.

12. Мнение Бернулли следует значительно видоизменить (и, соответственно, усомниться в возможности назначения единой средней смертности от оспы): в зависимости от ее тяжести, различают три формы оспы, притом каждая из них подразделяется на несколько видов. Заметим, однако, что Бернулли иногда (например, в § 11) упоминает *оспенные болезни*. О. Ш.

13. См. п. 6 Предисловия (число заболевших точно не известно). О. Ш.

14. См. п. 3 Предисловия и конец § 6; Бернулли принял для всех возрастов одни и те же вероятности и для заболевания оспой, и для смерти от нее. О. Ш.

15. И вот позднейшее высказывание Бернулли (январь 1768): "Во всех документах", относящихся к России, доля новорожденных, умирающих на первом году жизни, составляла 3/10. Из 1300, стало быть, оставалось 910 … О. Ш.

16. При пояснении шестого столбца (см. выше) лучше было бы прямо сказать, что имеются в виду переболевшие оспой в предшествующем году. Пояснение восьмого столбца (см. ниже) просто неверно: второй столбец не имеет к нему никакого отношения. См. пример, приведенный нами в дополнение к Таблице 1. О. Ш.

17. По таблице Галлея, на которой основывался Бернулли, в 49 лет в живых оставалось 357 человек из 573 в 24 года; соответственно, из 32, достигших 24 лет и не болевших оспой, останется 20 и умрет 12. Бернулли, можно считать, сказал, что умрет 11 и число "не более трех" не соответствует 1/13 или 1/14 от всех умерших, хотя и соответствует 1/8 заболевших оспой (31 человек за 25 лет). Так или иначе, объяснение отсутствует. О. Ш.

18. Несчастные случаи Бернулли упомянул здесь впервые и снова вспомнил о них в § 18. О. Ш.

19. Тонтинами (по имени неаполитанского банкира Лоренцо Тонти) назывались группы покупателей пожизненной ренты у государства, распределявшие ренту между своими остающимися в живых членами. Отношение к ним было далеко не однозначное, потому что они не могли не желать смерти друг другу и все они по своим интересам отстранялись от населения в целом.

20. В критическом комментарии к моему мемуару, который был опубликован задолго до него, это замечание, или, скорее, следствие названо наносящим наибольший ущерб моей теории; мое соотношение 2/3 посчиталось чрезмерным. Было ли это возражение хорошо продумано? Вот факты. Список умерших г-на Галлея указывает, что из поколения 1300 детей [новорожденных] на девятом году жизни умирает всего 10. Я не придумал этого числа, это ведь факт. Теперь надо проверить другое число. Я сказал, что на девятом году жизни из этого же поколения в 1300 детей одна только оспа уносит четырех, т. е. 25-ю часть всех [см. ниже в основном тексте], что установлено бесчисленными наблюдениями и в точности подтверждается моими вычислениями. И это, стало быть, 25-я часть, которую критик находит чрезмерной непосредственно после предшествующего утверждения: "Можно поверить, что $1/n$ вначале достаточно мало, затем возрастает, а после 10-летнего возраста вновь начинает убывать", т. е., что "можно поверить, что восьми- и девятилетние более всех других подвержены риску заболеть оспой". Я бы пожелал критику взять за труд распределить по своему усмотрению из поколения 1300 детей 100 или 101 человека, которые, как нам доподлинно известно, в среднем погибнут от оспы. Тогда он увидит, возможно ли совместить его критику с его же выражением "можно поверить".

21. Число 101 появилось в замечании 3 § 9 и в написанном позже предыдущем примечании. О. Ш.

22. Todhunter (1865, p. 227, § 404) указывает, хотя и без доказательства, что Бернулли имел в виду Даламбера. B&H (с. 15 – 16) высоко оценили собственные рассуждения Бернулли по этому поводу, отметив, впрочем, что понять его было трудно. О. Ш.

23. Это утверждение непонятно. Автор ниже обосновывает его подсчетами выгод от вариоляции и поэтому мог только иметь в виду оспенную смертность, но для перенесших оспу она просто не существует. О. Ш.

24. Даламбер (1761, p. 76; 1768, p. 93) заявил, что расхождение было вызвано тем, что Бюффон исходил из вероятной, а не средней продолжительности жизни. Сочинение Бюффона (1989) включает таблицу "продолжительности жизни" (с. 102), и для указанных Бернулли возрастов она составляла 8 лет, 33 года (а не 33 года и 5 месяцев, что, впрочем, несущественно) и 38 лет. На с. 103 Бюффон добавил, что в соответствии с его таблицей можно держать пари на равных, что новорожденный проживет 8 лет и т. д. Бернулли сослался на Бюффона и в начале § 19: для детей полного пятилетнего возраста он установил среднюю продолжительность жизни в 41¼ года, Бюффон же – 41½. Издание 1989 г. подтверждает этот вывод, но вызывает вопрос: действительно ли Бюффон имел в виду вероятную продолжительность жизни? Так или иначе, ссылка Бернулли на Бюффона во всяком случае сомнительна. О. Ш.

25. В п. 5 газетной статьи Бернулли вскользь указал, что риск составляет 1/300 – 1/400, а в § 20 получил для вариоляции в пятилетнем возрасте соотношение 100/997. О. Ш.

26. Это значение никак не обосновано. О. Ш.

27. Точнее: применить определение математического ожидания; *правило* же состоит в том, чтобы основываться на этом понятии. О. Ш.

28. Число 473 появилось без обоснования в § 17. Оно, видимо, относилось к вариоляции после 20-летнего возраста, а в § 14 Бернулли принял значение 200, имея в виду новорожденных. О. Ш.

29. О чрезвычайной редкости повторения оспы Бернулли уже упоминал в § 5. О. Ш.

Библиография

Бернулли Д., Bernoulli D. (январь 1768), Письмо Л. Эйлеру. *Природа*, №. 5, 1982, с. 103 – 104. Перевод: А. П. Юшкевич.

--- (апрель 1768), Письмо Л. Эйлеру. Там же, с. 105 – 107. Перевод: А. П. Юшкевич.

--- (1771), Specimen inaugurale de usu medico tabularum baptismalium, matrimonialium et mortualium. Med. Diss. Basel.

--- (1738, латинск.; 1999), Опыт новой теории измерения жребия. В сборнике *Теория потребительского поведения и спроса*. СПб, с. 11 – 27.

--- (1982), *Werke*, Bd. 2. Basel. Редактор B. L. van der Waerden.

Галлей Э., Halley E. (1694), An estimate of the degree of mortality of mankind etc. *Phil. Trans. Roy. Soc.*, vol. 17, pp. 596 – 610. Перепечатан в книге автора Baltimore, 1942. Перевод (О. Б. Шейнин): Оценка степеней смертности рода человеческого и т. д. В книге Граунт, Галлей (2005, с. 111 – 118).

Граунт Дж., Graunt J. (1662), *Natural and Political Observations Made upon the Bills of Mortality*. Перевод (О. Б. Шейнин): Естественные и политические наблюдения над бюллетенями смертности. В книге Граунт, Галлей (2005, с. 7 – 105).

Граунт Дж., Галлей Э. (2005), *Начала статистики населения, медицинской статистики и математики страхового дела*. Берлин. Также www.sheynin.de.

Губерт В. О. (1896), *Оспа и оспопрививание*, т. 1. СПб.

Лаплас П. С., Laplace P. S. (1812), Leçons de mathématiques données à l'Ecole Normale en 1795. *Oeuvr. Compl.*, t. 14. Paris, 1912, pp. 10 – 177.
--- (1814, франц.), Опыт философии теории вероятностей. В книге Прохоров Ю. В., редактор, *Вероятность и математическая статистика. Энциклопедия.* М., 1999, с. 834 – 863.
Птуха М. В. (1955), *История статистики*, т. 1. М.
Тихомиров Е. И. (1932), Инструкции русским метеорологическим станциям в XVIII веке. *Изв. Гл. геофизич. обс.* № 1 – 2, с. 3 – 12.
Шейнин О. Б., Sheynin O. (1972), Daniel Bernoulli's work on probability. В книге Kendall M. G., Plackett R. L., редакторы (1977), *Studies in the History of Statistics and Probability*, vol. 2. London, pp. 105 – 132.
--- (1999), О работах В. Я. Буняковского по теории вероятностей. *Историко-математич. исследования*, вып. 4 (39), с. 57 – 81.
Эйлер Л. (июнь 1767), Письмо Д. Бернулли. *Природа*, № 1, 1974, с. 61 – 62. Перевод: А. П. Юшкевич.
--- (22 ноября 1767), Письмо Д. Бернулли. *Природа*, № 5, 1982, с. 105. Перевод: А. П. Юшкевич.
Bernoulli D., L'Alembert J. Le Rond (1971), *Smallpox Inoculation*. Nottingham. Содержит переводы (L. Bradley) мемуара Бернулли 1766 г. (но не его газетной статьи) и мемуаров Даламбера (1761, с. 26 – 45; 1768).
Buffon G. L. L. (1749 – 1804), *Histoire naturelle générale et particulière*, tt. 1 – 44. Paris. Перевод: *Всеобщая и частная естественная история*, части 1 – 10. СПб, 1801 – 1812. Год появления т. 2 указан редактором издания тома трудов Бернулли (1982).
--- (1989), *Histoire naturelle de l'homme et des animaux.* Paris. Бюффон умер в 1788 г., но его полное собрание сочинений (возможно, первое издание) вышло в Париже уже в 1774 – 1778 гг. Один из томов этого собрания был посвящен естественной истории человека, однако мы вообще не смогли отыскать сочинения, озаглавленного как издание 1989 г. Оно, видимо, было составлено из двух раннее опубликованных томов (или их частей). Заметим, что в указанном издании Бюффон ссылался на статистические данные 1772 г.
Condamine C. M. de la (1759), Mémoire sur l'inoculation de la petite vérole. *Hist. Acad. Roy. Sci. 1754 avec Mém. math. et phys. pour la même année*, pp. 615 – 670. Вместе со вторым мемуаром 1763 г. перепечатан в книге автора (1773).
--- (1763), Second mémoire sur l'inoculation etc. *Hist. Acad. … 1758* …, pp. 439 – 482.
--- (1773), *Histoire de l'inoculation*. Amsterdam. Помимо указанных только что мемуаров это сочинение включает и третий мемуар автора (с. 221 – 282) на ту же тему, зачитанный в 1764 г., а также его переписку, в том числе и с Даниилом Бернулли.
D'Alembert J. le Rond (1761), Sur l'application du calcul des probabilités à l'inoculation de la petite vérole. *Opusc. Math.*, t. 2. Paris, pp. 26 – 97.

--- (1768), Sur la durée de la vie. *Opusc. Math.*, t. 4. Paris, pp. 92 – 98.
Dietz K., Heesterbeek J. A. P. (2002), Daniel Bernoulli's epidemiological model revisited. *Math. Biosciences*, vol. 180, pp. 1 – 21.
Fuss P. N. (1843), *Correspondance mathématique et physique de quelques célèbres géomètres du XVIII siècle*, tt. 1 – 2. Petersburg. Перепечатка: New York – London, 1968.
Süssmilch J. P. (1741), *Die Göttliche Ordnung in den Veränderungen des menschlichen Geschlechts, aus der Geburt, Tod und Fortpflanzung desselben erwiesen.* Berlin. Дальнейшие издания появились после 1760 г.
Todhunter I. (1865), *History of the Mathematical Theory of Probability.* New York, 1965.
White A. D. (1896), History of the Warfare of Science with Theology in Christendom, vols 1 – 2. London – New York, 1898.

3. Жорж Луи Леклерк де Бюффон

1. Аноним, Без заглавия. Сообщение о работе Бюффона[1]

Hist. Acad. Roy. Sci. 1733 avec Mém math. et phys. pour la même année; Histoire, pp. 43 – 45, 1735

В нынешнем году г-н Леклерк де Бюффон представил в Академию решение задач, относящихся к игре franc carreau. В комнате, устланной равными плитками, которые предполагаются правильными, в воздух подбрасывается экю или луидор. Спрашивается, сколько можно ставить на то, что монета упадет лишь на одну плитку (клетку), – упадет *четко*.

Он проделал весьма полное и очень интересное исследование с различными монетами и вероятностями, которое, однако, было лишь количественным, т. е. включало лишь сочетания чисел и не содержало никакой особо высокой арифметики. Представленный вопрос относится к новому виду, поскольку имеет отношение к геометрии и к фигурам, которые еще совсем не изучались подобным образом.

Ясно, что чем меньше монета по отношению к одной из равных клеток, тем больше можно ставить, что она упадет четко. Так, предположив, что клетка квадратная, г-н Леклерк вписывает в нее другой квадрат, удаленный от каждого края клетки на полудиаметр экю или луидора. Ясно, что вероятность четкого падения монеты будет относиться к противоположной вероятности [к вероятности противоположного события] как площадь малого вписанного квадрата к площади внутренней окантовки или *кольца*[2], которое этот малый квадрат образует с клеткой. Действительно, монета только тогда не может упасть четко, когда ее центр окажется внутри этого кольца, ибо, имея в виду известную величину ее полудиаметра, она [в этом случае] наверняка не поместится в клетке.

Отсюда следует, что для равной игры, которая всегда является целью задач по этой теме, как равновесие – цель механики, что площади вписанного квадрата и кольца клетки должны быть равны друг другу. И, когда это выполняется, полудиаметр монеты несоизмерим со стороной клетки и составляет немного более 1/6 ее части[3]. Если он не равен в точности этой 1/6 части, игра уже начинает оказываться несколько неравной.

В какую бы точку клетки не попал центр круглой монеты, сразу становится ясно, упала ли она четко или нет, но это не так для квадратной монеты. Пусть ее центр оказывается всегда в одной и той же точке клетки, но монета не будет находиться на одном и том же расстоянии от краев клетки и может упасть либо четко, либо нет. Первое произойдет, если стороны монеты параллельны сторонам клетки, а второе – в противном случае, и она тогда перейдет за клетку какой-либо из своих четырех вершин[4]. Круглая, но не квадратная, монета всегда, ввиду своего очертания, располагается одинаковым образом относительно сторон клетки. Если все прочие условия в обоих случаях одни и те же, вероятность упасть не четко намного выше для этой квадратной монеты, чем для круглой.

Чтобы нисколько не вступать в очень тонкую геометрию, в которую ведет эта тема г-на Леклерка, и которой он только и хотел заниматься, мы ограничимся рассмотрением [только] одной решенной им задачи и притом лишь идеей о том, что может иметь место при различных положениях упавшей монеты.

Над полом, который образован равными [равной ширины] и параллельными досками, подбрасывается палочка определенной длины, которая, как предполагается, не имеет ширины. Спрашивается, когда [при каких условиях] она упадет четко на одну-единственную доску. Это прежде всего произойдет, когда палочка окажется параллельной длине или стороне доски, на которую она упадет, но то же будет иметь место и при многих других ее положениях.

Представим себе, что центр палочки находится в некоторой точке, на определенном расстоянии от края доски. Из этой точки как из центра опишем четверть круга, радиусом, равным расстоянию центра до конца палочки, ближайшего к этому краю. Тогда палочка [при ее движении по кругу] опишет часть дуги внутри доски, а другую часть – выходя за ее пределы. Коль скоро ее положения остаются внутри доски, палочка упадет четко, в противном же случае – нет. Следовательно, число четких падений относится к числу остальных как сумма *внутренних* положений [палочки] к сумме *внешних*, или, что то же самое, как площади частей круга внутри и вне края доски.

Ясно, что полное решение задачи должно учитывать отношение длины палочки к ширине доски. Если эти величины равны друг другу, палочка упадет четко при любых своих возможных положениях только тогда, когда ее центр окажется в средней точке ширины доски. Если эта ширина больше, то будет больше точек, на которых середина палочки может упасть четко. Таким образом, существует определенная ширина доски, при которой игра становится равной, и это то, что, по мнению Академии, г-н Леклерк весьма изящно установил при помощи площади циклоиды[5].

Примечания

1. В этом сообщении ничего не говорится об основной цели исследования Бюффона, т. е. о введении понятия геометрической вероятности в теорию вероятностей. Возможно, однако, что в то время он еще не помышлял об этом.

2. Термин *кольцо* следует понимать расширительно (часть плоскости, заключенная между контурами любых фигур).

3. Несоизмеримость здесь не имеет значения, а оценка 1/6 плохо соответствует вычислениям Бюффона в *Опыте* (§ 23).

4. Это пояснение весьма неточно.

5. О циклоиде см. *Опыт*, § 23. Впрочем, мы воспользовались более простыми пояснениями позднейшего автора (Чубера).

2. Опыт моральной арифметики

G. L. L. Buffon, Essai d'arithmétique morale (1777). *Œuvres philosophiques*. Paris, 1954, pp. 456 – 488.

1. Я вовсе не собираюсь дать здесь очерк морали вообще. Это потребовало бы больше познаний, чем я предполагаю у себя и больше мастерства, чем признаю за собой. Первая и наиболее разумная сторона морали это скорее приложение правил нашей божественной религии, чем человеческой науки, и я никак не смею соблазняться темами, принципы которых указаны Божественным законом, а исполнением управляет Вера. Почтительная признательность, а лучше сказать обожание, которое человек обязан испытывать к своему Создателю, братское милосердие, или скорее любовь, которую он должен проявлять к своему ближнему, это естественные чувства и свойства, записанные в благой душе. Всё, что исходит из этого чистого источника, обладает свойствами истинности и ее свет настолько живителен, что его не может затемнить привлекательность заблуждения, а очевидность настолько бесспорна, что не допускает ни рассуждения, ни обдумывания, ни сомнения и не измеряется ничем, кроме как убеждением.

Здесь моя цель – измерение неопределенных вещей, и я постараюсь привести несколько правил для оценки отношений между правдоподобностями, установления степеней вероятности, измерения веса свидетельств, влияния случайности, невыгоды риска, но в то же время для определения истинной величины наших опасений и ожиданий.

2. Существуют истины различных видов, достоверности различных порядков, вероятности различных степеней. Все чисто умственные истины, подобные геометрическим, сводятся к истинности определений[1]. Чтобы решить самую трудную задачу следует лишь хорошенько ее понять. Ни в исчислении [в математическом анализе], ни в других чисто умозрительных науках нет никаких трудностей, кроме как при разборе заданного и в распутывании узлов, которые ум человеческий постарался завязывать и затягивать в соответствии с определениями и предположениями, служащими основанием и сутью этих наук.

Все положения последних могут быть доказаны без сомнений, потому что всегда можно вернуться от каждого к другим предшествующим положениям, им равносильным, а от тех – к другим, и так до определений. И по этой причине очевидность, собственно говоря, относится к математическим наукам, и только к ним. Следует поэтому различать очевидность мышления и ту, которую мы ощущаем нашими чувствами, т. е. умственную и телесную. Первая из них является лишь отчетливым восприятием вещей или образов, вторая – сравнением схожих или тождественных идей, или, лучше сказать, мгновенная прецепция [мгновенное ощущение] их тождественности.

3. В физических науках очевидность заменяется достоверностью. Очевидность нельзя измерить, потому что она обладает лишь единым абсолютным свойством, а именно либо отчетливым отрицанием, либо подтверждением того, что она доказывает. Достоверность, однако, никогда не утверждая абсолютно, относится к связям, которые следует сравнить, и меру, которых можно измерить. Физическая достоверность, т. е. достоверность всего наиболее несомненного, является тем не менее лишь почти бесконечной вероятностью[2] того, что некоторое действие или явление, которое всегда появлялось без исключения, появится еще раз. Например, поскольку Солнце всегда восходило, физически достоверно, что оно взойдет завтра.

Основание бытия это бытие в прошлом, но причина для прекращения бытия это его возникновение. Поэтому нельзя сказать, что равным образом [физически] достоверно, что Солнце всегда будет восходить, если по крайней мере не допустить для него такую же предшествующую вечность, как последующая бессрочность, иначе же восходы прекратятся, потому что они начались. Ибо мы должны судить о будущем лишь по виду прошлого. Коль скоро что-то существует всегда, или всегда происходит одинаковым образом, мы должны быть уверены, что оно всегда будет существовать или иметь место тем же самым образом. Под термином *всегда* я понимаю очень длительное время, но не абсолютную вечность; *всегда* в будущем может быть равным лишь *всегда* в прошлом.

Ничто абсолютное не может вызываться ни движущей силой природы, ни побуждением человеческого ума. Все явления, относящиеся к этому виду физической достоверности, человек воспринимает как обычное естественное действие. То, что происходит всегда, перестает нас удивлять, и, напротив, явление, которое никогда не появлялось, или всегда имело место одним и тем же образом, но прекращает наступать, или появляется новым образом[3], не без основания поражает нас и представляется нам столь необычным, что мы полагаем его сверхъестественным.

4. Именно те естественные действия, которые не изумляют нас, должны были бы нас поражать. Какое соединение причин, какое объединение принципов потребовалось, чтобы произвести на свет одно-единственное насекомое или растение! Какое невероятное сочетание элементов, движений и движущих сил [природы создает] животный механизм! Самые незначительные произведения природы достойны величайшего восхищения. Мы нисколько не удивляемся всем этим чудесам, потому что рождены в этом мире чудес, всегда видим их, и наш разум и наши глаза так привыкли к ним, и, наконец, потому что всё это было перед нами и останется после нас. Будь мы рождены в другом мире, с иной формой тела и иными чувствами, мы имели бы другие отношения с внешними объектами и не стали бы более поражаться [?]. И те, и другие [чудеса] основаны на незнании причин, на невозможности познать действительность [суть] вещей, относительно которых нам дозволяется обнаруживать лишь их соотношения с нами самими.

Итак, имеется два метода рассмотрения естественных действий: либо видеть их такими, как они представляются нам и не обращать внимания на причины, или, скорее, не отыскивать их; либо исследовать действия с их принципами и причинами. Эти две точки зрения весьма различны и приводят к различным причинам удивления. Одна вызывает изумление, вторая порождает восхищение.

5. Здесь мы только обсуждаем первый из этих методов рассматривать действия природы. Какими бы они не казались непонятными и сложными, мы судим о них как о наиболее очевидном и простейшем, и только по их результатам. Так, мы не можем ни постигнуть, ни даже представить, почему материя испытывает взаимное притяжение и удовлетворяемся уверенностью, что она действительно это испытывает и мы поэтому решаем, что так и происходит и будет происходить всегда. И то же самое относится к другим явлениям любого вида, какими бы невероятными они не представлялись нам. Мы верим в них, если только знаем, что они наступают очень часто и сомневаемся в них, если они так же часто не появляются как наступают. И, наконец, мы их отрицаем, если верим, что точно знаем, что они никогда не наступают. Одним словом, в соответствии с тем, что мы либо видим и признаем их, либо видим и признаем противное.

Но если опыт является основой наших физических и моральных познаний, то аналогия есть наше первое средство, когда мы замечаем, что какая-то вещь постоянно появляется определенным образом, чтобы убедиться по нашему опыту, что она снова наступит тем же образом. И когда нам сообщают, что некая вещь появилась таким-то образом, если [только] эти факты аналогичны другим, про которые мы узнали сами, то мы уже этому верим. Напротив, если факт никак не аналогичен обычным действиям, т. е. известным нам вещам, мы должны в нем сомневаться. А если этот факт прямо противоположен тому, что мы знаем, мы без колебаний отрицаем его.

6. Опыт и аналогия могут представить нам различные степени достоверности, почти равные друг другу, иногда одного и того же вида. Например, я почти так же уверен в существовании города Константинополя, которого я никогда не видел, как и Луны, которую я так часто вижу. Это происходит потому, что большое число свидетелей могут доставить достоверность, почти равную физической, если сообщают о вещах, вполне аналогичных тем, которые нам известны. Физическая достоверность должна измеряться громадным числом вероятностей, потому что она доставляется рядом наблюдений постоянного характера, т. е. тем, что называется *опытом всех времен*. Моральную достоверность[4] следует измерять меньшим числом вероятностей, потому что она предполагает лишь определенное число аналогий с тем, что нам известно.

Представим себе человека, который никогда ничего не видел и не слышал, и выясним, как в его разуме наступают вера и сомнение. Пусть он поразился, впервые увидев Солнце, его блеск высоко в небесах, его снижение и, наконец, исчезновение. Что он может заключить? Да ничего, кроме того, что видел Солнце, что оно следует по определенному пути и что затем он больше его не видел. Но если это светило появится и исчезнет и завтра, то это второе событие окажется первым опытом, который должен вызвать у этого человека надежду на возвращение Солнца, и он начнет верить, что Солнце может вернуться, хотя и сильно в этом сомневается. И вот Солнце снова вернулось, и это третье событие оказывается вторым опытом, который ослабевает сомнение настолько, насколько повышает вероятность третьего возвращения. Третий опыт повышает вероятность настолько, что этот человек больше нисколько не сомневается, что Солнце вернется в четвертый раз. И, наконец, когда он заметит, что это светило однообразно появляется и исчезает 10, 20, 100 раз подряд, то начнет считать достоверным, что всегда будет видеть появление и исчезновение Солнца и его движение одним и тем же образом. Чем более схожих наблюдений у него окажется, тем сильнее будет достоверность увидеть завтра восход Солнца. Каждое наблюдение, т. е. каждый день, обеспечит некоторую вероятность, и как только сумма этих вероятностей окажется очень высокой, она обеспечит физическую достоверность[5]. Поэтому можно всегда выразить ее числами, считая началом первый момент нашего опыта.

То же происходит со всеми другими действиями природы. Например, если мы захотим сократить (réduire) здесь возраст мира и нашего опыта до шести тысяч лет, то для нас[6] Солнце восходило бы только 2*млн* 190 *тыс* раз, а поскольку мы начинаем счет со второго восхода, вероятность завтрашнего восхода возрастает как ряд 1, 2, 4, […] или как 2^{n-1}. И поскольку в ряду натуральных чисел $n = 2\ 190\ 000$, мы имеем $2^{n-1} = 2^{2\ 189\ 999}$ и это уже настолько громадное число, которое мы не можем себе представить. По этой причине следует считать физическую достоверность как бы состоящей из невообразимого числа вероятностей. Отодвинув дату создания всего на 2000 лет, мы увеличим эту безграничность в 2^{2000} раз[7].

7. Но труднее оценить значение аналогии и, следовательно, установить меру моральной достоверности. Сила соображения по аналогии определяется, собственно говоря, степенью вероятности. И сама по себе аналогия является лишь суммой [ее] связей с известными вещами. Тем не менее, по мере того, как эта сумма, или, вообще, этих связей становится больше или меньше, следствия из соображений по аналогии оказываются более или менее уверенными, но всё же никогда не совершенно достоверными.

Например, если свидетель, который, как я полагаю, обладает здравым смыслом, говорит мне, что только что в этом городе родился ребенок, я поверю ему без колебаний: рождение ребенка – дело весьма обычное, притом обладающее бесчисленными связями с известными вещами, т. е. с рождениями всех других детей.

Я поэтому верю в этот факт, без того, однако, чтобы быть совершенно уверенным. Если же тот самый человек говорит мне, что этот ребенок родился с двумя головами, я еще поверю ему, но слабее, потому что подобный ребенок имеет меньше связей с известными вещами. А если этот человек добавит, что новорожденный имеет не только две головы, но и шесть рук и восемь ног, у меня будет достаточно оснований, чтобы вряд ли поверить этому. Тем не менее, сколь ни слаба окажется моя вера, я не могу полностью отрицать эту новость: родившийся урод, хоть и чрезвычайно необычен, всё же полностью состоит из частей, которые имеют связи с известными вещами, и столь необычно лишь их объединение и число.

Итак, сила рассуждения по аналогии неизменно пропорциональна самой аналогии, т. е. числу связей с известными вещами. И для надлежащего рассуждения такого рода нужно лишь установить все обстоятельства, сравнить их с аналогичными, определить их число и, наконец, выбрать образец для сравнения с найденным значением и таким образом получить, собственно говоря, вероятность, т. е. степень силы рассуждения по аналогии.

8. Между физической достоверностью и видом достоверности, которую может обеспечить большинство аналогий, существует, следовательно, невообразимое расстояние. Первая это сумма громадного числа вероятностей, которая заставляет нас верить, вторая является лишь более или менее высокой вероятностью, часто же столь низкой, что оставляет нас в замешательстве. Сомнение непременно находится в обратном соотношении с вероятностью, т. е. оказывается тем более сильным, чем вероятность ниже. По порядку достоверностей, доставляемых аналогией, следует упомянуть моральную достоверность.

Представляется даже, что она занимает среднее положение между сомнением и физической достоверностью. И это среднее – не точка, а весьма длинная линия, концы которой очень трудно определить. Хорошо известно, что моральная достоверность состоит из некоторого числа вероятностей, но чему равно это число? И можем ли мы надеяться установить его так же точно, как то, которое мы только что представили как физическую достоверность[8]?

После размышления, я думаю, что все возможные моральные вероятностей[9], которые более всего влияют на человека вообще, это страх смерти. Теперь я чувствую, что все страхи или вся надежда, вероятности которых равны той, которую производит страх смерти, могут в моральном смысле быть приняты за единицу, и что с ним следует сравнивать другие страхи, и то же самое относительно надежд, потому что между ними и страхом разница лишь такая же, как между положительным и отрицательным, так что вероятность обоих должна измеряться одним и тем же методом. И я поэтому отыскиваю, какова в самом деле вероятность хорошо чувствующему себя человеку, который поэтому нисколько не боится смерти, тем не менее умереть в течение 24 часов.

Справившись с таблицами смертности, я устанавливаю, что можно держать пари лишь в отношении 10 089 к одному, что человек в возрасте 56 лет проживет более суток[10]. Каждый человек этого возраста, рассудок которого вполне созрел и опыт приобрел всю свою мощь, нисколько не опасается умереть в течение 24 часов, хотя можно поставить лишь 10 089 против одного, что он не умрет в течение этого краткого промежутка времени. Поэтому я заключаю, что любая равная или более низкая вероятность должна почитаться равной нулю и что никакой страх и никакая надежда, вероятность которых ниже 1/10 000, не должны ни влиять на нас, ни занимать сердце или ум даже на одно-единственное мгновение[11].

Для лучшего понимания вообразим, что в лотерее на 10 000 билетов имеется только один-единственный выигрыш и что некто купил лишь один билет. Я говорю, что вероятность выигрыша составляет лишь 1/10 000 и его надежда равна нулю, потому что эта вероятность, т. е. основание надеяться на выигрыш, не выше, чем страх смерти в течение 24 часов. И этот страх, ни в какой мере не влияя на надежду выигрыша, должен теперь [после этого рассуждения] влиять на это еще меньше, потому что страх смерти намного сильнее всех страхов и надежд. Если, несмотря на очевидность доказательства, этот человек будет настаивать на желании надежды, и если он будет каждый раз покупать новый билет подобных и ежедневно проводимых лотерей, непременно рассчитывая на выигрыш, можно будет вывести его из заблуждения, держа с ним пари с самого начала и до конца, что он умрет раньше, чем выиграет.

И так во всех играх и закладах, со всеми рисками и случайными обстоятельствами. Одним словом, если вероятность ниже 1/10 000, она должна быть, и по существу является для нас абсолютным нулем. И по той же причине во всех случаях, когда эта вероятность выше 10 000 [соотношение шансов больше чем 10 000:1], она доставляет нам полнейшую моральную достоверность.

9. Теперь мы можем заключить, что физическая достоверность относится к моральной как $2^{2\,189\,999}$ к 10 000 и что всякий раз, когда какое-то действие, причина которого нам совершенно неизвестна, проявляется одним и тем же образом 13 или 14 раз подряд, мы морально уверены, что оно наступит [14-й или] 15-й раз, потому что $2^{13} = 8192$, $2^{14} = 16\,384$, и, следовательно, если это действие проявилось 13 (14) раз, можно ставить 8192 (16 384) [8191 (16 383)] против одного, что оно наступит в 14-й (15-й) раз. Соответствующие вероятности [соотношение ставок] выше, чем 10 000 к одному, т. е. выше вероятности, которая соответствует моральной достоверности.

Можно, видимо, сказать, что хотя [?] у нас нет страха или боязни неожиданной смерти, хорошо, что вероятность этого события и моральное влияние страха на наше поведение должны быть равны нулю. Но не настанет ли день, когда кто-нибудь с чистой душой упрекнет себя за то, что на один день отложил меры, которые должны были бы обеспечить счастье любимого человека? А если наш друг доверяет нам значительную сумму денег, не следует ли в тот же день сделать об этом пометку? Мы-де поступаем так, потому что имеем основание для этого; но вероятность неожиданной смерти существует и нельзя считать ее во всех случаях равной нулю. Подобный род возражений исчезнет, если принять во внимание, что для других мы часто делаем больше, чем для себя. Если мы тотчас записываем, что получили деньги, то лишь из честности по отношению к их владельцу и для успокоения, но вовсе не из-за боязни умереть в течение ближайших суток. То же самое при усердии, проявляемом для того, чтобы обеспечить счастье себе или кому-нибудь из своих. Мы поступаем так не из-за опасения внезапно умереть, – нет, нас направляет наше собственное удовлетворение, мы желаем наслаждаться всем как можно раньше.

Соображение, которое может показаться более основательным, состоит в том, что все люди стремятся польстить себе, что надежда, видимо, порождает более низкую степень вероятности, чем страх, так что нельзя заменить меру одной мерой другого. Страх и надежда это ощущения, а не решимость; возможно, и даже более чем правдоподобно, что они не могут быть измерены точной степенью вероятности. Так следует ли придавать им единую меру, или измерять каждое своей мерой?

На это я отвечу, что подобная мера относится не к ощущениям, а к основаниям, которые должны их породить, и что каждый разумный человек должен оценивать эти ощущения страха или надежды лишь степенями вероятности. Хотя для счастья человека природа скорее склоняет его к надежде, чем к страху, тем не менее столь же верно, что вероятность не является истинной мерой ни той, ни другого [?]. Лишь применяя эту меру мы сможем исключить эту ошибочность ложных надежд или уверить себя в малой обоснованности этих страхов.

Прежде, чем закончить этот параграф, я должен заметить, что следует уберечься от ошибок, связанных с действиями, причины которых нам неизвестны; выше я разумел лишь действия, причины которых хоть и неизвестны, но предполагались, подобно действиям в природе, постоянными[12]. Каждое новое открытие в физике, установленное 13-ю или 14-ю подтверждаемыми [согласующимися] опытами, уже обладает достоверностью той же степени, что и моральная, которая удваивается с каждым новым опытом. При увеличении числа опытов можно поэтому всё более и более приблизиться к физической достоверности, но отсюда не следует заключить, что влияния случая подчиняются тому же закону. Верно, что в некотором смысле эти влияния так же многочисленны, как те, непосредственные причины которых нам неизвестны. Но мы знаем, что в общем эти причины вовсе нельзя предположить постоянными и что, напротив, они по необходимости переменны и насколько возможны изменчивы.

Итак, из самого понятия случайности ясно, что нет никакой связи, никакой зависимости между ее действиями, и что, следовательно, прошедшее ни в коей мере не может повлиять на будущее. Большой и даже полнейшей ошибкой было бы желание установить какое-то основание за или против последующих событий по предыдущим. Если, например, какая-то карта выиграла три раза кряду, не менее вероятно, что она выиграет и в четвертый раз. Если правила игры таковы, что шансы выигрыша и проигрыша одинаковы, то сколько раз карта ни выиграла или ни проиграла бы, можно держать пари на равных, что в следующий раз она выиграет или проиграет. Предполагать или верить в противное, как это делают некоторые игроки, значит идти против самого принципа случайности, или забыть, что по условиям игры она неизменно продолжается одним и тем же образом.

10. По поводу действий, причины которых нам видны, один-единственный опыт достаточен, чтобы достичь физической достоверности. К примеру, я вижу, что гири часов заставляют вращаться зубчатки, а те приводят в движение маятник, и я поэтому убежден без необходимости повторных опытов, что маятник всегда будет качаться одним и тем же образом до тех пор, пока гири вращают зубчатки. Это – необходимое следствие устройства, которое мы сами установили при конструировании часового механизма. Но когда мы видим новое еще неизвестное природное явление, причины которого нам также неизвестны, и которые могут быть либо постоянными, либо переменными; либо непрерывными, либо прерывистыми; либо естественными, либо случайными, у нас нет никакого средства для достижения достоверности кроме опытов, повторяющихся так часто, как необходимо. Здесь ничего не зависит от нас и мы знаем лишь [результаты] опытов и уверяемся лишь в самом действии и его повторении. И если оно повторяется одним и тем же образом 13 или 14 раз [подряд], мы уже имеем вероятность, равную по своей степени моральной достоверности, что оно проявится и в [14-й или] 15-й раз. И из достигнутой точки мы можем сейчас же преодолеть громадное расстояние и заключить по аналогии, что это действие зависит от общих законов природы и что оно, следовательно, столь же старо, как и все другие действия и что существует физическая достоверность, что оно будет неизменно проявляться как и раньше и не преминет быть замеченным.

Имея в виду случайность, которую мы сами создаем, уравновешиваем и взвешиваем, нельзя [всё же] сказать, что мы не знаем причин действий. Мы действительно не знаем непосредственной причины каждого данного действия, но ясно видим первую и общую причину их всех. Я, например, не знаю и даже никоим образом не могу представить себе, как следует изменить движение руки, чтобы выкинуть или не выкинуть менее 10 очков на трех костях, т. е. не знаю того, что является непосредственной причиной этого события, но я, разумеется, вижу по числу и маркировке костей, что именно в этом состоит первая и общая причина того, что шансы в точности равны и что нет никакой разницы ставить ли на появление или непоявление не менее 10 очков.

Более того, я вижу, что одни и те же события, если они следуют одно за другим, никак не связаны, потому что при каждом броске костей случайности всё те же, и тем не менее всегда новы; что предшествующий бросок никак не может повлиять на предстоящий; что всегда можно держать пари на равных за или против; что, наконец, чем дольше играешь, тем сильнее количества действий за это появление и против него стремятся сравниться друг с другом. Можно заключить, что каждое представленное здесь испытание полностью противоречит опытам над естественными действиями; я хочу сказать, что достоверность имеет место в непостоянстве, а не в постоянстве причин. При постоянных причинах каждый последующий опыт удваивает вероятность появления действия, т. е. достоверность постоянства причины, тогда как при действии случая каждое испытание, напротив, повышает достоверность непостоянства причины и неизменно всё сильнее и сильнее доказывает нам, что случай в высшей степени переменчив и полностью безразличен к проявлению тех или иных своих действий.

Пока азартная игра по своей сути совершенно уравновешена, игрок не имеет никакого основания принимать то или иное решение. Действительно, в конце концов из предположенной справедливости игры непременно следует, что нет никакой разумной причины для какого-то выбора, так что при раздумывании решение может быть принято лишь на негодном основании[13].

Итак, логика [большинства] игроков представляется мне совершенно ошибочной, и даже умные люди, которые позволяют себе играть, перенимают нелепости игроков, но вскоре, возвращаясь в свое собственное качество, начинают смущаться.

11. В остальном, мы предполагаем, как и раньше, что шансы взвешены и уравнены, как в игре с тремя костями в passe-dix[14]. И эти кости, орудия жребия [случайные механизмы] должны быть настолько совершенными, насколько это возможно, т. е. быть в точности кубическими, изготовлены из однородного вещества, с очками, нанесенными краской, а не обозначенными в выемках, так чтобы ни одна грань не перевешивала другую. Но, поскольку человеку не дано сделать что-либо в совершенстве, а кости вовсе не изготавливаются с подобной строгой точностью, часто оказывается возможным определить из наблюдений на какую сторону [грань] этого орудия жребия склоняется случай. Для этого нужно лишь внимательно и долго следить за рядом событий, точно учитывать их и сравнивать относительные числа. И если одно из этих двух чисел намного превосходит другое, можно с достаточным основанием заключить, что несовершенство нарушило точное равенство случайностей и действительно придало более сильную склонность одной грани по сравнению с другими.

Например, я предположу, что до игры в passe-dix один из игроков оказался настолько проницательным, а лучше сказать – лукавым, что заранее выбросил тысячу раз те три кости, которыми будет играть, и заметил, что 600 раз число очков превысило при этом 10. Он поэтому заимел очень большое преимущество перед своим противником, потому что по опыту отношение вероятностей выкинуть более 10 очков на этих же костях к вероятности противоположного события оказалось равным 600:400 = 3:2. Это различие [отличие от равенства шансов] доказывает несовершенство костей и может таким образом быть установлено по наблюдениям. И именно поэтому, если фортуна оказывается против них, игроки часто меняют кости и карты.

Итак, как бы туманна ни была судьба, как бы непроницаемо для нас ни представлялось будущее, при помощи повторных испытаний мы всё же можем в некоторых случаях предвидеть предстоящие события так же четко, как это сделали бы существа, или, скорее, выдающиеся натуры (natures supérieures), которые тотчас же выводят причины из их действия. И даже в тех вещах, которые представляются чисто случайными, как в играх и лотереях, еще можно распознать склонности случая.

Так, если в лотерее, которая повторяется каждые 15 дней и публикует списки выигравших билетов, отметить наиболее часто выигрывавшие в течение года, двух или трех лет подряд, можно разумно заключить, что те же самые номера будут и в дальнейшем выигрывать более часто чем другие. Действительно, как ни изменять движение и положение орудия жребия, добиться такого совершенства, при котором сохранялось бы строгое равенство случаев, невозможно. Существует определенная устоявшаяся практика изготовления, размещения и перемешивания билетов, которая даже в пучине хаоса приведет к какому-то порядку, так что какие-то билеты должны будут выходить в тираж чаще других. То же происходит при расположении карт в игре: они образуют некий ряд, несколько членов которого можно уловить по наблюдениям. Работник (ouvrier), который их собирает [после изготовления?], следует устоявшейся привычке, и сам игрок при тасовании карт поступает так же, и всё это приводит к тому, что одно расположение встречается чаще другого[15]. Поэтому наблюдатель, внимательный к результатам, собранным в большом количестве, неизменно ставит с существенным преимуществом на то, что некоторая карта, например, следует за другой. Я говорю, что такой наблюдатель имеет большое преимущество, потому что при совершенно равных случаях малейшее возрастание степени вероятности очень сильно влияет на игру[16], которая сама по себе является многократным и неизменно повторяющимся пари. Будь эта разность в склонностях случая, определенная по наблюдениям, равна всего лишь одной сотой, ясно, что в ста партиях наблюдатель выиграет [отыграет] свою ставку, т. е. сумму, которую он каждый раз ставит. Таким образом, игрок, вооруженный подобными непорядочными наблюдениями, не преминет в конце концов разорить всех своих противников. Но мы собираемся предложить мощное средство против всеобщего бедствия игорной страсти, а также несколько советов для предохранения от заблуждений этого опасного занятия.

12. Известно, что, в общем, игра это корыстолюбивая страсть, привычка к которой разорительна, но что эту истину быть может никогда не удастся доказать кроме как по печальному опыту, о котором раздумывают не достаточно для того, чтобы можно было преодолеть себя.

Игрок, который ежедневно подставляет свое состояние капризам случая, понемногу подтачивает сам себя, и в конце концов неизбежно разоряется, но приписывает свои потери лишь этому случаю и обвиняет его в несправедливости. Он в равной мере сожалеет и о потерянном, и о том, чего не выиграл, а его корыстолюбие и ложные надежды требуют права на чужие деньги.

Униженный вдобавок до того, что должен печалиться, что не имеет больше возможности удовлетворить свою жадность, он в отчаянии клянет свою несчастную звезду и не представляет себе, что эта слепая сила, случай в игре, сказать по правде, продвигается безразличным и неуверенным образом, но с каждым шагом всё-таки стремится к некоторой цели[17] и направляется к достоверному концу, т. е. к разорению тех, кто его искушает. Не замечают, что видимое безразличие фортуны к благоприятному и плохому со временем неизбежно приводит к злу, что длинный ряд случайностей это пагубная цепь, чье продолжение влечет за собой беду. Игроки не чувствуют, что вдобавок к тяжелому налогу на карты и к еще более тяжелой дани, наложенной плутовством некоторых противников, они проводят свою жизнь в разорительных соглашениях; что, наконец, по самой своей сути игра это порочный договор, вредный каждому ее участнику и противоречащий благу всего общества.

Всё это – вовсе не тема рассуждений расплывчатой морали, а точные истины метафизики, которые я подчинил исчислению, или, скорее, силе разума. Это истины, которые я намереваюсь доказать математически для всех, обладающих достаточно отчетливым мышлением и сильным воображением, чтобы сочетать без помощи геометрии и вычислять не обращаясь к алгебре. Я вовсе не говорю о тех ухищренно придуманных играх, основанных на скаредности, в которых случай теряет часть своих прав и фортуна никогда не может быть уравновешена, потому что непреодолимо скована и неизменно вынуждена склоняться в какую-то сторону. Я хочу сказать, что все подобные игры, в которых случай распределен неравномерно, предоставляют настолько же верную, насколько бесчестную прибыль одному, и оставляют другому лишь несомненный и позорный ущерб. Таков *Фараон*, в котором банкомёт это лишь ведомый шельмец, а понтёр [игрок] – простофиля, над которым не принято насмехаться.

Именно в играх вообще, в самых справедливых и потому самых честных, я устанавливаю порочную суть, я даже под самим словом *игра* понимаю все соглашения, все заклады, в которых часть своего состояния отдается на волю случая, чтобы захватить такую же часть чужой собственности. И я говорю, что игра вообще это непродуманное соглашение, это договор, невыгодный обоим, в результате которого потеря неизменно превышает барыш, она захватывает богатство, чтобы причинить убыток. Доказательство тут настолько просто, насколько очевидно.

13. Пусть двое, обладающие одинаковым капиталом, например, в 100 000 ливров, играют одну или несколько партий в кости на 50 000, т. е. на половину своего богатства. Ясно, что выигравший увеличит свое состояние лишь на треть, а проигравший потеряет половину […], так что потеря на 1/6 больше чем выигрыш[18], поскольку она равна разности между третью и половиной [половиной и третью]. Соглашение поэтому вредно обоим и, стало быть, порочно по своей сути.

Это рассуждение вовсе не обманчиво; оно верно и точно. Хотя один игрок потерял ровно столько, сколько выиграл другой, это численное равенство не предотвращает истинного неравенства ущерба и барыша: равенство лишь видимо, неравенство же весьма реально. По своему действию соглашение этих двух лиц играть на половину своего состояния равносильно другому договору, который никто и не вздумает заключать, а именно согласиться, что каждый выкинет в море 1/12 часть своего капитала.

Действительно, прежде, чем они поставят в игру половину своего богатства, им можно будет доказать, что потеря неизбежно окажется на 1/6 часть больше выгоды, что эту 1/6 следует полагать реальным ущербом, который должен быть безразличным образом нанесен одному или другому, и что его поэтому надо разделить поровну.

А что произойдет, если двое решат играть на всё свое состояние? Один из них лишь удвоит свое богатство, другой же сведет свое на нет. Каково же теперь соотношение потери и выгоды? То же самое, которое существует между всем и ничем. Выигрыш одного составит лишь умеренную сумму, потеря второго будет количественно бесконечной, а морально столь велика, что за всю свою [оставшуюся] жизнь он быть может не восстановит своего богатства.

Итак, при игре на всё состояние потеря бесконечно больше, чем выгода; больше на шестую часть богатства, если играют на его половину, больше на 1/20 часть, если на четверть [25/125= 1/5, 25/100 = 1/4, 1/4 – 1/5 = 1/20]. Одним словом, какую бы малую часть состояния ни поставить в игру, потеря неизменно окажется больше, чем выгода и потому соглашение на игру порочно, оно клонит к разорению обоих. Такова новая, но весьма полезная истина[19], и я желаю, чтобы она стала известна всем, кто по своей скупости или безделью проводит свою жизнь в искушении случая.

Часто спрашивают, почему ущерб более чувствителен, чем выигрыш? На этот вопрос нельзя ответить вполне удовлетворительно хоть в истинности того, что я только что представил, сомневаться нельзя. Теперь ответ прост: потеря чувствительнее, потому что, по существу, ее предполагают равной барышу, тогда как она неизменно больше. Ощущения вообще-то являются лишь неявными соображениями, они менее отчетливы, но часто более проницательны и всегда более надежны, чем непосредственные выводы рассудка [?].

Ясно чувствуется, что выгода приносит нам лишь удовольствие, а потеря заставляет нас страдать и что эти чувства являются лишь неявным следствием представленных мной соображений.

14. Деньги не должны оцениваться по количеству. Если металл, который является лишь приметой богатства, оказывается самим богатством; если, стало быть, счастье или польза, которые проистекают из состояния, пропорциональны количеству денег, человек имел бы основание оценивать их [деньги] численно, по их количеству. Но польза, извлекаемая из денег, находится в точной пропорции с их количеством. Человек, обладающий рентой в 100 000 экю, не будет в десять раз счастливее того, у кого только 10 000. Более того, как только сумма денег превысит некоторую грань, они почти перестают иметь хоть какую-то реальную цену и не могут повысить блага своего владельца. Человек, который откопал гору золота, не богаче того, кто нашел лишь кубическую сажень[20].

Деньги обладают двумя произвольными и условными стоимостями. Одна измеряет определенную пользу, вторая оценивает общественное благо. Первая лишь весьма туманна, вторая поддается справедливой оценке сравнением своего количества с продуктами земледелия и труда. Чтобы подойти к представлению каких-то точных правил по поводу цены денег, я исследую частные случаи, при которых рассудок легко уловит сочетания и которые в качестве примера подведут нас по индукции к общей оценке цены денег и для бедняка, и для богача, и даже для более или менее мудрого человека.

Для человека, который в своем состоянии, каково бы оно ни было, имеет лишь необходимое, цена денег бесконечно велика; для человека в состоянии изобилия и излишества деньги не имеют почти никакой цены. Но что означает *необходимое*, и что такое *излишнее*? Под необходимым я понимаю *расходы, необходимые для такой жизни, какой она была всегда*. Такое необходимое может обеспечить достаток и даже удовольствие, но привычка вскоре станет потребностью и потому в определение избытка я никак не включаю удовольствия, к которым мы привыкли. И я говорю, что избыток это *расходы, которые могут предоставить нам новые удовольствия*. Потеря необходимого это потеря, которую чувствуешь бесконечно сильно, и если ставить на карту существенную часть необходимого, риск не может быть уравновешен никакой надеждой, сколь бы сильной ни предполагать ее. Напротив, потеря избыточного действует ограниченно. Даже при избытке потеря в общем ощущается сильнее, чем выигрыш и влияние потери как правило серьезнее. Это происходит потому, что [наши] умозаключения не развиты [достаточно], а обычные чувства основаны на общих понятиях или нетрудной индукции, тогда как тонкие ощущения зависят от изысканных и возвышенных идей и проявляются лишь в результате многих сочетаний, часто слишком деликатных для должного понимания и почти всегда чересчур сложных и не сводящихся к доказуемым рассуждениям.

15. Математики, которые вычисляли [исследовали] азартные игры, чьи труды в этой области заслуживают похвалы, рассматривали деньги лишь как величину, способную увеличиваться и уменьшаться, не придавая им никакого значения, кроме количественного. И по количеству денег они оценивали барыши и потери и подсчитывали риск и ожидание именно относительно этого количества. Мы здесь рассматриваем цену денег с иной точки зрения и в соответствии с нашими принципами мы приведем решение нескольких примеров, озадачивающее обычное исчисление. Рассмотрим, например, задачу об орлянке, в которой предполагается, что два противника, Пьер и Пауль, играют так, что Пьер подбрасывает монету до тех пор, пока не появится решетка. Если это произойдет при первом броске, Пауль даст ему экю, если лишь при втором – два экю, если только в третьем – четыре экю […] и т. д., удваивая каждый раз выплату. Ясно, что при этом Пьер может только выиграть, притом не менее экю, быть может и два, и четыре, […] и быть может даже 10, или 100, или 100 000 миллионов, и, наконец, быть может бесконечное количество экю. Действительно, не является невозможным подбросить монету 5, 10, 15, 20, тысячу и сто тысяч раз и притом ни разу не выбросить решетку. Спрашивается, сколько Пьер должен [заранее] дать Паулю в качестве возмещения. Или, что то же самое, какова сумма, равноценная ожиданию Пьера, который не может не выиграть?

Этот вопрос мне впервые предложил покойный г-н [Г.] Крамер, прославленный профессор математики в Женеве, во время моего путешествия туда в 1730 г. Он мне сказал, что эту задачу раннее предложил г-н Николай Бернулли г-ну Монмору и что ее можно найти на с. 402 – 407 книги Монмор (1708/1713)[21]. Некоторое время я размышлял об этой задаче, но не смог понять ее сути и не видел, как можно согласовать математические вычисления со здравым смыслом без того, чтобы не включить какие-то моральные соображения. Я поделился своими мыслями с г-ном Крамером, и он мне сообщил, что разумно решил эту задачу подобным образом. Он далее указал мне свое решение, почти совпадающее с опубликованным позже в 1738 г. в мемуарах Петербургской академии вслед за прекрасным мемуаром г-на Даниила Бернулли (1738)[22], в котором, как я убедился, большинство его идей соответствовали моим. Это меня очень обрадовало, потому что я всегда, независимо от его большого таланта в геометрии, признавал г-на Даниила Бернулли одним из лучших умов нашего века. Идею г-на Крамера я также нахожу верной и достойной человека, который доказал свое умение во всех математических науках и в [упомянутом] мемуаре и которому я отдаю должное с тем бóльшим удовольствием, что общению и дружбе с этим ученым я частично обязан своим первоначальным знаниям этого предмета.

Г-н Монмор решил эту задачу по обычным правилам и сказал, что ожидание того, кто не может не выиграть, равноценно сумме 1/2, 1/2, 1/2, […], продолженной до бесконечности, т. е. бесконечной сумме денег. Это вычисление основано на том, что имеется половинная вероятность, что Пьер […] получит одно экю, четверть вероятности, что получит два, восьмая – что получит четыре […] и так далее до бесконечности […]. Следовательно, Пьер дает Паулю в качестве равноценной суммы половину бесконечного количества экю.

Это математически верно и оспорить вычисления нельзя, так что г-н Монмор и другие геометры считали этот вопрос вполне решенным. Тем не менее, это решение столь далеко от истины, что не найдется ни одного человека со здравым смыслом, который захотел бы дать вместо бесконечной или даже, что совсем не то, очень большой суммы, 20 или даже 10 экю, чтобы купить это ожидание и оказаться на месте [Пьера].

16. Причина этого необыкновенного противоречия между здравым смыслом и вычислением двоякая. Во-первых, как только вероятность становится очень низкой, т. е. ниже 1/10 000, ее следует считать равной нулю. Во-вторых, количество денег и польза от них почти не пропорциональны. Математик при своем вычислении оценивает деньги по их количеству, но нравственный человек должен подходить к ним иначе. Например, пусть человеку небольшого достатка предложено вложить 100 000 ливров в лотерею, в которой можно ставить лишь 100 000 против одного на выигрыш 100 000 ливров 100 000 раз. Ясно, что [на таких условиях], говоря математически, его ожидание будет равно ставке, но этот человек понесет серьезный урон, и тем больший, если рискнет указанной суммой, чем ниже станет вероятность выигрыша. Хотя сумма выигрыша повышается [обратно] пропорционально [снижению вероятности], но 100 000 раз по 100 000 ливров не будет ни вдвое выгоднее, чем 50 000 раз по 100 000 , ни в 10 раз выгоднее, чем 10 000 раз по 100 000. Цена денег для нравственного человека пропорциональна не их количеству, а скорее пользе, которую они могут принести, и ясно, что такой человек должен рисковать лишь пропорционально ожиданию пользы и не должен подсчитывать сумму, которую может получить, потому что за некоторой гранью деньги уже не способны усилить его благополучие и он не станет счастливее, имея ренту в сто тысяч миллионов, чем в тысячу миллионов.

17. Чтобы почувствовать связь и истинность всего того, что я только что высказал, исследуем дополнительно вопрос, который геометры оставили в стороне и который был предложен выше, потому что обычное вычисление не может его разрешить: мораль здесь перепутана с математикой. Посмотрим, не сможем ли мы, следуя другим правилам, подойти к решению, которое не наталкивалось бы на здравый смысл и в то же время соответствовало бы опыту. Это исследование не будет бесполезным и предоставит нам надежное средство для справедливой оценки цены денег и значения ожидания во всех случаях. И прежде всего я отмечу, что этот математический анализ указывает, что ожидание Пьера равноценно бесконечной сумме денег. Эта сумма составлена из бесконечного количества членов, каждый из которых равен половине экю и я вижу, что […] морально она не может иметь более 30 членов, потому что если игра продолжится до тех пор, т. е. если *решетка* появится лишь после 29 бросков, Пьер должен будет получить 520 870 912 [2^{29} = 536 870 912] экю, т. е. столько, сколько быть может имеется во всем королевстве Франции. Бесконечная сумма денег это отвлеченное и несуществующее понятие, и ни одно ожидание, основанное на членах от 30-го до бесконечности, также не существует. Мы здесь имеем моральную невозможность, которая уничтожает математическую возможность. Математически и даже физически возможно подбросить монету 30, 50, 100 и т. д. раз подряд без того, чтобы выпала решетка. Но удовлетворить условию задачи, т. е. выплатить должное количество экю когда она появится, невозможно. Всех денег на земле не хватит, чтобы это осуществить, даже если [игра остановлена] на 40-м броске, потому что тогда потребуется в 1024 раза больше денег, чем имеется во всем королевстве Франции, т. е. потребуется, чтобы на земле было 1024 королевств, столь же богатых, как Франция[23].

Итак, математики указывают, что эта бесконечная сумма денег равноценна ожиданию Пьера лишь потому, что первый бросок приносит ему пол-экю, второй – [тоже] пол-экю, и так до бесконечности каждый раз по пол-экю. Однако, нравственный человек, вычисляя то же самое наперед, устанавливает 20 экю вместо бесконечности, потому что все члены за 40-м приносят такие громадные суммы, которые не существуют. […] [и эти 20 экю] уже намного уменьшены и весьма отличны от бесконечной суммы. [Это новое значение] еще больше уменьшится, если учесть, что [уже] 31-й член принесет более тысячи миллионов экю [2^{30} = 1 073 741 824] […]. Члены от 30-го до 40-го лишь воображаемы, и ожидания, основанные на них, следует [также] считать нулями, так что ожидание Пьера сводится теперь к 15 экю.

Считая, что цена денег не должна определяться их количеством, эту сумму следует еще больше уменьшить: Пьер не должен считать, что тысяча миллионов экю будет для него вдвое больше, чем пятьсот миллионов, или вчетверо больше, чем двести пятьдесят миллионов и т. д., и поэтому ожидание, соответствующее 30-му члену, так же, как и 29-му и 28-му, не будет равно пол-экю. Математически оно равно пол-экю для каждого члена, но оно должно быть уменьшено начиная со второго и неизменно уменьшаться до последнего [40-го?] члена ряда […].

18. Но как же определить, как отыскать соотношение между ценами денег, взятых в различных количествах? Разве количество металла в двух миллионах не вдвое больше, чем в одном? Можем ли мы установить точные и общие правила для подобной оценки? Представляется, что каждый должен определить свое материальное положение и оценить свое будущее и количество денег пропорционально этому положению и применению, которое он сможет найти им.

Но этот подход еще смутен и носит слишком частный характер, чтобы послужить в качестве принципа, и я верю, что можно отыскать более общее и более надежное средство для такой оценки. Первый, представляющийся мне метод, это сравнение математического вычисления с опытом, потому что во многих случаях, как я уже сказал, по повторным испытаниям можно установить действие случая так же надежно, как будто мы немедленно выводим его по [известным] причинам.

Я поэтому произвел 2048 испытаний этой задачи. Ребенок подбрасывал монету, и по 2048 партиям игры общая выплата оказалась равной 10 057 экю и такова же сумма, равноценная ожиданию [Пьера], т. е. примерно 5 экю за каждую партию[24]. При этом оказалось […]. Я полагаю, что этот результат в общем хорош, потому что основан на большом числе испытаний, и, кроме того, соответствует другому математическому и бесспорному рассуждению, которое привело меня почти к такому же значению равноценности ожидания в 5 экю. Вот это соображение. […]. И, наконец, еще одна партия, которую нельзя оценить, но которой можно пренебречь без ощутимой ошибки, потому что я могу предположить, лишь весьма незначительно искажая равенство [действие] случайностей, что не в 1024 партиях, а в 1025 выплата оказалась равной лишь 1 экю.

Таблица (Бюффон, § 18)

Выплата (экю)	**Количество партий** В испытаниях	Теоретическое
1	1061	1024
2	494	512
4	232	256
8	137	128
16	56	64
32	29	32
64	25	16
128	8	8
256	6	4
512	---	2
1024	---	1

Сумма, равноценная ожиданию от этой [излишней] партии, не может превысить 15 экю, потому что все члены [бесконечного ряда], следующие за 30-м, [надо считать нулями]. При сложении всех выплат я должен был, естественно, ожидать безразличие случая. Для 2048 партий я получил [в соответствии с теорией] 11 265 экю и таким образом это рассуждение означает, что эквивалент ожидания почти равен 5.5 [5.500 …] экю. Это отличается от опытного результата примерно на 1/11 [10 057/2048 = 4.91; 5.50 – 4.91 = 0.59, 0.59/5.50 = 1/10.7].

Я хорошо представляю себе, что мне могут возразить, что [ожидание Пьера окажется бо́льшим] если добавить намного большее число партий. Если, например, вместо 2048 партий сыграть лишь 1024, эквивалент ожидания окажется почти равным 5 экю, если лишь 512 партий – 4.5 экю и не более, если лишь 256 – не более 4 экю и таким образом он всё время убывает. Но причина здесь в том, что та партия, которую нельзя оценить, оказывается существенной частью целого, и тем более существенной, чем меньше сыграно партий. Поэтому следует исходить из большого их числа, например, из 1024 или 2048, чтобы эта неучитываемая партия могла считаться малозначительной или даже за ничто.

Этим же методом мы найдем, что если сыграть 1 048 576 партий[25], то эквивалент ожидания быть может окажется примерно равным 6 экю, однако всё следует рассматривать с моральной точки зрения и поэтому ясно, что сыграть столько партий морально невозможно […]. И если посмотреть внимательно, то можно убедиться, что и при одной лишь партии, и при наибольшем морально возможном их числе, это рассуждение, которое приведет к различным эквивалентам ожидания для различного числа партий, укажет средний эквивалент в 5 экю. И я поэтому настаиваю, что сумма, равноценная ожиданию [Пьера], равна 5 экю, а не половине бесконечного количества экю, как говорят математики и как, видимо, требуют их вычисления.

19. Посмотрим теперь […], нельзя ли будет вывести соотношение между ценой денег и пользой от них. [Геометрическая] прогрессия вероятностей имеет вид

$$1/2,\ 1/4,\ 1/8,\ [\ldots],\ 1/2\infty, \qquad (1)$$

а ряд сумм получаемых денег –

$$1,\ 2,\ 4,\ [\ldots],\ 2^{\infty-1}. \qquad (2)$$

Сумма всех этих вероятностей, умноженных на [соответствующие] выплаты, будет равна ∞/2 и это есть эквивалент ожидания [Пьера]. Но мы видели, что эта сумма в действительности равна лишь 5 экю, так что следует отыскать ряд, члены которого при умножении на [соответствующие] вероятности дадут в сумме 5 экю. И этот ряд, как и ряд вероятностей, является геометрическим [геометрической прогрессией]. Мы находим, что он таков[26]:

$$1,\ 9/5,\ 81/25,\ [\ldots], \qquad (3)$$

а не (2), – не ряд, который представляет количество денег, т. е. их численную математическую величину. Ряд (3) представляет их геометрическое значение [?], указанное опытом, а потому и их моральную и действительную цену.

Такова общая и достаточно справедливая оценка цены денег для всех возможных случаев, притом не зависящая ни от каких предположений. При сравнении рядов видно, например, что 2000 ливров обеспечивают не вдвое больше пользы, чем 1000, а на 1/5 меньше этого, т. е. что и в моральном смысле, и в действительности 2000 ливров это лишь 9/5 от 2000 ливров, т. е. 18 000. Человек, имеющий состояние в 20 000 ливров, не должен считаться вдвое богаче того, у которого 10 000, потому что в действительности он имеет лишь 18 000 […], цена которых определяется по их пользе. И так же само человек, имеющий 40 000 ливров, не вчетверо богаче против того, кто располагает лишь десятью тысячами, потому что [следуют аналогичный подсчет и дальнейшие примеры].

Скупец подобен математику: оба оценивают деньги по их количеству, но разумный человек не берет в расчет ни их массу, ни количество, он усматривает в них только пользу, которую они могут принести и рассуждает лучше, чем скупец, и ощущает правильнее, чем математик. Экю бедняка, припрятанный для уплаты за необходимое, и экю, которым денежный туз заканчивает наполнение своего мешка, имеют лишь одну и ту же цену и для скупца, и для математика. Второй почитает их равными друг другу единицами, первый присваивает их с равным удовольствием, тогда как разумный человек полагает экю бедняка равным луидору, а экю буржуя примет за грош.

20. Другое соображение, которое подкрепляет эту оценку моральной цены денег, состоит в том, что как только вероятность становится ниже 1/10 000, т. е. ниже неощущаемого страха смерти в течение 24 часов, она должна считаться нулем. Можно даже сказать, что, принимая во внимание, что страх смерти намного сильнее всех других ощущений страха или надежды, следует считать страх или надежду, которые имеют вероятность лишь 1/1000, почти за нуль. Самый слабый человек может без всякого волнения тянуть жребий, если билет с его смертью перемешан с 10 000 билетами жизни, а крепкий человек, притом без страха, – если перемешан с тысячью. Итак, во всех случаях, когда вероятность ниже 1/1000, ее следует принимать почти за нуль. В нашей задаче вероятность оказывается равной 1/1024 с десятого члена ряда (1) и поэтому, морально рассуждая, мы должны пренебречь всеми последующими членами и ограничить наши ожидания этим десятым членом. В качестве отыскиваемого эквивалента остается еще 5 экю, что таким образом подтверждает верность нашего расчета. После подходящих преобразования и сокращения всех вычислений, в которых вероятность становится ниже 1/1000, никакого противоречия между математическими вычислениями и здравым смыслом больше не остается, все трудности этого рода исчезают. Человек, постигший эту истину, не будет больше предаваться ни тщетным надеждам, ни ложным страхам. Он не отдаст свое экю добровольно, чтобы получить тысячу, по крайней мере если не будет ясно видеть, что вероятность [этого] превышает 1/1000. И, наконец, он избавится от пустой надежды составить себе крупное состояние малыми средствами.

21. До сих пор я рассуждал и вычислял лишь для человека истинно разумного, который убеждается только силой рассудка. Но не должны ли мы также обратить какое-то внимание на большое число людей, которых обманывают заблуждения или страсти и которые часто очень легко ошибаются? Не теряем ли мы даже чего-то, всегда представляя вещи такими, какими они есть [в действительности, а не искаженными]? Разве надежда, какой бы низкой ни была [соответствующая] вероятность, не является благом для всех и единственным благом для несчастных? После вычисления для разумных, проведем расчеты также для менее редких людей, которые часто опираются скорее на свои ошибки, чем на разум. Даже оставляя в стороне случай, когда отсутствуют средства, слабый свет надежды является высшим благом.

Независимо от тех обстоятельств, при которых взволнованное сердце может положиться только на свои заблуждения и опираться лишь на свои желания, – независимо от этого, разве не существуют тысячи и тысячи случаев, при которых за неимением действительного блага сама мудрость должна выставить вперед какую-то меру надежды? Например, желание сделать доброе дело, признанное теми, кто держит в руках бразды правления государством, даже и неисполненное, распространяет неизмеримое благо на всю нацию. Надежда, пусть тщетная, всё же является действительным добром, наслаждение которым превышает все остальные блага.

Должен признать, что высшее благоразумие не приводит человека к полному счастью; что, к сожалению, рассудок сам по себе всегда имеет лишь небольшое число хладнокровных слушателей, но никогда у него не бывает восторженных поклонников; что человек, заваленный благами, не чувствует еще своего счастья, если не надеется на что-то новое; что избыток со временем становится весьма необходимым; и что единственное отличие, которое здесь имеет место между мудрым и неблагоразумным, эта то, что последний, даже когда заимеет избыток благ, и привыкает к нему, превращает его в унылую необходимость, тогда как мудрый человек использует этот избыток лишь для дальнейших благодеяний и достижения некоторых новых удовольствий, расходует его и в то же время умножает свое наслаждение.

22. Выставление надежды напоказ это приманка у всех вымогателей денег. Великое искусство устроителей лотерей состоит в представлении очень маловероятных громадных сумм, которые в скором времени преувеличиваются силой жадности. Эти жулики еще и преувеличивают [кажущуюся] стоимость своего идеального товара, разделяя его на части и за очень небольшие деньги, которые все могут себе позволить, создают надежду, притом что очень слабую, на видимость участия в величии общей суммы. Игроки не понимают, что, когда вероятность ниже 1/1000, надежда становится равной нулю какой бы громадной ни была обещанная сумма. Каждая вещь любой величины сводится на нет, как только ее непременно умножают на нуль, а это здесь и происходит […]. К тому же они не знают, что, вне зависимости от этого сведéния вероятностей, [низших чем 1/1000], к нулю, надежда убывает последовательно и пропорционально [возрастанию] моральной цены денег, которая всегда меньше их количественной цены. Тот, у кого надежда численно вдвое выше, чем у другого, в действительности имеет ее лишь в 9/5 раз выше; у кого вчетверо выше, – лишь в $(9/5)^2$ выше […].

Разумный человек должен поэтому отказываться от всех предложений, полагая их лживыми, хоть они и доказываются вычислениями, в которых очень большие суммы денег видимо уравнивают весьма низкие вероятности. Кто желает рисковать с наименьшим ущербом для себя, никогда не должен вкладывать деньги в крупные авантюры, а подразделять риски. Вложить 100 000 франков в одно-единственное судно или по 25 000 в каждое из четырех, – это не одно и то же. Во втором случае вкладчик заимеет 100 [тысяч] как следствие морального ожидания, и лишь 81 [$25 \cdot (9/5)^2$] в первом случае. Именно по этой причине самая надежная доходная торговля эта та, при которой долги распределены между многими кредиторами [?]. Владелец всех товаров, если они не будут проходить лишь через одни руки, и даже не будут распределяться только между малым числом заёмщиков, сможет понести лишь небольшие убытки, но не станет банкротом. Крупная игра в моральном смысле это плохая игра. Игрок в *фараон*, которому придет на ум […] потеряет примерно четверть результата своего морального ожидания, потому что, хотя его количественное ожидание   его моральное ожидание составляет всего $13\frac{104}{125}$ [8 + $5\frac{104}{125} = 8 + (9/5)^3$]. То же происходит в бесчисленном количестве других возможных примеров и из всех из них неизменно следует, что благоразумный человек должен оставлять случаю как можно меньше, и что если он, ввиду своего положения или своей торговли, должен будет рискнуть крупной суммой денег, ему следует разделить эту сумму и оставить при своих операциях без всякого внимания все ожидания, вероятности которых очень низки, пусть даже получаемые [ожидаемые] суммы пропорционально достаточно велики.

23. Анализ – единственное средство, которым до сего дня пользовались в науке о вероятностях, чтобы определять и устанавливать отношения случаев [шансов], а геометрия представлялась малопригодной в столь тонком деле. Тем не менее, если обдумать всё как следует, нетрудно распознать, что это преимущество анализа перед геометрией чисто случайно и что шанс, сообразно с тем, как он видоизменяется и обуславливается, находится равным образом в ведении и геометрии, и анализа. Чтобы убедиться в этом, достаточно обратить внимание на то, что игры и вопросы предположений[27] обычно имеют дело с отношениями дискретных величин, а человеческий разум ближе знаком с числами, чем с мерами протяжения и неизменно предпочитает их. Игры доказывают это, потому что их законы выражены непрерывной арифметикой [?]. И, чтобы ввести геометрию в свои права в науке о случайном, нужно лишь изобрести игры, которые имеют дело с протяженностями и их отношениями или подвергнуть вычислению небольшое число игр подобного рода, которые уже известны.

Примером может послужить игра franc-carreau и вот ее очень простые условия. В комнате либо с паркетным полом, либо с полом, покрытым равными клетками или какими-нибудь фигурами[28], подбрасывается экю. Если один игрок бьется об заклад, что монета после падения окажется внутри клетки, то другой ставит на то, что она расположится в двух из них, т. е. покроет один из разделительных швов, третий игрок – что монета покроет два шва, четвертый – что покроет 3, 4 или 6 швов. Каковы жребии [шансы] каждого игрока?

Вначале я определяю жребий первых двух игроков. Для этого, я впишу в одну из клеток подобную клетку, удаленную от ее сторон на расстояние, равное полудиаметру экю. Жребий первого игрока будет относиться к жребию второго как площадь образовавшегося кольца относится к площади вписанной клетки. Это можно легко доказать, потому что пока центр экю находится внутри вписанной клетки, экю должно располагаться в одной-единственной клетке [в ней самой] и по построению эта внутренняя клетка всюду удалена от контура внешней на расстояние, равное радиусу монеты. И напротив, если центр экю находится вне внутренней клетки, монета обязательно расположится в двух или более клетках, потому что […]. И поэтому, чтобы уравнять жребии этих двух игроков, внутренняя клетка должна оказаться равновеликой кольцу, или, что то же самое, площадь внутренней клетки должна составлять половину площади внешней клетки.

Я позабавился вычислением[29] и установил, что для справедливой игры при квадратных клетках сторона внешнего квадрата должна относится к диаметру экю как $1 \div [1 - (1/\sqrt{2})]$, т. е. должна быть примерно в 3½ раза [в 3.42 раза] длиннее. В случае равносторонних треугольников сторона внешнего треугольника должна относиться к диаметру монеты как $1 \div 2\sqrt{3}/(3 + 3\sqrt{1/2}\,)$, т. е. быть примерно в 6 раз [в 5.92 раза] длиннее. Для ромбических клеток […]
$1 \div (\sqrt{3}/2)/(2 + \sqrt{2})$, т. е. должна быть почти вчетверо [в 3.94 раза] длиннее. Наконец, для шестиугольных клеток […]
$1 \div (\sqrt{3}/2)/(1 + \sqrt{1/2}\,)$, т. е. должна быть почти вдвое [в 1.97 раза] длиннее.

Я не вычислял соотношений для других клеток, потому что рассмотренные выше – единственные, которыми можно заполнить плоскость, не оставляя [пустых мест][30], и я не верю, что следует предупреждать, что швы, будучи несколько шире, дают преимущество игроку, который ставит на пересечение монеты с ними и что поэтому было бы хорошо для еще более справедливой игры придать указанным соотношениям несколько бóльшие значения: для квадратов – чуть больше, чем 3.5, для остальных клеток – соответственно, значения 6, 4 и 2.

Теперь я установлю жребий третьего игрока, который ставит на покрытие двух швов и для этого, как и раньше, впишу в одну из клеток подобную, затем продолжу стороны этой вписанной клетки до пересечения с внешней. Отношение жребия третьего игрока к жребию своего противника [одновременно к жребию любого из обоих противников] равно отношению суммы площадей, заключенных между продолжениями этих сторон и сторонами внешней клетки к ее остальной площади. Нет нужды полностью это доказывать, достаточно хорошо понять.

Я вычислил и это и определил, что для справедливой игры при квадратных клетках […][31]

Я исключаю решение многих других случаев как, например, когда один из игроков ставит на пересечение либо одного, либо двух или трех швов и т. д., потому что в них ничего более трудного, чем в предшествующих, да и кроме того, в этой игре редко выставляются другие условия помимо упомянутых. Но если вместо круглой монеты, как, например, экю, подбрасывать монету другой формы, как квадратный испанский пистоль, либо иглу или палочку, задача потребует немного больше геометрии, хотя в общем всегда будет возможно решить ее по сравнению площадей, как мы и покажем.

Допустим, что в комнате, паркет в которой просто разделен параллельными швами, подбрасывается палочка, и что один из игроков бьется об заклад, что она не пересечет ни одного из них, второй же, напротив, ставит на то, что палочка пересечет некоторые швы. Требуется определить их жребий. *Можно играть над шахматной доской иглой для шитья или булавкой без головки*. Для отыскания жребия я прежде всего провожу между параллельными швами паркета AB и CD две другие параллельные [им] прямые, ab и cd, удаленные от первых на половину длины палочки EF и сразу же замечаю, что, до тех пор, пока середина палочки располагается между ab и cd, палочка не может пересечь первых прямых, в каком бы положении она ни была. А так как всё, что может произойти выше ab, имеет место и ниже cd, то достаточно определить одно или другое[32]. […]

Если мы хотим, чтобы игра была справедливой, то […]

Решение [этого] первого случая легко подводит нас к другому, который вначале представляется более трудным, а именно к определению жребия двух игроков [при игре] в комнате, [пол которой] покрыт прямоугольниками […][33]

Подобным же образом мы найдем, что если подбрасывать прямоугольную монету, то […]

Этих примеров достаточно, чтобы дать понятие об играх, которые можно представить себе относительно соотношений между протяженностями. Можно предложить большое количество вопросов того же рода, которые не могут не быть любопытными и даже полезными, как, например, если спрашивается, насколько рискованно перейти через реку по более или менее узкой доске или каков риск от молнии или при разрыве бомбы. И многие другие вопросы относительно предположений, в которых требуется лишь рассмотреть отношение протяженностей, поэтому [также] относятся к геометрии так же, как к анализу.

Примечания

1. Очень неудачное выражение. Определения должны быть содержательными и не противоречить друг другу. *Истинность* здесь не при чем.

2. Бюффон почему-то полагал, что вероятность может превышать единицу и даже быть бесконечной.

3. Здесь явная описка.

4. Моральную достоверность в науку ввел Декарт (видимо, имея в виду в первую очередь юриспруденцию) и хорошо известно, что Якоб Бернулли (конец гл. 2-й части 4-й *Искусства предположений*) полагал желательным официально установить ее, опять же для юриспруденции. С другой стороны, Курно (1843, § 47) ввел физическую достоверность как бы вместо моральной (которую он не упоминал). Бюффон, однако, не сославшись ни на кого, ввел и ту, и другую. Никто, кажется, не последовал за ним, хотя Борель (1943, с. 27) предложил два значения для ничтожности вероятности, – *человеческой* (социальной?) и *земной*, $p \le 10^{-6}$ и 10^{-15}, Гюйгенс (Шейнин 1977, с. 251 – 252) же, указывая, что достоверность имеет много степеней, предложил, притом также без обоснования, лишь одно значение $p \le 10^{-11}$ ничтожности вероятности. Ниже мы увидим, что Бюффон выбрал ничтожную в человеческом смысле вероятность, исходя из психологических соображений.

5. О Бейесе, который определил численную меру повышения вероятности с количеством испытаний, на континенте Европы узнали, кажется, лишь позже (Аноним 1781), но во всяком случае суммирование вероятностей никак не могло быть допущено, ср. Прим. 2.

6. Я говорю *для нас* (лучше: в нашем климатическом поясе), потому что для климата полюсов это не совсем так. *Бюффон*

7. Число 2000 никак не обосновано, притом Бюффон почему-то принял за показатель степени именно его, а не соответствующее число дней (2000 · 365). Вообще же по поводу подобного вычисления см. Прим. 5.

8. Бюффон действительно ввел определение физической достоверности, но позже, в § 9.

9. Моральная достоверность, а не вероятность, но см. Прим. 4.

10. Свою таблицу смертности Бюффон опубликовал в 1777 г., в четвертом томе *Дополнений* к *Естественной истории*. Мы воспользовались его же таблицей смертности из другого сочинения (1989, с. 102), в которой указано, что вероятная продолжительность жизни для человека 56 лет составляет 13 лет и 5 месяцев (≈ 4833 дня). Прибавив 15 дней за счет неточности *месяца*, мы получим 4848 дней, а для равномерного распределения, из которого Бюффон, видимо, исходил, получим срок жизни 9696 дней вместо 10 089 (дней) у Бюффона.

11. Я сообщил эту идею г-ну Даниилу Бернулли, одному из величайших геометров нашего века и самому сведущему во всём, что относится к науке о вероятностях, и вот его ответ, который он прислал мне в письме 19 марта 1762 г. из Базеля:

Я весьма одобряю … Ваш метод определения пределов моральной вероятности. Вы узнаёте о природе человека по его действиям и по существу предполагаете, что никто не спрашивает про утро, если вот-вот умрет [?]. *Поскольку это происходит, как Вы полагаете, один раз из 10 000, Вы заключаете, что вероятности, равные 1/10 000, не должны производить никакого впечатления на человеческий разум и считаться совершенно ничем. Так безусловно рассуждает математик-философ, однако этот изобретательный способ, видимо, приводит к меньшей величине … Я не отрицаю Вашего принципа, но представляю, что он скорее приводит к 1/100 000, чем к 1/10 000.*

Я признался г-ну Бернулли, что выбрал 1/10 000 из таблиц смертности, которые всегда относятся к *среднему человеку*, т. е. к людям вообще, вполне хорошо чувствующим себя или больным, здоровым или немощным, крепким или тщедушным. Поэтому, видимо, можно поставить несколько больше, чем 10 000 против одного, что хорошо чувствующий себя человек, здоровый и крепкий, не умрет за 24 часа и хорошо, если эта вероятность [эта ставка] должна быть увеличена до 100 000. В остальном же различие, хоть и очень большое, ничего не меняет в основных следствиях, которые я вывожу из своего принципа. *Бюффон*

К отзыву Бюффона о Данииле Бернулли добавим, что о появлении нормального распределения у Муавра Европа узнала лишь в самом конце XIX в., и что к 1777 г. Лаплас успел опубликовать лишь два теоретико-вероятностных мемуара. По существу же и Бюффон, и Даниил Бернулли могли бы вспомнить о многих предшественниках, включая Якоба Бернулли, которые предлагали основываться в жизни на моральной достоверности, т. е. отрицая моральную невозможность.

Хорошо известно, что Кетле либо подхватил, либо независимо ввел понятие о *среднем человеке*.

12. Бюффон, видимо, не припомнил, что природе свойственны и случайные явления, например метеорологические.

13. Решение здесь можно понимать как готовность биться об заклад на объективно неверных основаниях, противоречащих реальной справедливости игры.

14. Как при ставке на один из двух равновозможных исходов, а именно, на сумму очков, либо превышающую 10 очков, либо нет.

15. Эти рассуждения могут показаться излишними, но вот в недавно опубликованной статье (Финберг 1971) обсуждалось подобное отклонение от “равномерной случайности” при жеребьевке в 1970 г.

16. Чуть ниже становится ясно, что Бюффон имел в виду нечто гораздо более слабое.

17. Почему же с каждым шагом?

18. Вот, видимо, рассуждение Бюффона. 50/150 = 1/3, 100/100 = 1 (удвоение). В первом случае он измерял прирост относительно приращенного капитала, во втором – относительно первоначального. Можно сказать, что выигрыш увеличил состояние первого игрока вполовину, проигрыш уменьшил богатство второго вдвое. Аналогичный пример Бюффон привел ниже. Если выгоду и потерю обозначить через α, $0 < \alpha < 1$, а исходный капитал каждого принять за единицу, то можно будет сказать, что всегда, т. е. тождественно, $\alpha/(1 + \alpha) < \alpha/(1 - \alpha)$.

19. Это доказывал Даниил Бернулли (1738), однако Бюффон, см. Прим. 22, сослался на свое соответствующее письмо 1730 г. Впрочем, и Бернулли отослал в Петербург свою рукопись задолго до 1738 г. Действительно, в конце своего мемуара он указывает, что в 1732 г. получил письмо от Николая Бернулли по поводу своей работы, которую он уже успел зачитать в Петербурге.

20. Гору золота можно понять как метафору, но вот кубическая сажень (в оригинале: кубический туаз) совсем не звучит. Бюффон был очень состоятелен, но его примеры были бы гораздо убедительнее, будь они рассчитаны на массового читателя.

21. *Петербургскую игру*, как ее назвали, потому что Даниил Бернулли опубликовал свой мемуар (1738) в Петербурге, действительно придумал Николай Бернулли, хотя и не для монеты, а для игральной кости, см. Монмор (1708/1713, с. 402), – но не 402 – 407. Крамер, в письме Николаю Бернулли 1728 г., заменил кость монетой, а Даниил Бернулли приложил текст этого письма к своему мемуару.

Именно в связи с этой игрой Даниил и ввел свое знаменитое моральное ожидание. Кондорсе (1784/1998, с. 394) разумно заметил, что она представляет собой лишь единое испытание и что ее исследование должно основываться на серии таких игр. Эту же мысль независимо высказал Фрейденталь (1951), который также предположил, что роли игроков должны каждый раз определяться по жребию. О ранней истории петербургской игры см. Шпис (1975), а об ее истории вообще см. Йорланд (1987) и Дутка (1988), который исследовал эту игру методом Монте Карло (статистических испытаний). Так же, впрочем, поступил Бюффон, см. ниже. Сам термин моральное ожидание предложил Крамер в письме Николаю Бернулли 1732 г., Даниил же привел в своем мемуаре выдержку из него. Моральное ожидание стало модным и Лаплас (1812, с. 189) поэтому назвал прежнее, классическое ожидание математическим. Его уточнение удержалось, кажется, лишь во французском и русском языках.

22. Вот то, что я указываю по тексту, который послал г-ну Крамеру и копию оригинала которого я храню […]. [Текст письма повторяет приведенное выше, притом почти в тех же выражениях, так что значение имеет лишь дата письма.]

Женева, 3 октября 1730 г. *Бюффон*

Мемуары Петербургской академии наук начали выходить лишь в XIX веке; следовало сказать *Комментарии* (Commentarii). *Вслед за мемуаром* Даниила Бернулли означает: в томе 5 этого издания, но в нем никакого мемуара Крамера нет. Видимо, Бюффон имел в виду *вслед за текстом* самого Д. Б. Действительно, Бернулли приложил письмо Крамера 1728 г. Николаю Бернулли и признал приоритет Крамера во введении морального ожидания, отличного от математического (но более примитивного, чем у него самого).

23. Именно по этой причине один из наших самых искусных геометров, покойный г-н Фонтен де Бертен (Fontaine), включил в то решение, которое мы привели, декларацию о состоянии Пьера [почему Пьера?], так как по существу в качестве эквивалента можно дать лишь всё, что имеешь. Это решение см. в его *Mémoires mathématiques*. Paris, 1764. *Бюффон*

24. Результаты испытания, равно как и соответствующие теоретические значения, которые Бюффон подсчитал по биномиальному распределению, мы приведем чуть ниже в табличной форме. Подсчеты во всех случаях весьма несложны. Например, при 1024 партиях следует вычислить сумму произведений $512 \cdot 1 + 256 \cdot 2 + \ldots + 1 \cdot 512 = 512 \cdot 10$ и разделить ее на 1024. По сравнению с исходным примером вторые сомножители каждого произведения сдвинуты.

Чуть ниже Бюффон рассуждает о громадном числе партий, но не замечает, что уже при 4096 партиях эквивалент почти равен 6 экю. Впрочем, в § 20 он добавляет, что вероятность следует считать “почти нулем”, если даже она ниже 1/1000 (а не 1/10 000).

25. Напрасно Бюффон не указал, что $1\,048\,576 = 1024^2$.

26. Вот вычисление; в левой части уравнения – сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии с искомым знаменателем q:

$$1/2 + (1/4)q + (1/8)q^2 + \ldots = 5,\quad (1/2)[1 + (q/2) + (q/2)^2 + \ldots] = 5,$$

$(1/2)\ \{1/[1 - (q/2)]\} = 5$ и т. д.

27. Искусство предположений – термин Якоба Бернулли и заглавие его классического труда 1713 г.

28. Трудно каждый раз упоминать и *клетки*, и *фигуры*, тем более, что появятся и другие фигуры, и сам Бюффон не всегда это делал, так что мы ограничимся *клетками*. Далее, термин Бюффона *кольцо* (см. ниже) можно понимать только расширительно, см. выше Прим. 2 к анонимному сообщению о работе Бюффона. Также ниже Бюффон привел свои вычисления для нескольких случаев, и мы комментируем их в едином примечании.

29. Обозначим радиус монеты через r, стороны внешних и внутренних клеток a ($a = 1$) и c, их высоты H и h, их площади S и s, радиусы вписанных в них окружностей через R_1 и R_2 и, наконец, $[1 - (1/\sqrt{2})] = \alpha$ (≈ 0.293). Площади *колец* окажутся тогда равными $S - s$, так что по условию должно соблюдаться равенство $S - s = s$.

А) Квадраты. $S = 1$, $s = c^2$, $1 - c^2 = c^2$, $c = 1/\sqrt{2}$, $r = \alpha/2$, $1/2r = 1/\alpha$, что совпадает с результатом Бюффона.

Б) Треугольники. $S = \sqrt{3}/4$, $s = c^2\sqrt{3}/4$, $(1 - c^2)\sqrt{3}/4 = c^2\sqrt{3}/4$,
$1 - c^2 = c^2$, $c = 1/\sqrt{2}$, $R_1 = 1/(2\sqrt{3})$, $R_2 = c/(2\sqrt{3})$, $r = R_1 - R_2 = \alpha/(2\sqrt{3})$,
$1/2r = \sqrt{3}/\alpha \approx 5.92$.
Результат Бюффона верен, но метод вычисления какой-то иной.

В) Ромбы с острыми углами 60°. $H = \sqrt{3}/2$, $h = c\sqrt{3}/2$, $S = H$, $s = hc = c^2\sqrt{3}/2$, $S - s = (1 - c^2)\sqrt{3}/2$, $(1 - c^2)\sqrt{3}/2 = c^2\sqrt{3}/2$,
$c = 1/\sqrt{2}$, $r = (1 - c)(\sqrt{3}/4) = \alpha\sqrt{3}/4$, $1/2r = 2/\alpha\sqrt{3} \approx 3.94$.
Вывод тот же.

Г) Шестиугольники. $R_1 = \sqrt{3}/2$, $R_2 = c\sqrt{3}/2$, $r = R_1 - R_2$, $S = \sqrt{3}/4$,
$s = c^2\sqrt{3}/4$, $\sqrt{3}/4 - c^2\sqrt{3}/4 = c^2\sqrt{3}/4$, $c = 1/\sqrt{2}$, $r = \alpha\sqrt{3}/2$, $1/2r = 1/\alpha\sqrt{3} \approx 1.97$.
Вывод тот же.

30. Бюффон несомненно имел в виду заполнение только при помощи конгруэнтных (грубо говоря, равных друг другу) правильных многоугольников, либо ромбов с острыми углами в 60°.

31. Мы не приводим этих новых результатов Бюффона, которые он сообщил без вывода, потому что они либо заведомо ошибочны, либо во всяком случае требовали применения интегрального исчисления, и вряд ли он не упомянул бы этого, ср. ниже его рассуждение о подбрасывании палочки над линованным паркетом. Уточним, что при прежних вычислениях (Прим. 29) все точки *кольца* (или внутренней клетки) были равноправны. И заметим, что в любом случае продолжать стороны внутренней клетки до пересечения со сторонами внешней не требуется: площади определяются точно так же, как и раньше.

32. Мы позволим себе заменить рассуждение Бюффона намного более понятным выводом Чубера (1884, с. 84 – 85). Пусть центр палочки C (см. рисунок, обозначения на котором не совпадают с введенными Бюффоном) находится в интервале dx на расстоянии x от A, а отрезок AB – перпендикуляр к параллельным швам PQ и MN. Полудлина палочки r и $AB = a$. Палочка пересекает MN при своем расположении между ED и GF, вероятность чего равна $2\varphi/\pi$, а вероятность точки C находиться внутри интервала dx равна dx/a. Окончательно, вероятность пересечения прямой MN оказывается равной

$$P = \int_0^r 2(\varphi/\pi)dx/a = (2/\pi a)\int_0^r \varphi dx = (2/\pi a)\int_0^r \text{arc cos}\,(x/2)dx = 2r/\pi a.$$

Ее следует удвоить, потому что C может располагаться и по другую сторону от MN, так что окончательно $P = 4r/\pi a$.

33. Понять Бюффона и здесь трудно и мы снова сошлемся на Чубера (1884, с. 92 – 95), который предложил свое собственное решение и описал решение Тодхантера (1865, с. 347 – 348).

О ранней истории геометрической вероятности см. Шейнин (2005, с. 82 – 83). Там же, с. 44 – 45, сказано, что это понятие фактически ввел Ньютон в одной из своих рукописей и что Курно (1843, § 18) предложил обобщенное определение вероятности, пригодное и для дискретного, и для непрерывного случаев, как отношение соответствующих “протяженностей”; с современной точки зрения следовало бы лишь упомянуть взамен *меру*. И интересно, что у Бюффона (см. ниже) можно найти определение (только) геометрической вероятности в подобном, хотя и нечетком виде.

Библиография

Бернулли Д., Bernoulli D. (1738, латинск./1999), Опыт новой теории измерения жребия. В книге *Теория потребительского поведения и спроса*. СПб, с. 11 – 27.

Курно О., Cournot A. A. (1843, франц.), *Основы теории шансов и вероятностей.* М.

Шейнин О. Б., Sheynin O. B. (1977), Early history of the theory of probability. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 17, pp. 201 – 259.

--- (2005), *Теория вероятностей. Исторический очерк*. Берлин. Также www.sheynin.de.

Аноним (1735), Без заглавия; сообщение о работе Бюффона. *Hist. Acad. Roy. Sci. pour année 1733 avec les Mém. Math. Phys.*, pp. 43 – 45 первой пагинации.

Аноним (1781), Sur les probabilités. Там же (1778), p. 43 первой пагинации.

Borel E. (1943), *Les probabilités et la vie*. Paris. [Paris, 1946.]

Buffon J. L. L. (1989), *Histoire naturelle de l’homme et des animaux*. Paris. См. наше замечание к этому сочинению в Библиографии предыдущего раздела.

Condorcet M. J. A. N. de Caritat (1784/1984), Sur le calcul des probabilités. В книге автора *Arithmétique politique*. Paris. Редакторы B. Bru, P. Crepel, pp. 385 – 436.

Czuber E. (1884), *Geometrische Wahrscheinlichkeiten und Mittelwerte.* Leipzig.

Dutka J. (1988), On the St. Petersburg paradox. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 39, pp. 13 – 29.
Fienberg S. E. (1951), Randomization and social affairs: the 1970 draft lottery. *Science*, vol. 171, pp. 255 – 261.
Freudenthal H. (1951), Das Petersburger Problem in Hinblick auf Grenzwertsätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung. *Math. Nachr.*, Bd. 4, pp. 184 – 192.
Jorland G. (1987), The Saint Petersburg paradox 1713 – 1937. В книге *The Probabilistic Revolution*, vols 1 – 2. Cambridge (Mass.), vol. 1. Редакторы Krüger L. и др., pp. 157 – 190.
Laplace P. S. (1812), *Théorie analytique des probabilités. Oeuvr. Compl.*, t. 7. Paris, 1886.
Montmort P. R. (1708/1713), *Essay d'analyse sur les jeux de hazard*. New York, 1980.
Spieß O. (1975), Zur Vorgeschichte des Petersburger Problems. В книге Bernoulli J. *Werke*, Bd. 3. Редактор B. L. van der Waerden. Basel, pp. 557 – 567.
Todhunter I. (1865), *History of Mathematical Theory of Probability*. New York, 1949, 1965.

4. Грегор Иоганн Мендель

Алоис Шиндлер

Памятная речь о прелате Грегоре Иоганне Менделе по случаю открытия мемориальной доски в Хейнцендорфе, Силезия, 20 июля 1902 г.

Высокоуважаемые участники торжества,

[1] Из всех достижений человеческого духа первое место занимает познание природы. Это поистине благородная задача мыслителей, – указывать нам на проблемы нашего мира и способы их решения. Стремление постичь естественные причины возникновения и исчезновения явлений и распознать, что связывает мир в самой его сути воедино, уже соблазнило многих исследователей и думается, что метафизическое влечение или побуждение вникнуть в полную таинственности темноту природы свойственно человеку с рождения.

Вечные истины не сознаются нами полностью и мы можем, и сегодня, и в будущем, изучить лишь кусочки бесконечного мироздания, но стремление к свету и истине всё же достойно похвалы и не является дерзостью перед Богом. Действительно, Френсис Бэкон[1] сказал: *Малое познание уводит от религии, серьезные знания приводят к ней обратно*. И в этом отношении духовность вполне совместима с наукой и прогрессом. Но кто хорошо знаком с историей науки согласится со мной, если я скажу, во-первых, что, исключая чистый случай, бесконечно трудно целеустремленно открыть хоть новое зернышко истины, и что для этого нужны большой талант и мастерство, необходимы усилия, прилежание и время, и, во-вторых, что множество исследователей проработали всю свою жизнь впустую.

И тем более отрадно, что сегодня мы можем отметить память жителя Куланда и Хейнцендорфа [Гинчице][2], в научном отношении достигшего положительных результатов и успешно работавшего за ткацким станком познания, но которого, к сожалению, долгое время не понимали и на которого не обращали внимания. Я имею в виду прелата Грегора Иоганна Менделя[3]. Я был особенно счастлив почти десять лет[4] пребывать в непосредственной близости этого исследователя и превосходного человека, – так пусть же мне, как урожденному жителю Хейнцендорфа, будет позволено развернуть его жизненную картину.

[2] Грегор Мендель – выходец старинного куландского и именно хейнцендорфского рода немецкого происхождения. Мы[5] с добросердечной помощью преподобного пастора П. Медека разбирались в старых церковных книгах Петерсдорфа и уверенно установили предков Менделя до 1692 г., т. е. на восемь поколений назад. Уже двести лет назад Мендели осели в Хейнцендорфе и владели здесь садовым участком № 26[6]. Лишь дед Грегора Менделя купил земельный участок № 58[7] в Хейнцендорфе. Его освещенный фронтон виден справа, вблизи пожарного депо с памятной доской. И в нем родился наш естествоиспытатель. Он родился в нем 22 июля 1822 г.[8] и получил при крещении имя Иоганн. Более позднее имя Грегор ему дал монастырь августинцев в Брюнне [Брно]; известно, что монастырские духовные лица обязаны изменять свое имя.

Его отца звали Антон Мендель (19.4.1789 – 18.1.1857), а мать – урожденная Розина Швиртлих (22.1.1794 – 28.3.1862), из Хейнцендорфа, участок № 13. Его дедами и бабками были Валентин Мендель (20.1.1754 – 19.2.1828), Мартин Швиртлих (10.10.1751 – 4.4.1820), Елизабет Блашке (9.9.1758 – 29.1.1829) и Розина Каспер (4.9.1754 – 14.6.1829) [в трех случаях даты исправлены в соответствии с позднейшими изысканиями Шиндлера, см. Криженецки (1965)], и все они были из Хейнцендорфа. Кроме того, Мендели были в родстве по прямой линии с хейнцендорфскими семьями Вейс, Кунтшик, Штурм и Шиндлер и имели других родственников из Петерсдорфа и Брош-фон Вейсзидла. Ввиду многочисленного потомства всех этих семей и родственных связей между ними вполне можно сказать, что Грегор Иоганн Мендель был в большей или меньшей степени породнен почти со всей общиной Хейнцендорфа.

Отец[9] Менделя был особенно пристрастен к выращиванию плодовых деревьев. Привой он доставал в окрестностях Троппау и Ольмюца и тем самым обеспечил последующие богатые урожаи плодового сада № 58. Важнее для нас, однако, что свое пристрастие к выращиванию этих деревьев и уходу за садом он рано внушил своему единственному сыну (у него было еще только две дочери), которого часто брал с собой в сад для прививок и [в частности] окулирования.

Духовную одаренность наш Иоганн, видимо, в основном унаследовал от своей заботливой матери, Розины Швиртлих[10], чей брат {дядя} был первым, хоть и официально не утвержденным учителем в Хейнцендорфе. Антон Швиртлих, – так его звали, – был самоучкой, но сумел усвоить довольно обширные знания. В то время в Хейнцендорфе еще не было общественной школы и местным школьникам приходилось идти учиться в Грос-Петерсдорф. Дорога для многих оказывалась слишком длинной, и вот дядя Менделя день за днем с большим успехом обучал элементарным предметам 15 – 20 детей в доме № 13.

И Грегор Мендель мог по праву говорить, что произошел из семьи учителей и гордился этим. После вскоре последовавшей смерти Антона Швиртлиха община Хейнцендорфа собралась с силами и наняла собственного учителя по имени Томас Макитта, который распознал талант мальчишки Менделя и поддерживал его любознательность.

[3] В то время два старших школьных товарищей Менделя (Винклер из № 51 Хейнцендорфа и Крист из Клейн-Петерсдорфа) начали учиться в Лейпнике в старших классах тамошней народной школы (что соответствует нынешней городской [восьми – десятилетней] бюргерской школе). Во время каникул они часто, возможно в приукрашенном виде, рассказывали тщеславному мальчишке много хорошего и милого о своей новой жизни. И Мендель начал беспрестанно теребить своих родителей и просить разрешения и ему учиться дальше. Согласиться сразу же было нелегко, тем более, что отец не хотел лишаться будущего помощника в хозяйстве, носителя своего имени и наследника земли. Мальчиком был Мендель хоть и невысок, но широк в плечах и силен, был очень хорошо подготовлен к сельскохозяйственным работам и обещал стать дельным хозяином. Но разумные родители, неизменно заботившиеся о благополучии и счастье для всех своих детей, не смогли долго противиться постоянному натиску, и вот Грегор Иоганн Мендель в 11 лет был "условно" принят в третий класс в Лейпнике. Решающей для родителей могла быть мысль о том, что их сыну как образованному человеку будет легче зарабатывать свой хлеб. Крестьянам в то время приходилось тяжело работать и жилось им поистине нелегко.

В Лейпнике Мендель вскоре стал первым в своем классе и невероятным прилежанием проложил себе путь к продолжению учения. И теперь уже [в 1834 г.] с легким сердцем родители отдали его в гимназию в Троппау[11], которая в то время насчитывала 6 классов, так что провести так называемый философский год Менделю пришлось в Ольмюце.

Мендель питался лишь весьма скудно[12] и давал уроки, обучение и в то время стоило немало, а Мендели, как мы видели, лишь недавно выбились из безземельных крестьян, и имели лишь самое необходимое. И пришел день, когда деньги для обучения сына истощились, а гимназию Мендель [к тому времени] закончить не успел. Старому и больному отцу пришлось кроме того отдать участок № 58 своей старшей дочери Веронике, которая выходила замуж за Штурма, и остаться на скромном отцовском наделе.

Но младшая и еще не замужняя сестра Тереза (которая затем вышла замуж за Шиндлера) добровольно отдала брату часть своего наследства и тем самым позволила ему закончить гимназию. Грегор Иоганн Мендель не забыл этого благодеяния. В дальнейшем, когда всё у него устроилось, он взял к себе в Брюнн трех сыновей[13] своей любимой сестры, дал им возможность учиться в гимназии и получить высшее образование, помогал им в течение всей своей жизни как только мог и таким образом вернул свой долг сторицей. И его племянники никогда не забывали своего благодетеля!

[4] Итак, Грегор Иоганн Мендель закончил учение в гимназии. По желанию своей матери он посвятил себя духовному образу жизни, постарался побыстрее обеспечить свою жизнь и обратился с просьбой о приеме в августинский монастырь Св. Фомы [Аквинского] в Альт-

Брюнне, в просторечии – Кенигсклостер [Королевский монастырь]. Это ему посоветовало августинское духовное лицо, профессор в Ольмюце [Ф. Франц]. Но пристроиться сразу же в монастырь оказалось нелегко. Кроме Менделя в этот духовный приют попросилось 13 человек, а принять должны были только четверых. В то время монастырь был обязан предоставлять определенное число преподавателей средней школы, и потому должен был заботиться принимать к себе только дельных и способных к преподаванию работников. И, наконец, решающей для приема была пробная проповедь[14] кандидата в присутствии всех монахов.

Мендель хорошо выдержал это испытание и вскоре [в 1843 г.] стал послушником. Кенигсклостер! Сколько мыслей и ощущений пробуждает он во мне … Он действительно был и остается Королевским монастырем. Представляешь себе посреди Альт-Брюнна обширное одноэтажное здание, окруженное громадным садом и даже лесочком, и всё это обнесенное высокими монастырскими стенами. Ввиду протяженности и строгого распорядка, в монастыре неизменно царили небесное спокойствие и мирное безмолвие, что очень способствовало размышлению и занятиям. С другой стороны, в монастыре господствовала, конечно же лишь в определенные часы дня, оживленная духовная жизнь.

В то время в Кенигсклостере проживало немало известных людей, большей частью либо вышедших на пенсию, либо еще работающих преподавателей средней и даже профессоров высшей школы. Некоторые из старших представителей монастыря из числа современников Менделя и тогдашних работников, насколько я помню[15], выделялись. Рядом с почтенным образом преподобного прелата Кирилла Раппа мы видим последующего прелата, пастора Антонина Альта, бывшего директора гимназии в Троппау. Я вспоминаю пастора Братранека, лирика и профессора высшей школы; пастора Августина Кратки, выдающегося богослова; пастора Бенедикта Фоглера, дельного языковеда; пастора Пауля Крисковски, хорошего музыканта, а также пастора Ансельма Рамбузека и Барина, которые впоследствии стали прелатами. И наконец я назову отцов Амброзия Пойе, Карла Ондрачека, Эрнста Швец и Клеменса Яничека.

В этом окружении и в этом саду, обильно усыпанном цветами, с теплицами и питомником плодовых деревьев, Мендель провел год затворничества, закончил изучение богословия и вскоре был рукоположен в сан священника. После этого он несколько лет [1848 – 1849] пробыл духовником, но его идеалом было преподавание [а обязанности духовника вызывали у него тяжелые переживания], и монастырь с готовностью пошел навстречу молодому и старательному священнику [который в 1849 г. стал преподавателем в гимназии].

[5] От частого пребывания в монастырском саду, на лоне созданной Богом природы, мысли Менделя уже в послушничестве направлялись к естественным наукам, особенно к ботанике. Действительно,

Из всех проявлений природы ничто так сильно не воздействует на дух и характер, как изобилие растительных форм. Они, как давно уже поэтический народный дух назвал их, – одежда земли, которая, как *пестрый ковер, опоясывает глыбы скал, смягчает окостенелость очертаний и оживляет местность* (Müller 1857).

Посланный за счет монастыря в Венский университет. Там, в 1851 – 1853 гг., он усердно изучал математику, физику и естественные науки. Возвратившись с аттестатом о пригодности к преподаванию, он получил должность *вспомогательного учителя* в Иглау {в Знаиме}, а через короткое время [в 1854 г.] – место преподавателя физики и естественной истории в немецком государственном высшем реальном училище в Брюнне.

Здесь он проработал 14 лет, "уважаемый учителями и школьниками", до тех пор, пока не был избран в 1868 г. прелатом Августинского монастыря. Он был действительно любим за превосходный метод преподавания, добросовестность и справедливость в сочетании с добротой и мягкостью. Он очень редко допускал, чтобы кто-то проваливался у него на экзаменах и он не считал, что нужно, в качестве дополнительного педагогического воздействия, наводить ужас на школьников. Напротив, своими ясными и вразумительными лекциями, пробуждением усердия и добровольными дополнительными занятиями он добивался того, что даже самые слабые ученики достигали положенной цели обучения и охотно занимались своими предметами.

В нынешнем году Брюннское реальное училище праздновало юбилей и в юбилейном сборнике с похвалой напомнило о прелате Грегоре Менделе. Его бывший ученик, профессор высшей школы [физик и метеоролог Иозеф] Лицнар [1902] посвятил ему статью об уровне грунтовых вод в Брюнне, – об исследовании, в которое Мендель внес свой частичный вклад.

[6] К этому периоду преподавания относятся и эпохальные работы и исследования Менделя из области гибридов растений. Можно удивляться, что именно духовное лицо занялось научной работой по скрещиванию растений и выбрало себе эту тему. Чтобы понять это, следует учесть тогдашний дух времени и принять во внимание пути, по которым в середине XIX в. исследовалось естествознание.

Чарльз Дарвин, великий английский естествоиспытатель, провел семь лет [1831 – 1836, менее семи лет] в кругосветном путешествии, которое привело его к оконечности Южной Америки. Он критически рассмотрел собранный богатый материал и в 1859 г. опубликовал труд, *Происхождение видов*, который привел к духовной революции и перевороту прежних воззрений. За ним вскоре появились […] и многие другие.

Вторжение Дарвина оказалось символом эпохи, и через 11 лет после политической революции 1848 г. последовала, как сказано выше, духовная революция, которая привела в движение ботаников, зоологов, геологов, богословов, – короче, ученых почти каждой отрасли науки и каждого направления, и все они находили себе [в дарвинизме] темы для своих работ. Тогда как многие исследователи, возбужденные дарвинизмом, исходили из умозрительных построений и пускались в самые рискованные предположения, Мендель избрал единственный верный путь для проверки нового учения, путь опытов [в 1856 – 1863 гг., т. е. начав опыты еще до выхода в свет *Происхождения видов*].

В течение восьми лет в саду Кенигсклостера, по указаниям опытного знатока ястребинки [и знаменитого ботаника Карла Вильгельма фон] Нэгели из Мюнхена, он втихомолку выращивал различные растения, в особенности сорта гороха Phaseolus и ястребинки, искусственно оплодотворяя их, и произвел 10 000 трудоемких опытов, и всё в точности описал и обдумал. Только после этого он выступил перед научным собранием, – перед Брюннским союзом естествоиспытателей, которому принадлежал душой и телом, – чтобы отдать свои наблюдения в печать. Его первое основополагающее сочинение [1866] было представлено в заседаниях 8 февраля и 5 марта 1865 г. и появилось в свет в 4-м томе Протоколов заседаний этого общества за тот же год.

Примечательно, что известный зоолог и биолог профессор доктор Эрнст Геккель из Йены, который считается важнейшим представителем дарвинизма в Германии, опубликовал свое сочинение […] лишь в 1868 г., так что приоритет Менделя неоспорим. Профессор Бейтсон в Кембридже (1902) утверждает, что эволюционное учение направилось бы совсем по другому пути, попадись работа Менделя в руки Дарвина. И равным образом можно сказать, что и сам Геккель мог бы оказаться под влиянием труда Менделя. К сожалению, ни в одном из этих двух случаев так не случилось, и исследования Менделя принимались во внимание лишь в естественнонаучных кругах Брюнна.

В заседании 9 июня 1869 г. Брюннского союза естествоиспытателей Мендель рассказал еще об одном, меньшем сочинении [1870], которое опубликовано в 8-м томе этого общества за тот же год.

Исключительно скромный, Мендель не пытался навязывать свое учение никому, и, несмотря на незначительное признание, оставался верным своим исследованиям. Да, можно сказать, что он до самой своей смерти был занят проблемой оплодотворения. Разумеется, став прелатом, заслужив доверие ландтага [парламента земли, провинции] и будучи поэтому поставлен во главе моравского ипотечного банка, и кроме того усиленно исследуя выращивание плодовых деревьев, разведение пчел, метеорологию и астрономию, он не мог более уделять так много времени [как раньше] своей излюбленной теме.

[7] К пчеловодству он, видимо, обратился, чтобы перенести на животное царство то, что изучил в растениях. При его 50 ульях он имел дело не столько со сбором меда, сколько с выведением новых рас пчел[17]. Для этой цели он всегда имел большое число пчелиных яиц и всевозможные расы пчел, – итальянские, краинские [с юго-восточных склонов Альп], египетские, местные, вересковые (Heidebienen) и даже американские, которые он беспрестанно скрещивал друг с другом, для чего на некоторое время даже отделил место в своем собственном помещении, отгородив его тонкой марлей[18]. Но ввиду слабого здоровья Мендель не довел эти исследования до конца, а их описание пропало.

Мендель всегда был усердным членом Моравского земледельческого общества, которое также занималось и сортоведением, и метеорологией. Десять лет подряд его основным интересом была синоптика и до своего последнего дыхания он оставался метеорологом-практиком [и был членом-учредителем Австрийского метеорологического общества]. После смерти [метеоролога] доктора Олексика он перенял очень тягостную и трудоемкую обязанность, а именно наблюдения на метеостанции в Брюнне и поэтому составлял годичные отчеты о погоде для Брюннского общества естествоиспытателей [см. Библиографию]. Результаты наблюдений Менделя были названы образцовыми, а его особая заслуга состояла в том, что своими публикациями [отчетами] он побудил распространить сеть метеорологических наблюдений на всю Моравию и Силезию.

Поскольку, в соответствии с предположениями некоторых исследователей, погода зависела от [расположений] созвездий[19] и определенных явлений (солнечные пятна) на Солнце, Мендель в свои поздние годы углубился под руководством надворного советника Рисля из Маендорфа в изучение астрономии и купил себе подзорную трубу, чтобы наблюдать, оставаясь в самом монастыре. Ухудшающееся здоровье ограничило эти устремления.

Исследования Петтенкофера о связи эпидемий с уровнем грунтовых вод побудили Менделя в течение 16 лет систематически и точно измерять уровень воды в монастырском колодце и частично опубликовать собранные данные в Брюннском обществе естествоиспытателей; остальные его результаты обработал профессор Лицнар[20] [1902].

Свое общее дарование наблюдателя Мендель использовал, когда в 1870 г. смерч сильно повредил монастырь и многие здания в Альт-Брюнне. Он прочел доклад об этом чрезвычайном явлении [правильно объяснив происхождение смерчей], который включен в 9-й том Брюннского общества [1871].

[8] Так что же выяснил Мендель в области гибридов растений? Здесь не место и не время всё это обстоятельно обсуждать, но подчеркнем, что он оказался первым, кто подметил определенные закономерности при скрещивании различных сортов и рас растений, выразил их численно и тем самым вывел новый закон эволюции растений и быть может органических форм вообще. Теперь он отвлеченно называется законом Менделя [ныне различают два закона Менделя].

Профессор Бейтсон поставил закон Менделя в один ряд с учением об атомах, которое является основой химии, и назвал его достижением, сравнимым с геройским подвигом Дарвина. Надворный советник Визнер [1901] популярно обрисовал направление исследований Менделя следующим образом. Если скрестить горох с белыми и красными цветами, то из полученных семян вырастет только горох с красными цветами. Но если высадить семена этого гороха, то странным образом вырастут не только красноцветные растения, а и те, и другие, и притом в соотношении 1:3. Таким образом, признак белого цветения был в предшествующем поколении лишь скрытным. И если теперь высадить эти белоцветные растения, то во всех последующих поколениях появятся только такие же, а высаженные красноцветные разделятся в соотношении 1:3. […]

Такова классическая схема для сортов гороха Phaseolus (Proskowetz 1902) […].

Мендель […] открыл новые пути для планового выведения новых рас. Статский советник, профессор Фр. Шиндлер из Риги (австриец из Нёйтитшейна, работавший за рубежом) был первым, кто обратил внимание сельских хозяев на следствия из исследований Менделя.

[9] При своей жизни Мендель не довел до решительного признания ни одну из областей своих исследований, но этому скромному человеку была уготована редкая участь. Как заметил надворный советник Визнер, светоносные имена часто бледнеют через 10 или 20 лет после смерти их носителя, но имя Менделя, доныне не известное широким кругам, через долгое время после его смерти приобретает поистине действительно заслуженную значимость, и его поздно, но теперь уже бесспорно признанные самыми авторитетными специалистами достижения содействовали распространению славы австрийского исследования природы далеко за пределы отечества.

Этому гениальному человеку выпало большое удовлетворение: он включен в серию *Ostwald Klassiker der exakten Wissenschaften* [1866/1901], в чьем разделе *Ботаника* были изданы труды 10 авторов. И там Мендель сияет рядом с Мальпиги, Найтом, Брюкке, Соссюром и Пастером. Он, конечно же, должен был быть вначале открыт заново, и заслугой профессоров Де Фриз (1900) в Амстердаме, Корренса в Тюбингене [

(1900) и Эриха Чермака (1900) в Вене является то, что они первыми обратили внимание широких научных кругов на Менделя. Чермак к тому же заново отредактировал основное сочинение Менделя для издательства Энгельман в Лейпциге [в упомянутой выше серии Ostwald Klassiker!] и тем самым сделал его доступным большему числу читателей. Этот труд был переведен на французский и английский [в книге Bateson (1902)] и стал известным именно в стране Дарвина. Мендель был также удостоен включением в *Лексикон* Брокгауза[21]. Геккель считает исследования Менделя очень важными, а профессора Визнер, Чермак, Лицнар (Вена), Рюмкер (Брефельд), Рах (Бреслау), Kny (Берлин), Корренс (Тюбинген), Де Фриз (Амстердам), Кэно (Париж), Шиндлер (Рига), Бейтсон (Кембридж)[22], одобрительно, а иногда восторженно упоминают эти исследования.

[10] К сожалению, нашему исследователю не был уготован спокойный и безоблачный закат жизни, и, когда серебряные локоны обрамили его высокий лоб мыслителя, всерьез наступили угрюмость, ухудшение здоровья[23], горе и заботы. Грегор Мендель всегда придерживался немецко-либеральной конституционной партии и при выборах в национальный и провинциальный парламенты голосовал по делам о крупных землевладениях как представитель монастыря. Судьбе было угодно, что именно либеральная партия, т. е. партийные друзья Менделя, провели в национальном парламенте закон, по которому монастырь был чувствительным образом привлечен к уплате отдельного, притом существенного *религиозного налога*[24]. Кроме прежнего немалого налога Кенигсклостеру было предписано сразу же дополнительно уплачивать ежегодно 5000 фл[оринов][25]. Некоторые противники Менделя ликовали и ожидали [от него] приятного отказа от сдерживаемого гнева [?]. Поскольку каждый голос по делам о крупных землевладениях имел значение, не обошлось без попыток убедить его изменить свои взгляды. Мендель, однако, отклонял все эти предложения, и, будучи и оставаясь немцем, начал уклоняться от голосования.

Хоть он и был вполне австрийским патриотом, но с 1872 г., с момента вступления закона в силу, до смерти, последовавшей 6 января 1884 г., Мендель находился в беспрестанных спорах с тогдашними австрийскими правительствами. Он подавал жалобы в самые высокие инстанции и временами заваливал правительства пламенными протестами. Мендель считал закон 1872 г. несправедливым; от имени монастыря он не уклонялся от уплаты прежнего налога, но был против одностороннего взваливания нового налога на плечи немногих. Он полагал, что все граждане должны быть равны перед законом и утверждал, что с тем же правом или так же бесправно каждый союз, каждое товарищество, общество, каждая община и любые иные учреждения могли бы быть привлечены к уплате нового налога. Будь налог всеобщим, все граждане были бы обложены, и он не оказался бы ощутимым лишь для некоторых из них.

Вначале многие монастыри, придавленные таким же налогом, поддерживали Менделя в стремлении обороняться от него, однако большинство из них постепенно отступилось, и наконец он остался со своими жалобами в полном одиночестве. И неслыханным образом один-единственный человек во всей монархии продолжал годами бороться против миллионов, оспаривая правовые основания одного из австрийских законов. И хотя сила была на стороне правительств, неудобно было, что столь значимый человек и австрийский патриот указывал Его Величеству императору на несправедливость государственного закона и не желал подчиниться этому закону. И с ним пытались вести переговоры.

Чтобы переубедить Менделя, к нему посылали мелких чиновников и советников правительства – безрезультатно; настраивали против него его старых друзей и знакомых – бесполезно; предлагали ему в случае перемены убеждений место в верхней палате парламента[26] и прочие звания – вотще. Угрожали ему административными распоряжениями и частично применили их[27] – никакого действия.

Да, думали даже об отстранении его от должности и учреждении опеки над ним[28] – всё понапрасну. Грегор Мендель оставался непреклонен, сопротивлялся всем соблазнам и угрозам и говорил лишь одно: При вступлении в сан прелата я поклялся своим собратьям сохранять в целости имущество монастыря, и я так и делаю, я борюсь неуклонно; право должно оставаться правом, но этот закон несправедлив.

И кто же был прав? Борьба закончилась с его смертью, и торжества Мендель не испытал, но несколько лет позже, при другом министерстве, другом народном представительстве, без барабанного боя, без обсуждений и выступлений против, этот спорный закон о религиозном налоге 1872 г. был полностью похоронен и не заменен ничем иным и монастырские духовные лица вновь приравнены ко всем остальным гражданам, – но всё это только после того, как жизнь человека, всего лишь в возрасте 62 лет, закончилась в досаде, смятении и раздорах.

Тысячи скорбящих следовали в великолепной похоронной процессии на центральное кладбище Брюнна. И прежде всего было много участников из правительственных кругов, много профессоров высшей школы и школьных преподавателей, высших представителей органов власти, были многие духовные лица римско-католической церкви, пастор евангелической церкви Брюнна и главный раввин [города], представители многих союзов и средних слоев общества, но и многие бедные люди, для которых существенная благотворительность Менделя часто оказывалась единственной помощью и спасением.

Можно и сегодня по-разному расценивать упорное и настойчивое отношение Менделя к религиозному налогу. Будучи очень любезным в обращении, дипломатом он, конечно же, не был, и при своем искреннем, прямом и простом характере никогда не был способен держать нос по ветру. Он всё заранее тщательно и настойчиво проверял и не позволял себе с легкостью руководствоваться сиюминутными побуждениями. Но того, что он считал хорошим и справедливым, придерживался чрезвычайно упорно. С этой точки зрения и следует расценивать его последнее наступление против правительства, которое было лишь следствием особой силы характера. И друзья, и противники должны признать, что с его стороны не было никакой злонамеренности, никаких козней, и что, если принять во внимание его образ мышления, борьба была ему, так сказать, навязана. А с другой стороны, и правительство было обязано проводить в жизнь принятые и одобренные государственными советниками законы, и на этом мы заканчиваем эту неприятную часть нашей темы.

[11] Мы поражаемся стойкости характера Менделя, который воспротивился всем соблазнам и угрозам; дивимся его юношеской силе воли, сохранившейся в старом теле; восхищаемся его проницательностью, логике, которая противостояла всем юристам Австрии; удивляемся его глубокому и обстоятельному чувству справедливости, которое, по правде сказать, выказывает его как значительного юриста. Мы радуемся, что справедливость, наконец, действительно восторжествовала и празднуем научное признание Менделя и преклоняемся перед величием его духа.

И сегодня, когда мы, слабые подражатели, взялись отметить его память, – сегодня, в эти праздничные часы, мы торжественно обещаем неизменно ценить великого естествоиспытателя, образцового священника, благородного благодетеля и человеколюба и соратника пожарной дружины[29] и не забывать его [косвенных] потомков на родине. Он так охотно пребывал на своей родине, забирался на Pohorsch-Berg и Wessiedler Lehne[30] и так часто думал о знакомых, родственниках и друзьях из Куланда. Со дня его смерти прошло 18 лет и тело его быть может давно стало пылью и прахом, потому что всё возникшее уничтожается, но его дух, дух успехов и совершений, продолжает жить и заново оплодотворяет науку, ботанику. Пусть же этот дух навсегда останется с нами в Хейнцендорфе, в Куланде. Будем же неизменно равняться на его великий пример и принимать благородные принципы Менделя за путеводную нить при наших поступках. И тогда для нас тоже наступит счастливое время, время прогресса, на благо Куланду и для благополучия Австрии.

Примечания

1. В оригинале: Baco von Berulani. В *Gesamtverzeichnis des deutschsprachigen Schrifttums 1700 – 1910*, т. 7, с. 178, включен Bacon of Verulam, Francis. О. Ш.

2. [Это примечание посвящено истории Хейнцендорфа (тесно связанного с Клейн- и Грос-Петерсдорфом) и Куланда, и упоминает сменявших друг друга на протяжении многих веков народностях в этой области.]

3. Слово *Мендель* произошло от *Мандель* (мера зерновых или мера вообще – 15 штук) или от Männchen [человечек], на куландском диалекте Mandle. Хейнцендорф обслуживается священником из Грос-Петерсдорфа […] и записи в петерсдорфской церковной книге начинаются с 1629 г. До 1692 г. фамилия *Мендель* писалась *Мандель*. *Мендель* является также часто встречающейся иудейской фамилией, однако евреи получили постоянные фамилии только при императоре Иосифе II [1705 – 1711], тогда как крещения предков Грегора Иоганна Менделя неизменно встречаются в петерсдорфских католических церковных книгах с 1692 г. (а один список еще не исследован). Его еврейское происхождение поэтому нельзя обосновать. Ко времени Тридцатилетней войны [1618 – 1648] весь Куланд десятилетиями был протестантским, так что некоторые предки Грегора Иоганна Менделя наверняка придерживались евангелической веры. […]

4. Доктор Алоис Шиндлер, автор этого жизнеописания, закончил 5-й класс народной школы и 8-й класс гимназии в Брюнне. Племянники Менделя жили на Клостерплатце в Альт-Брюнне, напротив резиденции прелата, и чуть не ежедневно встречались с дядей-прелатом в саду Кенигсклостера. Он разрешил им заниматься там, и они часто так и делали. По воскресеньям племянники обычно проводили вторую половину дня у дяди, обо многом беседовали, просматривали иллюстрированные журналы, а зимой частенько играли в шахматы. Грегор Мендель был очень хорошим шахматистом, предпочитал решать шахматные задачи и сам сочинил несколько задач. Летом Мендель в течение многих лет устраивал игру в кегли, в которой как правило участвовали среди прочих советники наместничества Климайх, Янушка и Рубер, Его Превосходительство Беттер фон Лилие, президент суда провинции Шарер и директор лотереи Пиета, но на деньги никогда не играли. В последние годы борьбы [против религиозного налога] эти игры, понятное дело, прекратились.

5˙ Доктор Алоис Шиндлер и его племянник, гимназист старших классов Иосиф Калиг из Хейнцендорфа.

6. Всё это можно доказать по церковным книгам.

7. К земельному участку № 58 относится примерно 30 *югеров* [1 *югер* ≈ 0.3 *га*] засеиваемой земли с лугами и очень большим садом. Дом, в котором родился Мендель, одноэтажный и покрыт шифером, нынешняя его владелица – вдова Анна Штурм, бывшая замужем за одним из племянников Менделя.

8. Примечательно, что в церковной книге Петерсдорфа днем рождения Менделя указано 20 июля 1822 г., он же всегда справлял его 22-го июля. Его престарелая, но сохранившая ясность ума сестра Тереза Шиндлер утверждает, что ее брат родился в день Магдалины. Возможно, что сведения в администрации церковного прихода были внесены в книгу позднее и ошибочно.

9. Антон Мендель, отец Грегора Иоганна, в течение восьми лет был солдатом, участвовал в последней войне наполеоновского периода, а затем стал хозяином на участке № 58. Был хорошим и бережливым работником, но никакого ценного имущества не заимел, потому что вскоре полностью снес деревянный дом и построил его заново из прочного материала. Голод 1817 г. ему мало повредил, но после многих войн крестьяне оказались в незавидном положении и хозяйство требовало тяжелой работы. Каждый крестьянин был обязан работать три дня в неделю, притом полтора дня с лошадьми и столько же длилась так называемая пешая работа. Зимой крестьяне должны были собирать бревна в барских лесах и вывозить их и однажды ствол накатился на грудь Антону Менделю. С тех пор он прихварывал и преждевременно перешел на [*отцовский*] *надел*. Ввиду своего большого опыта он был весьма желанным членом управления общиной. Его брат, Иоганн Мендель, который женился в один день с Антоном и оказался в № 13, был долгие годы солдатом и его уважали в общине.

10. Розина Мендель, урожденная Швиртлих, была, как и ее сын-прелат, добродушна, спокойна, тиха и скромна. Частный учитель Антон Швиртлих был слабого здоровья и преждевременно скончался от *нервной лихорадки* (тифа). Другой брат, по имени Иосиф, был внушительного вида, очень высок и крепок. Солдат-гренадер, он был убит в Битве народов у Лейпцига в 1813 г. Почерк у Антона Швиртлих, Розины Мендель и прелата Менделя был прекрасный, очень легко читаемый, понятный, простой, без всякого украшательства.

11. В газетах и статьях в качестве места учения Менделя в гимназии неверно упоминается то Ольмуц, то Брюнн. Тереза Шиндлер определенно указывает, что он посещал гимназию в Троппау и лишь последний год учился в Ольмуце.

12. В Троппау Мендель был *полукоштным* жильцом [обеспечен питанием наполовину] и его родители посылали ему хлеб и масло с попутными повозками из Хейнцендорфа. В четвертом классе он очень сильно заболел от переутомления, и отец забрал его на пасху домой. Вернулся Мендель только в сентябре, но всё-таки перешел в следующий класс без всяких переэкзаменовок.

13. Иоганн Шиндлер, умерший ассистентом в Высшем техническом училище Брюнна; врач Алоис Шиндлер, городской врач в Цукмантеле (Силезия); врач Фердинанд Шиндлер, врач общины в Ботенвальде (Моравия).

14. Вся первая часть написана по воспоминаниям Терезы Шиндлер [?].

15. Это перечисление [см. ниже] притязает на точность; [но] выхвачены лишь некоторые лица.

16. В 1856 г., на этот раз только ввиду плохого здоровья, Мендель снова не выдержал экзамена на компетентность преподавания и остался, как и прежде, замещающим учителем. Физика всё-таки тоже является естественной наукой. О. Ш.

17. Возле каждого улья была установлена большая доска, на которой совершенно точно указывалось когда в него была впущена матка и из какого скрещивания она произошла. Часто в течение года Мендель впускал в один и тот же улей новых маток, даже когда старые вовсе еще не успевали состариться, и весьма подробно изучал различие окраски [пчел, их] манеру полета, стремление жалить, усердие в работе и т. д. Все ульи были снабжены переносными вощинами новейшей конструкции.

18. Гениально придуманное приспособление допускало к оплодотворению матки только вполне определенный вид трутней. Матки, однако, вели себя неправильно: при вылете на спаривание для неопытных маток даже очень большое огороженное пространство чаще всего оказывалось слишком малым, а помещение, несмотря на марлю, было слишком затемнено. Многие матки просто не хотели взлетать, а ветер часто повреждал придуманное приспособление.

19. Споры о возможном влиянии Луны (но не расположения созвездий) длились по крайней мере до 1869 г. (Шейнин 1984, § 2). О. Ш.

20. См. также конец § 5. В 1860 г. Макс Петтенкофер, неутомимый борец против холеры, решил, что ее распространение зависит от уровня грунтовых вод и Мендель соответственно измерял этот уровень на территории монастыря в 1865 – 1880 гг. (Iltis 1924, p. 153). Влияние уровня вод на тиф (не на холеру) математически исследовал Л. Зейдель в 1865 – 1866 гг., см. Weiling (1975) и Sheynin (1982, pp. 276 – 278) и в своей второй статье он упомянул Петтенкофера и дополнительно исследовал влияние количества осадков. Он был первым, но не замеченным математиками, кто использовал корреляцию в естествознании. О. Ш.

21. Письмо 1902 г. автору от Мейера (Лейпциг) и Брокгауза. Мы добавим, что статья о Менделе действительно появилась в последующем издании этого источника (*Brockhaus' Konversations-Lexikon*, Bd. 11, 1902, p. 756). Точнее, появилась небольшая заметка, не дававшая никакого представления о значимости его трудов и неудивительно, что Мендель не был включен в Дополнительный второй том *Энц. словаря Брокгауза и Ефрона* (1906); небольшая заметка о нем появилась лишь в *Новом энц. словаре* (т. 26, примерно 1916). О. Ш.

22. Автор перечисляет письма, полученные им и Фердинандом Шиндлером в 1902 г. от Геккеля, Визнера, Рюмкера, Брефельда, Рах, Kny и Бейтсона. О. Ш.

23. Хилость Менделя длилась многие годы. Последние 10 лет перед своей смертью его пульс был неизменно учащенным. Племянники часто насчитывали 120 ударов в минуту, что могло было быть вызвано, не говоря о [пере]утомлении, никотином. Мендель стал заядлым курильщиком сигар после того, как ему было рекомендовано курить ввиду полноты, которая, впрочем, была в семье наследственной. Он умер с признаками общей водянки и уремических явлений хронического воспаления почек (болезни Брайта [нефрита]), осложненного гипертрофией сердца. При вскрытии не было, однако, обнаружено ни порока клапана, ни изменений мозга [см. ниже]. Вскрытие произвел директор больницы доктор Бреннер с привлечением доктора (тогда еще студента-медика) Алоиса Шиндлера.

Из-за [распространенной в то время] боязни мнимой смерти [и погребения заживо] Мендель хотел, чтобы диагноз его болезни был установлен вполне уверенно, определенно потребовал вскрытия и незадолго до своей смерти втайне клятвенно обязал одного работника монастыря [проследить за] выполнением этого пожелания.

24. В других местах автор упоминает налог на религиозные фонды. О. Ш.

25. В соответствии с одним некрологом Менделя, а именно из Брюннского *Tagebote.*

26. Определенные намеки Менделя своим племянникам.

27. Было секвестировано [принято во временное владение] некоторое имущество монастыря и [его] арендаторам было предложено вносить арендную плату непосредственно в налоговое управление. Сразу же после смерти Менделя Кенигсклостер пошел на попятный.

28. Во многих юридических кругах образ действий Менделя по поводу налога на религиозные фонды был воспринят как пустая мечта кляузника. Поскольку в последнее время [при его жизни] возбуждению конца не было, то по крайней мере можно было предположить [у него] мозговые изменения. Доктор Алоис Шиндлер с октября 1880 г. учился в Вене и в Кенигсклостере пребывал лишь некоторое каникулярное время, так что своего дядю в последний период его жизни лучше знал тогдашний гимназист старших классов доктор Фердинанд Шиндлер. Ни один из них не находил в его поведении, действиях или бездействии никаких изменений против прежнего, он лишь стал намного доверчивей и откровенней по отношению к ним. Он много раз горько жаловался, что его преследуют и хотят запереть в психиатрическом заведении, и что однажды даже угрожали его жизни. Ни среди близких, ни среди дальних родственников Менделя явно не было отмечено случаев сумасшествия или сумасбродства, так что наследственное предрасположение исключено.

29. Памятная доска открыта в присутствии представителей большинства пожарных дружин Куланда на празднике 20-летия дружины Хейнцендорфа, на котором ее начальник Адольф Ордельт произнес длинную и одобрительно встреченную праздничную речь. На основание хейнцендорфской дружины Грегор Мендель пожертвовал 3000 {6000} к[рон] и стал ее почетным членом, равно как и почетным гражданином своего родного места.

30. Две горные вершины в окрестностях Хейнцендорфа.

В пожарном депо добровольной пожарной дружины в Хейнцендорфе, очень близко от дома, в котором родился прелат Грегор Иоганн Мендель, установлена памятная доска в его честь, изготовленная из черного шведского гранита придворными мастерами-каменотесами Альбертом и Вильгельмом Ферстер из Цукмантеля, а золотые буквы выполнены императорским готическим шрифтом. Надпись такова:

В память выдающегося естествоиспытателя и классика ботаники
прелата Грегора Иоганна Менделя, почетного гражданина и учредителя
пожарной дружины своего родного селения
Род. 22 июля 1822 г. в Хейнцендорфе, № 58
Умер 6 января 1884 г. в Брюнне
Сооружено в 1902 г.

Приложение

Исправления и дополнения в соответствии с Криженецки (1965)

К § 3. “Философский год” в Ольмюце был для Менделя не завершением гимназии, а первыми двумя годами в университете этого города (в его Философском институте). Сестра Менделя Тереза дала ему возможность учиться там уже после окончания им гимназии.

К § 4. Мендель постарался попасть в монастырь в первую очередь для того, чтобы иметь возможность заниматься наукой.

К § 6. Мендель обратился к Нэгели лишь после завершения своих опытов. Брюннскому союзу естествоиспытателей он не только “принадлежал душой и телом”; в 1869 г. он был вице-президентом союза.

К § 7. В 1881 г. Бюйс-Балло попросил Менделя сообщить ему результаты метеорологических наблюдений в Брюнне. Мендель купил себе либо подзорную трубу (Fernrohr) со штативом, либо небольшой телескоп, поскольку этот инструмент был снабжен окулярным микрометром. Мендель наблюдал солнечные пятна.

К § 9. Шиндлер ошибочно приписал Кэно перевод основного труда Менделя на французский язык; подобный перевод появился лишь в 1907 г. Перевод на английский действительно содержался в книге Бейтсона (1902), который, однако, перепечатал его с уже существовавшего перевода 1901 г. На сочинение Чермака Шиндлер привел неверную ссылку (она исправлена).

К § 10. Урологическое заболевание Менделя было очень серьезным, но он об этом долгое время не знал. Угрозы Менделю в связи с его сопротивлением уплате нового налога были, видимо, серьезными: он завел двух сенбернаров.

Библиография

Г. И. Мендель

(1866, нем.), Опыты над растительными гибридами. В книге автора (1965, с. 9 – 46).

(1870, нем.), О некоторых бастардах Hieracium, полученных искусственным оплодотворением. Там же, с. 49 – 54.

(1905, нем.), Письма Менделя К. Нэгели 1866 – 1873. Там же, с. 57 – 93.

(1863), Bemerkungen zu der graphisch-tabellarischen Übersicht der meteorologischen Verhältnisse von Brünn. *Verh. Naturforsch. Verein Brünn*, Bd. 1 für 1862, *Abhandlungen*, pp. 246 – 249.

(1864), Meteorologischen Beobachtungen aus Möhren und Schlesien für die Jahre 1863. Там же, т. 2 за 1863, с. 99 – 121.

Четыре последующие публикации под тем же названием, опубл. там же в 1865 – 1870 гг. в томах 3, 4, 5 и 8, см. Krizenecky (1965, p. 106).

(1871), Die Windhose von 13 Okt. 1870. Там же, т. 9 за 1870, с. 229 – 246. Перепечатано там же, т. 49, 1911 за 1910 г., с. 54 – 71.

Были обнаружены более 20 мелких публикаций, в основном рецензий, 1870 – 1882, подписанных *M* (Kruta, Orel (1974, p. 283). Список сочинений Менделя (но без этих *мелких публикаций*) и литературы о нем см. Jakubicek, Kubicek (1965).

Другие авторы

Бернштейн С. Н. (1924), Решение одной математической проблемы, связанной с теорией наследственности. *Собр. соч.*, т. 4. Б. м., 1964, с. 80 – 107.

Богданов Е. А. (1914), *Менделизм.* М.

Гайсинович А. Е. (1965), Первое изложение работы Г. Менделя в России (Шмальгаузен). *Бюлл. Моск. общ. испытателей природы*, сер. 1, отд. биол., т. 70, № 4, с. 22 – 24.

--- (1972), Г. Мендель и судьба его открытия. *Вопр. философии*, № 7, с. 77 – 89.

Дубинин Н. П. (1965), Г. Мендель – основатель генетики. *Изв. АН СССР*, сер. биол., с. 809 – 823.

Колмогоров А. Н. (1938), Теория вероятностей и ее применения. В сборнике *Математика и естествознание в СССР*. М., с. 51 – 61.

Орел В., Orel V. (1972), Как родилась теория Менделя. *Природа*, № 5, с. 67 – 76.
--- (1996), *Gregor Mendel.* Oxford.
Четвериков С. С. (1926), О некоторых моментах эволюционного процесса с точки зрения современной генетики. *Ж. экспер. биологии*, сер. А, вып. 1.
Филипченко Ю. А. (1925), *Фр. Гальтон и Г. Мендель*. М.
Шейнин О. Б., Sheynin O. B. (1982), On the history of medical statistics. *Arch. hist. ex. sci*., vol. 26, pp. 241 – 286.
--- (1984), On the history of the statistical method in meteorology. Там же, т. 31, с. 53 – 95.
--- (1990), К истории статистического метода в естествознании. *Историко-математич. исследования*, вып. 32 – 33, с. 384 – 408.
--- (2001a), Mendel. В книге Heyde C. C., Seneta E., редакторы, *Statisticians of the Centuries*. New York, pp. 190 – 193.
--- (2001b), Статистика и идеология в СССР. Там же, вып. 6 (41), с. 179 – 198.
--- (2005), *Теория вероятностей. Исторический очерк*. Берлин. Также www.sheynin.de.
Шмальгаузен И. Ф. (1874), *О растительных помесях*. СПб. Диссертация.
Bateson W. (1902), *Mendel's Principles of Heredity. A Defence.* Cambridge.
Correns L. (1900), G. Mendel's Regel über das Verhalten der Nachkommenschaft der Rassenbastarde. *Berichte der deutschen botan. Ges.*, Bd. 18, pp. 158 – 168. Англ. перевод 1950 г.
De Vries H. (1900), Das Spaltungsgesetz der Bastarde. *Berichte der deutschen botan. Ges.*, Bd. 18, pp. 83 – 90. Также *C. r. Acad. Sci. Paris*, t. 130, 1900, pp. 845 – 847.
Fisher R. A. (1940), What sort of man is Lysenko? *Coll. Works*, vol. 5. Adelaide, 1974, pp. 61 – 64.
Haeckel E. (1868), *Natürlische Schöpfungsgeschichte*. Berlin, 1926.
Iltis H. (1924), *G. J. Mendel.* Berlin. Англ. перевод: Нью Йорк, 1966.
Jakubicek M., Kubicek M. (1965), *Bibliographia Mendeliana.* Brno. Дополнения к библиографии (первый автор): 1970 – за 1965 – 1969 гг. и 1976 – за 1970 – 1974 гг.
Krizenecky J., редактор (1965), *G. J. Mendel.* Leipzig.
Kruta V., Orel V. (1974), Mendel. *Dict. Scient. Biogr.*, vol. 9, pp. 277 – 283.
Liznar J. (1902), Über die Änderungen des Grundwasserstandes nach den von Prälaten G. Mendel in den Jahren 1865 – 1880 in Brünn ausgeführten Messungen. *Festschrift zur Erinnerung an die Feier des 50. Bestandes der deutschen Staats-Oberrealschule in Brünn*. Brünn, pp. 225 – 233.
Magnello M. Eileen (1998), K. Pearson's mathematization of inheritance from ancestral heredity to Mendelian genetics (1895 – 1909), *Annals of Science*, vol. 55, pp. 35 – 94.
Müller Karl (1857), *Buch der Pflanzenwelt*, Bde 1 – 2. Leipzig. Также издание 1869 г.
Nosek (1965), Meteorologische Tätigkeit von J. G. [!] Mendel. *Wetter und Leben* (Wien), Bd. 17, pp. 133 – 140.

Proskowetz E. von (1902), Zur Erinnerung an der österreichischen Forscher G. Mendel. *Morgenblatt* der Neuen Freien Presse No. 13 619, 24.7, pp. 16 – 17.

Tschermak E. (1900), Über künstliche Kreuzung bei Pisum sativum. *Berichte der deutschen botan. Ges*., Bd. 18, pp. 232 – 239.

Weiling F. (1975), Mendel sowie die von Pettenkofer angeregten Untersuchungen des Zusammenhängen von Cholera- und Typhus-Massenerkrankungen mit dem Grundwasserstand. *Sudhoffs Archiv*, Bd. 59, pp. 1 – 19.

Wiesner (Wisnar) J. (1901), G. Fechner und G. Mendel. *Wiener Abendpost* No. 2691, Beilage, p. 9.

1. Переписка А. А. Маркова и П. А. Некрасова

1. П. А. Некрасов А. А. Маркову, 7 окт. 1898 (53 №1)

По поводу полученного мной письма с замечаниями относительно моего курса (1896) и относительно моего сообщения, посвященного памяти П. Л. Чебышева (1898), считаю долгом прежде всего искренно поблагодарить прочитавшего эти мои скромные произведения. Что же касается самих замечаний, то о них могу сказать следующее.

1. При выводе теоремы, обратной теореме Якова Бернулли, мной взята функция $f(x)$ произвольная, но не безусловно, а с ограничениями, напечатанными курсивом (стр. 94) и в числе этих ограничений поставлено: функция $f(x)$ не обращается в нуль. Отсюда видна моя авторская осторожность, вопреки суждению автора замечаний, утверждающего, что мои доказательства падают, так как функция $f(x)$ может быть нулем.

2. Тем не менее признаю, что читатель вправе сомневаться в моих теоремах, публикованных без доказательства [в упомянутом сообщении], если он не желает или не может сам угадать доказательств.

3. В своем сообщении я считаю самой интересной теорему 1, ибо она дает уму более, нежели теорема 3, поглощаемая теоремой 1 как следствие.

4. Мемуары Чебышева, обосновывающие способ наименьших квадратов, знаю и получил их от самого автора. Но в своем кратком сообщении не цитирую ничьих относящихся сюда трудов. Притом теоремы, рассматриваемые в мемуаре Чебышева, принадлежат Лапласу; Чебышев же придумал для них лишь лучшее доказательство[1].

2. А. А. Марков П. А. Некрасову, без даты (60, № 11)

1. О книге [Некрасов 1896] я писал по памяти и потому легко мог ошибиться. Я брал ее незадолго перед этим на несколько дней из библиотеки, чтобы иметь возможность высказать свое мнение о ней студентам. Однако условие, что $f(x)$ не обращается в нуль, недостаточно, если $f(x)$ предполагается непрерывной: точным низшим пределом ее значений может быть всё-таки нуль. Должен, однако, напомнить, что я признавал доказательство не лишенным интереса.

2. Теорема 1 сообщения (1898) может интересовать только ее автора ввиду странности поставленных в ней условий и маловажности ее содержания. Я говорю *маловажности* потому, что при большом m вероятность P_n будет числом малым, которое не заслуживает отдельного рассмотрения.

При больших m важно рассматривать только вероятность, что сумма $x_1 + x_2 + \ldots + x_m$ заключается в данных пределах. В последних теоремах автор опять возвратился к условиям теоремы 1, поэтому они интересны только для автора.

3. Итак, можно говорить только о 2-й и 3-й теоремах. Автор напрасно предоставляет мне право сомневаться в этих теоремах, если я не желаю или не могу угадать доказательства. Он забывает, что я сообщил доказательство 3-й теоремы. О второй теореме я могу сообщить ему, что он не верна, признавая за автором право сомневаться в верности моего сообщения, если он не может сам найти ошибки. Впрочем, если автор попросит меня, я могу указать ему, какого условия не хватает в теореме 2.

4. Если автор знал о мемуаре Чебышева (1887), то каким же образом он решился сказать в своем сообщении следующее:

Но Чебышев с гениальной простотой выяснил лишь одну, правда весьма существенную сторону, оставив без рассмотрения другие, не менее важные свойства случайных явлений … Определение P_n *во всевозможных случаях представляет поэтому немаловажный интерес.*

Эти слова противоречат фактам, так как статья [мемуар] Чебышева (1887) имела в виду установить приближенные выражения для вероятности не для всех возможных, конечно, случаев, а для тех, которые имеют важное значение.

5. Умолчание о Лапласе я объяснял до сих пор тем, что автор считает анализ Лапласа неудовлетворительным. Если же автор считает анализ Лапласа удовлетворительным, то очень странно, что он не упоминает о теоремах Лапласа [два слова нрзб] автор признает доказательство Чебышева лучшим. Если только анализ Лапласа не возбуждает сомнений, которые лишают силы доказательство, то доказательство Чебышева надо признать лишним.

6. Наконец, я должен заметить, что мемуар Чебышева оканчивается теми формулами, которых нет у Лапласа.

[Здесь кончается либо письмо, либо, во всяком случае, его сохранившаяся часть.]

3. П. А. Некрасов А. А. Маркову, 11 окт. 1898 (53 № 3)

1. Теорема 1 сообщения (1898) дает уму более, нежели теорема 3 или равносильная ей теорема Чебышева и поэтому она, мне кажется, может интересовать не одного автора. Так, теорема 1 в своих следствиях приводит к таким выводам:

1) Две разности вида $n - \sum a$, равные по абсолютной величине и противоположные по знаку, приблизительно равновероятны.

2) Разность $n - \sum a$ тем более вероятна, чем она менее по абсолютной величине.

Занимающиеся статистикой и наблюдающие эти законосообразности в действительной жизни[1] не могут не интересоваться такими следствиями теоремы 1.

2. Теорема 2 доказана у Бьенеме, у Лорана, у Чебышева и других при таких ограничениях, каких мне не приходится делать. Эти мои предшественники выводили теорему 2 для любого закона погрешностей, выражаемого, однако, <u>непрерывными</u>* функциями. В моем же сообщении теорема 2 является следствием теоремы 1, если условия последней выполнены и, следовательно, она имеет силу если закон погрешностей выражается функцией <u>прерывной</u>.

3. Теорема 4 сообщения и следующие за ней столь же интересны как предшествующие и превосходят их по точности. Эти теоремы, как и теорема 1, кажутся мне совершенно новыми. Соглашаюсь, что некоторые условия, введенные мной ради осторожности, может быть излишне ограничивают применение моих формул и могут быть отброшены. Но это только расширит область годности выводов, а не сделает их менее годными. Так, Вы, кажется, правы, что в неравенствах $1/3 < \omega < 1/2$ первое является лишним. Также я усмотрел, что разностей смежных значений суммы $x_1 + x_2 + \ldots + x_m$ можно не ограничивать условиями относительно порядка их малости.

4. Вы не правы в том отношении, что предъявляете к моему сообщению требования как к законченному мемуару, в котором обязательна полнота изложения. Но мое сообщение предварительное, каковые сообщения бывают, напр., в *Comptes rendus*. Самая форма таких сообщений вследствие их сжатости не дозволяет распространений и рассчитана на читателей, наиболее осведомленных в вопросе, которые поймут и при недомолвках, какие предшественники имеются у автора. Если бы Вы взглянули в мои обширные рукописи, то Вы увидали бы, какие беспощадные сокращения я должен был в них сделать, чтобы изготовить сжатое сообщение, цель которого лишь указать, в какой области я работаю и закрепить за собой в новых выводах приоритет прежде, чем успею издать свои труды в полном и законченном виде. Я, так сказать, еще только открыл рот, чтобы говорить и сделал заглавие своей речи. Нужно дать мне сказать мое слово до конца, прежде, чем судить, “странно” ли я поступаю, и тогда, думаю, все недоразумения сами собой разъяснятся[2].

5. Выступить с предварительным сообщением побудило меня также опасение, что я не успею скоро издать свои труды, требующие приведения в удобный для издания вид. Не успею не потому, что я не могу доказать своих выводов, над которыми я думал более 10 лет и которые находятся в прямой связи с моей незаконченной статьей (1885). Причина этим задержкам лежит в моем служебном положении, которое почти не дозволяет мне уделять время науке и изданию уже выполненных моих трудов[3].

Благодарен за письмо.

*Этих предшественников я не перечисляю в сообщении, но существования их не забываю, ибо упоминаю об “учении о средних величинах погрешностей” как об “известном”[4].

4. П. А. Некрасов А. А. Маркову, 17 окт. 1898 (53 № 5)

Соглашаюсь, что формулы Чебышева, дающие предельные величины интегралов, выводятся первоначально не для интегралов, а для сумм. Но когда Чебышев переходит к теории вероятностей, то он делает предположение именно о непрерывности. Эти выводы (т. е. изложенные в мемуаре (1887)) непосредственно не относятся к случаю прерывных изменений случайных переменных.

Это и понятно: когда имеется обыкновенная сумма и она заменяется интегралом, то вносится новая погрешность, а потому предельные величины интегралов теряют силу. Вот почему

Чебышев не мог свои теоремы приспособить даже к простейшему случаю теоремы Бернулли, чтобы вывести высший предел остаточного члена лапласовского приближенного выражения вероятности

$$P = (1/\sqrt{\pi}) \int_{-g}^{g} \exp(-x^2)dx.$$

Знаю из личной беседы с Чебышевым, что он стремился к этому и рекомендовал мне попробовать с этой целью воспользоваться его мемуарами. В "сообщении" своем (1898) я указываю, что у меня есть средство получить высший предел погрешности вышеуказанной приближенной величины P. Эту часть своих трудов я предполагаю немедленно послать для напечатания в типографию. Пришлю Вам оттиск, из которого Вы увидите, что высший предел остаточного члена для приближенного выражения вышеуказанной вероятности P получается легко под различными формами.

5. П. А. Некрасов А. А. Маркову, 7 дек. 1898 (53 № 7)

5 сего декабря я выслал Вам мою брошюру (1899b), а 6-го декабря Вы отправили мне письмо с рецензией на нее. Столь поспешная рецензия не может не быть либо предвзятой, либо неосновательной, в каковых рецензиях бывает мало толка.

Вы пишете: "Едва ли пределы погрешностей, данные Лораном, хуже новых". Отвечаю: не только хуже, но прямо никуда не годятся. Ошибки Лорана, дающие право игнорировать его формулы, как я мог ожидать, не ускользнут от Вас, так старательно ищущего промахов. Но в этом последнем я ошибся.

Не могу согласиться, что пределами погрешностей никто не занимается. Этим занимались и Вы, и Чебышев, и другие. Лишь бестолковые вычислители не ищут пределов погрешностей.

Вы окажете мне большую любезность, если будете присылать мне закрытые письма вместо открытых, и если рецензиям Вашим придадите основательность и беспристрастие. Благодарю Вас за присылку экземпляра Вашей магистерской диссертации (1880), с которой я был знаком давно и ценил по достоинству.

6. П. А. Некрасов А. А. Маркову, 12 дек. 1898 (53 № 9)

Из посылаемого оттиска (корректурного) [1889b] Вы увидите, что заявление мое об ошибках Лорана не голословно. Это не подрывает моего признания за Лораном его достоинств.

Численный пример у меня приведен на стр. 25 – 26, а на стр. 50 приведены лучшие значения ρ и ρ_1, найденные мной позже, когда статья была уже набрана и поэтому попавшие в конец статьи. Вычислять более законченные примеры не могу лишь по недостатку времени, которое могу уделять математике.

Если Вам кажутся мои результаты недостаточно простыми, то вина в этом падает на сложность вопроса. Утверждение же Ваше, что в моих формулах для оценки погрешностей мало пользы, голословно. Вычислитель может практически пользоваться моими формулами. На пространстве 50 страниц он найдет у меня *три рода* таких формул. Это обилие формул хотя и удлинило изложение, но представило вычислителю простор выбирать любую *форму*, какая удобнее или точнее.

Не вижу с Вашей стороны справедливости, если Вы выступили в печати по поводу моего сообщения, посвященного Чебышеву (1898). Несправедливо перебивать человека, который только открыл рот, чтобы говорить и строить против него обвинения, когда он еще хочет продолжать свою речь. Конечно, придется мне дать отпор в печати, хотя и придется пожалеть, что печать опять и опять загромождается казусами. Но что же делать нам, если академики любят такие отношения и такие нравы.

7. П. А. Некрасов А. А. Маркову, 18 дек. 1898 (53 № 12)

Ознакомившись с плохим качеством присланных мне статей (1899а) и (1898) нахожу, что автор их вполне заслужил гласного протеста против его поступков[1].

8а. Сопроводительное письмо Непременного секретаря Петербургской академии наук Н. Ф. Дубровина А. А. Маркову, без даты (52 № 1)

[По приказанию Президента академии наук он препровождает Маркову копии писем Некрасова с просьбой дать объяснения.]

8b. П. А. Некрасов Н. Ф. Дубровину, 18 дек. 1898

[Должна выйти в свет статья Маркова (1898), оттиск которой он, Некрасов, уже получил от автора.] Позволяю себе довести до сведения Вашего […], что академик А. А. Марков не имел нравственного права издавать эту статью (как и другую, которая должна появиться (1899а)) и что, если не поздно, то желательно изъять из изданий Академии названную статью […], а если это уже невозможно, то дозволить мне напечатать на страницах *Bulletin* [т. е. в *Известиях* АН] мой протест. В оправдание правильности этих моих желаний имею честь сообщить […].

В августе настоящего года профессор Киевского университета Б. Я. Букреев сделал мне любезность, доложив математической секции X съезда русских естествоиспытателей и врачей в Киеве мой реферат (1898). Реферат этот в то же время был напечатан, причем его отдельные оттиски вскоре были разосланы многим русским математикам и в числе их [оттиск был] доставлен А. А. Маркову […].

Названный реферат мой содержит самое краткое заявление о том, в какой области мной совершены труды, предназначенные к публикации, которую я временно вынужден отсрочить, приводя мои вычисления в порядок […]. Он содержит лишь голое указание результатов (частью совершенно новых, частью старых, но требующих пояснений и развития), относительно которых я располагаю доказательствами, но которые в реферате привожу без доказательства, обещая их дать при вышеупомянутой публикации.

Делая такое заявление [сообщение] съезду, я доверился покровительству ученого мира, надеясь получить возможность по меньшей мере спокойно завершить свой труд без тех посягательств на него, которые бывают там, где нет ученых ассоциаций и где иногда homo homini lupus est [человек человеку волк]. Во всем ученом мире такого заявления обыкновенно бывает достаточно, чтобы никто другой не столкнул ученого с его пути, дабы самому самовольно стать на его место.

Само собой разумеется, что реферат, преследующий такие цели, в силу его краткости не мог содержать ни перечня сочинений других авторов, трудившихся в той же области, ни разъяснения отношения их к моим трудам. Но из всех имен я счел необходимым выделить имя академика Чебышева, посвятить ему свой реферат. Едва ли такой реферат мог подвергаться какой-либо критике по его содержанию, так как полное изложение моего труда всецело было еще впереди.

Тем не менее, А. А. Марков в переписке со мной выступил против моего реферата, обвиняя меня в несправедливости к покойному Чебышеву и выражая недоверие к моим выводам и сомнение в верности моих еще не опубликованных доказательств. Со своей стороны я в этой переписке подтвердил А. А. Маркову, что я имею в виду публиковать мои доказательства и тогда он может [сможет] о них судить. Но А. А. Марков, как оказалось, не захотел ждать и поступил совершенно иначе.

В своих вышеупомянутых статьях, навеянных моим рефератом и перепиской по его поводу, А. А. Марков публикует свои доказательства того, что раннее исполнено было мной в несколько иной форме и о чем было заявлено мной съезду в вышеупомянутом реферате. А именно, А. А. Марков приводит доказательство известной теоремы, которую Чебышев [1887] полагал [положил] в основу способа наименьших квадратов[1] и которая еще не была доказана со всей строгостью и в такой общности.

Правда, этим путем я лишился не всех моих результатов, но лишь некоторой части их. Однако, если эти мои справедливые интересы не будут защищены, то я опасаюсь, что А. А. Марков, пользуясь выгодами своего положения и моей доверчивостью, которая мной руководила, когда я откровенно сообщил съезду план и результаты своих изысканий, лишить меня и остального, столкнув меня с намеченного пути и в этих частях. Я протестую против указанного поступка А. А. Маркова, прося Академию Наук дать мне защиту и не дозволять А. А. Маркову пользоваться против меня ее изданиями как орудием для достижения нежелательных целей.

Но этим мой протест не ограничивается. Узнав из письма А. А. Маркова, что он желает выступить с вышеупомянутыми статьями, я вновь просил его не перебивать хода моих трудов и дать мне высказаться до конца. В ответ на эту просьбу я получил неприличное открытое письмо[2], из которого видно, что А. А. Марков понял мою просьбу весьма своеобразным способом. “Не беспокойтесь”, – пишет он в упомянутом открытом письме, – “как могу я упоминать о работах, не заслуживающих внимания: я прохожу [обхожу] их молчанием”[3]. Отсюда видно, что я столкнут с моего пути в самой непозволительной форме. Я готов не особенно претендовать [обращать внимание] на грубость этой формы, так как она более унижает тех, кто ее осуществляет, нежели тех, кто ей подвергается. Но не могу без протеста оставить того, что А. А. Марков действительно обошел молчанием о существовании моих трудов, о которых я заявил съезду в своем реферате. Результатом этого умолчания будет то, что ученый мир, читающий издания Академии, припишет А. А. Маркову первенство в том, на что он не имеет права. Такое преднамеренное умолчание еще более нарушает мои права и академические приличия. […]

[…] математическая секция X съезда русских естествоиспытателей и врачей, на которой присутствовало немало компетентнейших знатоков дела, иначе оценила мой реферат и выразила мне печатно свою благодарность за него (*Дневник* X съезда, стр. 329).

8c. Дополнение к Письму 8b, без даты (52 № 6)

[…] А. А. Марков пишет мне, что он ничего не взял из моих работ и что первое его письмо к проф. Васильеву […] написано им до получения оттиска моего реферата[1]. Считаю долгом справедливости объяснить, что я и в мыслях никогда не имел утверждать, что А. А. Марков взял что-либо из моих доказательств (еще даже не опубликованных).

Тем не менее, А. А. Марков не должен был, по моему мнению, публиковать и собственных своих доказательств, <u>зная</u>, что я получил те же результаты <u>раннее</u> его и объявил съезду о своем намерении их издать. Первое письмо А. А. Маркова к А. В. Васильеву помечено датой <u>23 сентября</u>, а мой реферат доложен был […] <u>26 августа</u>, помечен же еще более ранней датой <u>2 августа</u>. Наконец, оттиск моего реферата А. А. Марков получил не позднее 1-го октября, т. е. до отпечатания им его статей. При таких обстоятельствах он не мог не знать положения дел и имел возможность приостановить печатание своих статей […].

Независимо от этого, А. А. Марков по всей вероятности знал о существовании моего реферата и раннее присылки ему моего оттиска, так как о реферате было объявлено не только в *Дневнике* съезда, но и в различных газетах, не исключая *Нового времени*, а участники съезда из всех университетских городов (не исключая Петербурга) могли подробнее ознакомить А. А. Маркова с предметом моего реферата. […] меня немало интересует […] принципиальная сторона. […] Насколько мне известно, редакторы заграничных серьезных ученых изданий не позволяют авторам такого сознательного своеволия. […]

9. А. А. Марков Президенту Академии наук К. К. Романову, без даты (54 № 1)

Ваше Императорское Высочество!

Непременный секретарь Академии Наук Н. Ф. Дубровин прислал мне копии с трех писем П. А. Некрасова и сообщил, что Вашему Высочеству угодно получить от меня письменное объяснение относительно их содержания. Льщу себя надеждой, что желаемое объяснение Ваше Высочество найдет в нижеследующих строках.

1. Письма П. А. Некрасова представляют соединение невероятных требований с противоречивыми и несостоятельными доводами.

2. П. А. Некрасов желал бы запретить мне критиковать его реферат и вместе с тем недоволен, что я не упомянул об этом реферате. По моему же глубокому убеждению, о реферате П. А. Некрасова (1898) нельзя упоминать без замечания, что одни из положений автора известны и дурно им сформулированы, другие же сомнительны, как сомнительно и то, что автор владеет строгими доказательствами этих положений.

Нельзя также упоминать о реферате П. А. Некрасова без указания на тот факт, что в этом реферате, посвященном памяти Чебышева, упомянут один мемуар Чебышева (1867) и оставлен без внимания другой (1887), содержание которого ближе к содержанию реферата.

3. В опровержение моего мнения, что реферат его не заслуживает внимания, П. А. Некрасов приводит следующее соображение: “Но […] секция […] иначе оценила мой реферат и выразила мне […] благодарность за него” [см. Письмо № 8b].

Эти соображения нельзя признать убедительными, если даже допустить, что на съезде действительно присутствовало немало компетентнейших, как говорит П. А. Некрасов, знатоков дела. Сам же П. А. Некрасов говорит о своем реферате: “Едва ли такой реферат мог подвергаться какой-либо критике по его содержанию, так как полное изложение моего труда всецело было еще впереди” [там же].

Реферат, который не может подвергаться критике, не может быть и оценен надлежащим образом; при отсутствии же оценки благодарность, о которой говорит П. А. Некрасов, представляет только акт вежливости и ничего ровно не доказывает.

4. Заявление П. А. Некрасова будто мое вышеприведенное мнение было высказано в виде оправдания какого-то своеволия, несогласно с истиной. Это своеволие существует только в воображении П. А. Некрасова, а потому оправдывать его [своеволие] мне не приходится.

5. На приведенную П. А. Некрасовым выдержку из моего неприличного, как говорит П. А. Некрасов, письма, я мог бы отвечать выдержкой из его письма. Но такое употребление частной переписки представляется мне неприличным. Поэтому замечу только, что П. А. Некрасов вероятно забыл содержание своего письма, когда он решился заявить, что приведенная им выдержка из моего письма представляет ответ на просьбу “не перебивать хода его трудов”. Относительно этой просьбы должен отметить, что она совершенно неуместна, особенно теперь, когда П. А. Некрасов ознакомился с моими статьями (1898) и (1899a). [Эта фраза зачеркнута.]

6. Неосновательность претензий П. А. Некрасова доказывается его собственными словами. В письме [№ 8b] П. А. Некрасов говорит: “В своих […] статьях, навеянных […], А. А. Марков публикует свои доказательства того, что раннее исполнено было мной […]”. В другом же письме [№ 8c] П. А. Некрасова читаем: “Считаю долгом […] объяснить, что я и в мыслях […] не имел утверждать, что А. А. Марков взял что-либо из моих доказательств […]”.

Отсюда следует, что вопрос идет об известной [центральной предельной] теореме и что изложенное мной доказательство не взято от П. А. Некрасова. Для лучшего выяснения дела считаю полезным заметить, что формулировка теоремы взята мной из той статьи Чебышева [1887], о которой в реферате П. А. Некрасова не упомянуто.

К условиям Чебышева я присоединил только одно, без которого теорема может и не оправдываться, как показано в моей статье (1899а). Этого условия я не мог взять из реферата П. А. Некрасова, так как там такого условия нет. Из-за отсутствия этого условия в реферате П. А. Некрасова я вывожу заключение, что П. А. Некрасов строгого доказательства не имеет. Нестрогие же доказательства известны давно.

7. Видоизменяя в добавочном письме [№ 8с] свои претензии, П. А. Некрасов говорит: “[…] А. А. Марков не должен был […] публиковать и собственных своих доказательств […]”.

8. Заявление П. А. Некрасова, что мои статьи навеяны рефератом и письмами П. А. Некрасова, опровергаются тем фактом, что по содержанию и методам эти статьи примыкают к моим прежним работам и далеко стоят от публикованных до сих пор работ П. А. Некрасова. Мало того, на статью (1898) [на ее результаты] мной было уже сделано ясное указание еще в 1895 году в заметке (1895), опубликованной в *Известиях* Академии наук за 1895 год.

10. П. А. Некрасов А. А. Маркову, 20 дек. 1898 (53 № 13)

Считаю долгом известить, что против Вашего самовольного отношения к моим трудам, непозволительного по общепринятым среди ученых обычаев [обычаям] и состоящего в опубликовании того, что составляет часть моих трудов, которые я исполнил, но не успел опубликовать, мной сообщены жалобы Непременному Секретарю Академии Наук и в Казанское Физико-математическое Общество[1]. Другого способа оградить себя против Ваших посягательств на мои труды я не мог придумать и прежде всего не мог рассчитывать на добровольное исправление Вами причиненного мне вреда. Но буду доволен, если Вы дадите мне удовлетворение добровольно, пополнив напечатанное Вами (1898) и (1899а) подходящими разъяснениями. Подробнее о содержании моих претензий Вы узнаете от Непременного Секретаря.

Когда-то адресованное Вами на мое имя письмо, направленное против Ковалевской, Имшенецкого, Бугаева и других, назначалось Вами самими для доклада [Московскому] Математическому Обществу, что и было исполнено по Вашему желанию (как видно из протоколов)[2]. При таких условиях письмо не могло быть скрытым и живо заинтересовало всех, Вами обиженных, причем оно могло дойти до Имшенецкого разными путями. Публично объявленное, оно и не могло уже быть секретным. Было бы интригой обратное: если бы доложенное Обществу письмо, направленное против различных авторов, осталось именно от них скрытым, поставив их вне возможности самозащиты от Вашего своеволия. Это походило бы на дело Дрейфуса[3].

11. П. А. Некрасов А. А. Маркову, 16 дек. 1898 (53 № 11)

Если причиной Вашего разногласия с [Московским] Математическим Обществом служит мое заявление, напечатанное в протоколах Общества и вызванное Вашими резкими отношениями к трудам Ковалевской, Имшенецкого и других, то в видах примирения Вашего с Обществом я готов сделать новое заявление Обществу для напечатания в его протоколах, что я беру назад резкий тон прежнего своего заявления. Такое заявление мое поступит в январское заседание Общества.

12. Непременный Секретарь Академии наук [Н. Ф. Дубровин] А. А. Маркову, 26 марта [?] 1899 (54, №1)

Многоуважаемый Андрей Андреевич,

Августейший Президент наш поручил мне просить Вас сделать известное смягчение в выражениях Ваших, помещенных в Вашем заявлении о статье П. А. Некрасова. Употребленные Вами выражения Его Высочество находит неуместными в академических протоколах и желал бы заменить их теми словами, которые написаны Им на прилагаемой корректуре.

Позволяю себе надеяться, что Вы найдете возможным согласиться на эту просьбу. Я бы лично зашел к Вам переговорить по этому делу, но чувствую себя не совсем хорошо и потому принужден беспокоить Вас этим посланием. Буду ждать Вашего ответа и возвращения посылаемой корректуры.

13. П. А. Некрасов А. А. Маркову, 24 дек. 1898 (53 № 15)

Моя претензия не в том, что Вы что-либо взяли из моих работ, а в том, что Вы частью столкнули меня с пути, мной раннее заявленного съезду (26-го августа), исполнив отчасти то, что было сделано уже, но еще не опубликовано мной. Мой реферат (1898), читанный на съезде Букреевым, объявленный в *Дневнике* и в разных газетах (не исключая *Нового времени*), состоялся раннее Вашего письма к проф. Васильеву [см. Письмо 8с].

Если я не упомянул о ряде мемуаров предшественников и в том числе о мемуаре Чебышева (1887), то это не может идти в сравнение, ибо, как я не раз объяснял, публикация моих трудов предстоит впереди и там будут упомянуты все предшественники. Сверх того, у Чебышева ничего отнять нельзя, а у меня можно отнять весь мой труд, ибо он доверчиво объявлен съезду, но еще не опубликован. Всякий, кто не уважает порядки ученых ассоциаций, пользуясь моей доверчивостью, а также особыми условиями, кои не позволяют [отсутствие коих у меня не позволяет] мне издавать мои исполненные труды слишком быстро, может отнять у меня все эти мои итоги.

Правда, Вы отняли у меня далеко не самое главное, ибо мои труды идут гораздо далее, указывая не только к чему стремятся количества в пределе, но и каковы уклонения от предела. Но кто поручится, что и эти части Вы у меня не отвоюете, ибо я не имею времени их сейчас же выпустить в свет.

Не могу не высказать, что на страницах 16 – 17 Вашего мемуара[1] высказано много туманных и даже странных положений.

14. П. А. Некрасов А. А. Маркову, 2 янв. 1899 (53 № 17)

Как могу я растолковать Вам, что все Ваши указания о моем сообщении (1898), пробелах в нем и Ваши сомнения по поводу него есть преждевременное и бесцеремонное вторжение в чужой публикуемый труд. Поясню еще раз: мое сообщение есть лишь начало речи о моих исполненных и предназначенных к публикации трудах [трудов]. Оно есть лишь заглавие и, понятно, как таковое по своей краткости не может содержать желаемой полноты. Вместо того, чтобы терпеливо ждать, когда я закончу публикацию своих трудов, – и тогда судить о пробелах и недостатках, – Вы вторгаетесь с Вашими непрошенными указаниями, на которые трудно что-либо отвечать, и требуете даже за них благодарности. Эти Ваши непрошенные благодеяния тем не хороши, что Вы благодетельствуете мне моей же монетой, которая у меня уже была раннее в кармане. Более того: Вы напечатали в Ваших статьях то, что было раннее сделано мной в другой форме, и тем самым бесцеремонно столкнули меня с моего пути, раннее мной заявленному [заявленного].

Ваши замечания о § 1 мемуара Ковалевской [см. Письма №№ 10, 65 и 66] вероятно хранятся в делах [Московского] Математического Общества, и, как Вы знаете, были даже набраны и присланы Вам для корректуры. Но сами Вы не пожелали эти Ваши неудачные экскурсии в плохо понятую Вами область публиковать. А если желаете, то это подлинное письмо Ваше (о § 1 мемуара Ковалевской) в той части, которая касается этого мемуара, и с хронологической датой будет публиковано в *Матем. Сборнике*, дабы все знали, в чем именно я вторгся в круг Ваших мыслей. Но, надеюсь, Вы сами не пожелаете этого, ибо Вы очень неудачно вторглись в область Ковалевской.

Итак, вторжения (иногда удачные, а иногда вовсе неудачные) в чужую область есть Ваша специальность, а не моя. Даже Ваша магистерская диссертация (1880) есть, по моему убеждению, вторжение (хотя и удачное) в область Чебышева и Поссе.

15. П. А. Некрасов А. А. Маркову, 18 апр. 1910 (53, № 1)

Соглашаюсь, что пора прекратить нашу частную переписку за бесполезностью и за исчерпанием всего, что можно и должно было сказать с обеих сторон. Но буду считать делом чести и справедливости добиваться напечатания *Необходимых разъяснений*, вызываемых статьей (1910)[1], в которой академик А. А. Марков дискредитирует мои труды, в которых всё существенное верно и сохраняет свою цену.

P. S. Лично я не питаю ничего враждебного к моему оппоненту. Напротив, желаю ему всего наилучшего.

16. П. А. Некрасов А. А. Маркову, 20 апр. 1910 (54 № 2)

Желанию А. А. Маркова опубликовать всю переписку, очень выясняющую многое, могу только сочувствовать, ибо предпочитаю гласность обсуждения келейному решению. Но какой академический орган согласится напечатать всю переписку – не знаю. [Русское] Географическое общество, хотя и затронутое статьей академика (1910), вообще (как мне разъяснил секретарь) не печатает никакой полемики и Московское математическое общество в последнем нашем споре не при чем. По всей справедливости, моя заметка *Необходимое разъяснение, относящееся к основаниям закона больших чисел* [в печати не появилась], должна быть напечатана в том самом органе, в котором опубликована заметка *Исправление неточности*[1]. Переписку же, может быть, разбирающийся в ней А. В. Васильев опубликует в *Известиях Казанского Физико-Матем. Общества*.

Дополняя письмо мое от 16 апреля [отсутствует] относительно "различия понятия о пределе вероятности с понятием [от понятия и т. д.] об асимптотическом выражении" (на каковом различии настаивает А. М. Ляпунов в статье (1901а))[2], прошу заметить следующее.

Анализируя вероятность P_n того, что будет $x_1 + x_2 + \ldots + x_m < n$ при помощи обсуждения разностей $\Delta P_n = P_{n+h} - P_n$, стремящихся к нулю при возрастании m до ∞, должно, подражая анализу Лагранжа, Тодгентера [Тодхантера] и других, брать вместо дифференциальных приращений ΔP_n <u>дифференциальные коэффициенты</u> ("производные" sui generis [уникальные, особые]) вида

$$\Delta P_n/\Delta\xi = (P_{n+h} - P_n)/\Delta\xi, \text{ где } \xi = (n - n_0) \div \sqrt{2mg} =$$
$$(x_1 + x_2 + \ldots + x_m - n_0) \div \sqrt{2mg}, \ \Delta\xi = \Delta n \div \sqrt{2mg},$$
$$\Delta n = h, \ n_0 = a_1 + a_2 + \ldots + a_m,$$

$a_1, a_2, \ldots, a_m$ суть математические ожидания величин $x_1, x_2, \ldots, x_m$ и mg есть математическое ожидание величины $[(x_1 + x_2 + \ldots + x_m) - (a_1 + a_2 + \ldots + a_m)]^2$.

Вслед за тем должно брать <u>предельный</u> дифференциальный коэффициент Lim $(\Delta P_n/\Delta\xi)$ при возрастании m до бесконечности. Этот предел, вообще, будет отличен от нуля, осязателен и при данном ξ совершенно <u>определенен</u>, ясен как день. Эту методу в своем исследовании я всегда подразумеваю и обнаруживаю, ибо говорю даже как бы об аналитическом (в сущности же, о предельно-аритмологическом) <u>продолжении функции P_n из одной области переменного n или ξ в другую</u>, подражая Лагранжу. Эта метода должна бы удовлетворить требовательному ко мне А. М. Ляпунову, если бы он удосужился вдуматься в аналогию моего <u>аритмологического</u> анализа с лагранжевским анализом <u>непрерывных</u> функций.

Моя теория допускает и <u>графический</u> метод интерпретации и исследования <u>прерывной</u> функции P_n. Соответствующую диаграмму нужно определять уравнением $y = (\Delta P_n/\Delta\xi)$ изображающим геометрическое место точек [множество точек] (ξ; *y*) на плоскости прямоугольных координат ξ и *y*. Это геометрическое место будет представлять собой не сплошную, а пунктирную линию. Конечно, интерполированием этой пунктирной линии ее последовательные точки можно соединить, но тогда получится, говоря старыми терминами, *кривая вероятности* [вероятностей], т. е. непрерывная линия, но *плавной* она будет лишь в нормальном случае[3]; она будет зигзагообразной, как бы начерченной сейсмографом при его трясении, в особых случаях первого рода; *D* зигзагов будут в нетрансцендентном особом случае повторяться периодически, правда с несколько размытыми, как бы испорченными периодами. Дебрей тут нет, нет и нет. А главное – зигзаги и не затушевываются, а проясняются, что и требуется стремлением к ясности и точности.* Пирсоновские *кривые вероятности* в этом случае также опрокидываются.

P. S. Прошу и это письмо показать А. В. Васильеву для определения того, кому идти к Бехтереву[4].

*А для честно оцененных *затушевываний* я в *Новых основаниях* [1900 – 1902] (§§ 10 – 12) предлагаю особый метод округления, ведущий от данного особого случая к смеж- [при копировании письма Архивом РАН конец примечания пропал].

17. П. А. Некрасов А. А. Маркову, 20 дек. 1913 (55, № 5)[1]

В нормальном случае максимальное количество $K = 1 - (H/mt^2)$ будет близко к 1, ибо если данное *t* слишком мало, то в норму требований способа наименьших квадратов входит предположение столь большого *m*, чтобы обеспечивалась малость величины (H/mt^2).

Ваши возражения верны, но они относятся либо к парадоксальной установке опытов (детерминант *D* близок к нулю), либо к случаю недостаточно большого числа *m.* Точки зрения Гаусса и Лапласа я различаю моментами относительно опыта: первая точка зрения à posteriori, а вторая – à priori. Судить à posteriori удобнее, ибо данных больше, но эта точка зрения запаздывает, отстает, плетется за событием[2].

Термин *чистый математик*, хотя и признан в нашем лексиконе, но трудно поддается определению и неодинаково преломляется в сознании. Если он значит чистый созерцатель, то не будет ли тогда чистая математика слишком субъективна и никому не обязательна, подобно метафизике? Не должна ли именно теория вероятностей быть не слишком чистой математикой, чтобы перебросить мост от субъективности к внешней реальности, – мост, проходящий через опыт? Статистика есть собирательный опыт[3].

P. S. Собираюсь в Москву, переписку с А. А. М. могу продолжить по возвращении.

18. Непременный секретарь Академии наук С. Ольденбург А. А. Маркову, 5 ноября 1915 (57)

На бланке Физико-математического отделения АН. Выписка из Протокола 14-го окт. 1915, статья 494, № 2095.

Член Совета Министра Народного Просвещения тайный советник П. А. Некрасов […] письмом от 29 сентября сообщил Вице-Президенту:

В течение многих лет я состою в ученой полемике по вопросам теории вероятностей и дифференциального и интегрального исчислений с академиком А. А. Марковым, к коему отчасти примыкает профессор К. А. Поссе, я же примыкаю к школам, во главе коих стояли академик В. Е. Имшенецкий и профессор Н. В. Бугаев, иначе определявшие начала математики[1].

Этапы ученой полемики моей видны из прилагаемой статьи (1915a) и статьи (1915b) (явится там же в октябре 1915 г.). Кроме того, в делопроизводстве Физико-математического отделения Академии Наук имеются протесты мои за 1898 год и за 1910 год [письма 8b и 8c 1898 г.; *протест* 1910 г. отсутствует] против неправильных отношений академика А. А. Маркова к мемуару моему (1898), доложенному в 1898 году на Киевском съезде […] и посвященному памяти академика Чебышева, с критическим разбором отношения его гениальной первой теоремы о средних величинах (1867) ко второй теореме, содержащейся в его мемуаре (1887).

Вслед за тем А. А. Марков в изданиях Академии Наук и в *Известиях Казанского* […] (1898; 1899a) опубликовал свое видоизменение второй теоремы Чебышева, скрыв от читателей, что это видоизменение есть следствие моего мемуара. Я, со своей стороны, нисколько не уклоняюсь и не буду впредь уклоняться от продолжения ученого спора при условии ведения его общепринятыми академическими приемами.

Но дело в том, что, независимо от спора в печати и в ученых инстанциях, академик А. А. Марков начиная с 1898 года одолевает меня множеством грубых открыток. После того, как моя давнишняя просьба не писать подобных открыток, академиком А. А. Марковым не была уважена, и пока характер резкостей можно было считать хоть сколько-нибудь терпимым, я вынужденно отвечал А. А. Маркову, стараясь, с одной стороны, по возможности точно придерживаться его выражений, и, с другой, не повышать в своих ответах степени их резкости. Последняя открытка, на каковую, несмотря на крайнюю ее резкость, я счел еще возможным скрепя сердце ответить, и мои ответы были следующими.

Копия письма А. А. Маркова. Почтовый штемпель 25 сентября с. г.

"Если П. А. Н. не желает сохранить за собой имя клеветника, тогда он примет во внимание следующую справку. В лекциях по *Диф. Ис.* [Дифф. Исч.] А. А. М. за 1898 г. на странице 42 сказано[2]: *Важно заметить, что к совокупности значений бесконечно малого числа мы не причисляем его предела нуль*. В лекциях 1901 – 1902 года то же сказано на странице 50". (Подпись отсутствует).

Копия моей первой ответной открытки от 26 сентября с.г.:

"Если А. А. М. не возьмет назад своей печатной клеветы, содержащейся в памфлете (1912) и в (1915), то он не вправе ссылаться на свои литографированные лекции, которых П. А. Н. не обязан знать. Не скандалом ли надо назвать то, что А. А. М. в лекциях говорит одно, а печатно, в полемических выпадах, другое. А. А. М. запутался в полуистинах и не хочет знать связи частей *дерева науки*. Существуют два первообразных рода бесконечно малых, а не один род, ибо существуют два типа изменений: сплошное и прерывное (Н. В. Бугаев)”[3].

Вторая моя открытка того же 26 сентября:

“Справку А. А. М. относительно его определения бесконечно малого в лекциях 1898 и 1901 – 1902 годов упомяну в следующей своей статье, но с параллельным указанием другого (истинного) определения[4], а именно Н. В. Б – ва и моего”.

Ответная открытка А. А. Маркова за почтовым штемпелем 26 сентября с. г. была такого содержания:

“Вздорные определения Н. В. Б – ва и П. А. Н. меня не интересуют. Надеюсь, что никакой другой статьи клеветнику П. А. Н. не дадут печатать: довольно он уже выяснил себя. Всё, что написано в (1912), совершенно верно, как верно и то, что нах. [находится] в (1915). Лекций моих П. А. Н. не обязан знать, *хотя и следовало бы ему поучиться* основам, но приписывать мне утверждения, которых я никогда не делал, мог только нездравомыслящий или подлый человек. А. М.”.

Имея возражения по существу сей открытки, я не посылаю на нее ответа, так как форма ее выражений имеет уже определенно криминальный характер, могущий подлежать разбору в камере мирового судьи независимо от вопроса о бесконечно малых. Но полагаю, что для члена Совета Министра Народного Просвещения неудобен путь к мировому, чтобы прекратить усвоенную членом Академии недопустимую форму полемики, – неудобен ввиду высокого положения учреждений, с коими они соприкасаются. Вследствие изложенного имею честь покорнейше просить Ваше Превосходительство поставить на обсуждение коллегии [?] Академии два вопроса:

1. Совместимо ли со званием А. А. Маркова как члена Академии Наук применение грубо оскорбительных выражений, допущенных им в открытом письме от 26 сентября на мое имя, в копии приведенном выше, и

2. Может ли коллегия Академии Наук гарантировать мне, что академик А. А. Марков в дальнейшем будет сдержан в писании мне оскорбительных писем, так как только такого рода гарантия даст мне возможность не прибегать к указанному выше, менее желательному пути воздействия на академика А. А. Маркова.

О последующем прошу почтить меня ответом. Присовокупляю, что копия сего письма мной доложена Его Сиятельству Господину Министру народного Просвещения.

Положено ответить П. А. Некрасову, что Академия не может входить в обсуждение вопросов, касающихся частной переписки и полемики ее членов. Вместе с тем положено, по предложению академика А. А. Маркова, образовать Комиссию по обсуждению некоторых вопросов, касающихся преподавания математики в средней школе. В Комиссию избраны академики […][5].

Добавление (Некрасов 1916а, с. 57 – 58). Если, согласно этому извещению, академик А. А. Марков, в частной деятельности злоупотреблявший своим положением, не подсуден Коллегии академиков, в которую принесена жалоба П. А. Н-ва от 29 сентября 1915 г., то почему же суду этой коллегии оказался подсуден принесший жалобу истец, П. А. Н., и почему во главе 6-членного трибунала, судившего и "осудившего" П. А. Некрасова, оказался сам многократно обвиняемый А. А. Марков, торжествующе уведомивший П. А. Некрасова об этом следующими письмами:

а) Письмо А. А. Маркова от 30 янв. 1916 г.

В февральском № *Известий* […] [Марков, Ляпунов и др. 1916] дан надлежащий ответ на прекрасное* письмо П. А. Н. к Вице-Президенту Академии. Ответ этот будет сообщен и г. Министру.

*Эту похвалу надо отнести не на мой счет, а на счет канцелярских порядков Академии, предоставивших А. А. Маркову удовольствие присоединить к прежним памфлетам еще один. П. А. Н.

б) Письмо А. А. Маркова от 2 февраля 1916 г.

[Некрасов привел лишь выходные данные *Доклада* 1916 г. Следует ли понимать, что в "письме" ничего больше не было?]

Очевидно, А. А. Марков под заголовком "некоторые вопросы средней школы" [эта фраза – видоизменение части заглавия *Доклада* – О. Ш.] провел вопросы вышеприведенной моей жалобы на него, изложенной в "прекрасном" письме к Вице-Президенту Академии наук.

19. П. А. Некрасов Вице-Президенту Академии наук П. В. Никитину, 5 апр. 1916 (Некрасов 1916а, с. 58 – 61)

В *Известиях* […] напечатана статья [напечатан *Доклад*]. Статья эта, как видно из цитаты на с. 67 и из общего ее содержания, обсуждает предметы письма моего к Вашему Превосходительству от 29 сентября 1915 г. [см. Письмо № 18] о некорректных действиях академика А. А. Маркова, на каковое письмо мной получен ответ от г. Непременного секретаря Академии наук С. Ф. Ольденбурга […] [там же], отклонивший рассмотрение моего письма указанием […]. Однако же, вышеозначенный доклад обсудил мое письмо от 29 сентября 1915 г.

В период, когда влияние А. А. Маркова в Физико-математическом отделении Академии наук было ничтожно, Отделение относилось ко мне не только корректно, но и доброжелательно. Я признателен и благодарен Отделению за то, что оно увенчало мою диссертацию [Некрасов 1884] первой по учреждении премией имени В. Я. Буняковского (1883 [г.]). Оно тогда печатало и цитировало мои ученые труды. По мере же усиления влияния А. А. Маркова последний [он] более и более портил отношение Физико-математического отделения Академии к моим трудам, ныне не цитируемым, когда следовало бы это делать, и не ограждаемым от эксплоатации в смысле авторских прав по вопросам, в коих труды мои и академиков развиваются параллельно.

Вместе с этими неправильностями стали появляться на страницах *Известий Императорской академии наук* извращающие дело выступления А. А. Маркова против моих трудов при заграждении для меня Отделением возможности восстановить истину на страницах печатного органа, в коем она была нарушена. Параллельно развивалось давление на меня А. А. Маркова посредством печатной полемики и так называемых "частных писем" оскорбительного характера по способу обращения с адресатом.

Письмо мое на имя Вашего Превосходительства от 29 сентября 1915 г., процитированное на с. 67 *Доклада* […], обнаруживает скрытые язвы "практической" деятельности чистого математика А. А. Маркова; оно фактами объясняет личную агрессивную политику А. А. Маркова, представляющую в кулуарах Академии наук и Петроградского университета центр обстреливающей деспотической "горы", откуда рассылаются не согласным с его учеными вкусами лицам отвратительные "частные письма", грозные выговоры и указы, кажущиеся действиями невменяемого человека, но в сущности планомерные в предвзятом "потрясающем основы" направлении, и многие боятся этих вредных корреспонденций.

Конечно, Комиссией, составленной по настоянию А. А. Маркова и им же возглавленной, и эти его "частные письма", и его молчаливые позаимствования чужой идеи в своей критике постулата П. Л. Чебышева (второй [центральной предельной] теоремы относительно вероятностей) и его "потрясение основ" извращенным истолкованием учения о вероятности *свидетельств по преданию* (каковое истолкование искажает научные основы *философии истории* и, следовательно, вносит *обскурантизм* во всё), оставлены без внимания. Для сей Комиссии, судя по с. 68 *Доклада*, агрессивная деспотическая "гора" (названная в моей отповеди А. А. Маркову "петроградским болотом" в ответ на его полемическую фразу "варит щи из топора") оказалась как бы не существующей и мной дерзко выдуманной.

Маневры А. А. Маркова против меня проникают по моим пятам во все учено-учебные учреждения, где бы я ни действовал. Приведу факты.

В 1909 г. Имп. Русское географическое общество издало мой труд [1909] и тотчас началось усиленное давление А. А. Маркова с полемическими целями на Совет сего Общества, который однако же решительно отклонил от себя печатание полемики А. А. Маркова, явившейся поэтому в *Известиях* [1910]. После опубликования возражения моего на эту полемику [1911] начались домогательства А. А. Маркова в Московском математическом обществе, приведшие к тому, что Общество разрешило ему и мне (по принципу: последнее слово обвиняемому)
еще напечатать по одной только статье (не более). Статья А. А. Маркова явилась […][1912]. Но так как ответная моя статья [1912][1] разбила козни А. А. Маркова, то он не удовлетворился и перенес свои домогательства в Харьков, представляя Харьковскому математическому обществу меня якобы зачинщиком полемики.

Харьковское математическое общество, введенное этой передержкой в заблуждение, понятно, согласилось было дать ему право представить защитную статью; но сообщенное мной председателю проф. Д. М. Синцову разъяснение, что последнее слово должно принадлежать мне, защищающемуся, а не А. А. Маркову, нападающему, изменило взгляд Харьковского математического общества на ученую дуэль между нами. Об этом последнем обстоятельстве А. А. Марков в своих указаниях в [газете] *Дне* [см. Шейнин 1993] на постановления Московского и Харьковского математических обществ умолчал, а также умолчал и о постановлении Императорского географического общества.

После 15-го заседания Физико-математического отделения Академии наук (18 ноября 1915 г.) А. А. Марков, поощренный товарищами, не внявшими письму моему от 29 сентября 1915 г. в той его части, которая говорила о некорректных действиях А. А. Маркова, предпринял против меня еще более оживленный обстрел. Так, 12 декабря 1915 г. я получаю "открытое письмо" А. А. Маркова по поводу моего доклада в отделе математики Педагогического музея […] [возможно Некрасов (1916b)], столь некорректное, что я мог бы представить его властям с просьбой оградить меня от этих способов воздействия представителя кафедры "чистой математики".

Вся эта работа А. А. Маркова, окружившего себя ореолом "заслуженного авторитета" за счет, по-моему, не столько сильно двигающих науку трудов, сколько незаслуженного обстрела действительных корифеев[2], ведет к тому, что молодые авторы магистерских и докторских диссертаций не смеют цитировать ученых, бойкотируемых с высокой агрессивной "горы" и получают поощрение за содействие вкусам "горы".

Несомненно то, что лица, пользующиеся заслуженным авторитетом (как А. А. Марков аттестует себя на с. 68 *Доклада*), не покрывают свою славу столь некорректными действиями, орудующими словесным "кулачным правом" за неимением более убедительных доказательств.

Протест мой против некорректных действий академика А. А. Маркова, указанных в моем письме Вам от 29 сентября 1915 г., привел к тому, что обвиняемая сторона не постеснялась обратиться в судью, окруженного свитой в виде целой Комиссии. В результате явился *Доклад* […], напечатанный по постановлению Отделения, что вынуждает меня предъявить следующий список некорректностей Отделения.

1. Покрытие путем формальной отписки на письмо мое г. Вице-Президенту Академии наук недопустимо-предосудительных действий А. А. Маркова в вопросе якобы частной переписки и полемики, который непредотвратимо стоит так: или устанавливается решительное осуждающее отношение Академии к своему сочлену за недопустимые с точки зрения морали приемы, как в аналогичных случаях делает каждая блюдующая [!] свою честь коллегия, даже не столь высокая, или взять на себя вину за недопустимые действия сочлена, т. е., иначе говоря, гласно пренебречь вопросом своей коллегиальной чести.

2. Созыв Комиссии для разбора по существу письма моего г. Вице-Президенту Академии наук под благовидным посторонним предлогом* после формального отказа мне ясно ответить по

существу на предъявленные вопросы моего письма о неправильных отношениях А. А. Маркова ко мне, как ученому работнику и члену Совета Министра народного просвещения, выполняющему поручения министров [во множественном числе?].

3. Допущение в Комиссию по спорным между мной и, с другой стороны, А. А. Марковым, А. М. Ляпуновым и К. А. Поссе вопросам заинтересованной стороны в лице А. А. Маркова и А. М. Ляпунова и невключение в ту же Комиссию ни одного из членов по моему указанию как другой заинтересованной стороны.

Оставить вышеозначенный *Доклад* Комиссии без внимания и без обезвреживающей критики я, со своей стороны, не считаю возможным ввиду злонамеренного печатного очернения им деятельности органов Министерства народного просвещения на страницах столь почетного издания как *Известия Имп. Академии наук*, причем извращенной и печатно-очерненной оказалась главным образом моя деятельность как члена Совета Министра народного просвещения и ученого специалиста. Посему я, как печатно обвиняемая сторона, имею право возразить и, применительно к существующим узаконениям и по правилам элементарной справедливости, желаю опубликовать свои возражения на вышеозначенный *Доклад* в том самом органе печати, в каком моя деятельность подверглась очернению, – в *Известиях* […]. Прошу Ваше Превосходительство содействовать исполнению этого моего справедливого притязания и о последующем почтить меня уведомлением.

Что касается опубликования более интимных документов по столкновению моему с А. А. Марковым, то ради деликатности я, конечно, не настаиваю на этом. Но если бы на этом настаивали мои противники, то я со своей стороны просил бы Ваше Превосходительство опубликовать как письмо мое к Вам от 29 сентября 1915 г., так и настоящее мое письмо. P. S. Применительно к статье 138 Устава о цензуре и печати, покорнейше прошу Ваше Превосходительство прилагаемые мной возражения на *Доклад* […] опубликовать в одном из ближайших выпусков *Известий* […].

На письмо П. А. Некрасова г. Вице-Президенту Академии наук от 5 апреля 1916 г. [на данное письмо] долго не получалось ответа. Возражения П. А. Н. на *Доклад* […] попали опять на суд того же А. А. Маркова, тормозившего всё, что может обличить на страницах изданий Академии наук его некорректную “частную” деятельность под авторитетным флагом Академии наук. Ввиду сего, письмом […] [см. ниже].

*****Таким предлогом оказалось “Обсуждение некоторых вопросов, касающихся преподавания математики в средней школе”. Под этим заголовком [*Доклада*] А. А. Марков торжествующе сводил со мной личные счеты, как это видно из его вышеприведенных писем от 30 января и 2 февраля 1916 г. [см. **Добавление** к Письму № 18].
П. А. Н.

20. П. А. Некрасов Непременному секретарю Академии наук С. Ф. Ольденбургу, 12 мая 1916 (Некрасов 1916а, с. 62 – 63)

Возражения мои академику А. А. Маркову, А. М. Ляпунову и другим, представленные г. Вице-Президенту Имп. Академии наук при письме [см. предыдущее письмо], вызвали со стороны А. А. Маркова письма ко мне […] следующего содержания.

а) Письмо от 28 апреля. Академик А. А. Марков советует П. А. Некрасову обратиться со своими измышлениями в *Журнал Министерства нар. просв.* или в *Математический сборник*. Если и там ему откажут в печатании, то дело плохо, тогда [следует брань в открытом письме – П. А. Н.].

б) Письмо от 10 мая. Академик А. А. Марков ознакомился с возражениями П. А. Некрасова на *Доклад* […] и очень желал бы, чтобы они были опубликованы в ЖМНПр или в *Мат. Сборнике*. Напрасно П. А. Н. не позаботился о напечатании доклада в ЖМНПр, о чем выражено пожелание. Что же касается изд. Акад. наук, то они [следует ругательство – П. А. Н.].

в) Письмо от 11 мая. П. А. Некрасову необходимо добиться опубликования зловредного доклада в ЖМНПр. Иначе возражения П. А. Некрасова пропадут, и доклад этот, как и книга *Исчисление вер*. А. А. Маркова, останутся не обезвреженными. Впрочем, ЖМНПр должен напечатать возражения П. А. Н., исполняющего только свой долг.

Если эти своеобразные письма обозначают желание их автора вступить со мной в соглашение о месте печатания моих возражений и форме их, то предлагаемое мне А. А. Марковым неприемлемо, а о приемлемом для моего положения и личного достоинства соглашения переговоры мои непосредственно с А. А. Марковым невозможны. На письма его я отвечать не буду и получать их не желаю, и предам их гласности лишь тогда, когда буду к тому вынужден крайними обстоятельствами и долгом самозащиты и защиты чести лиц и учреждений, кои дискредитируются в частных письмах и печатных выступлениях ординарного академика А. А. Маркова, поддержанных, к сожалению, попущением Физико-математического отделения Имп. Академии наук, напечатавшего *Доклад* […], вынуждающий меня ставить точки над i относительно антипедагогических и антисоциальных страниц *Исчисления вероятностей* А. А. Маркова, злоупотребляющих математической логикой как будто для того, чтобы поднять темные силы России на корифеев русской науки, как академики В. Я. Буняковский и В. Г. Имшенецкий, проф. Н. В. Бугаев и пр. и на заветы истории.

Долг имею уверить Академию наук, что я не имел и не имею намерения посягать на достоинство А. А. Маркова и других членов Академии наук, подписавших *Доклад* […]. Но, будучи провоцирован взводимым на меня зловредным оклеветанием, я вынужден определенно указать точки над i.

Имею честь просить Ваше Превосходительство содействовать скорейшему разрешению вопроса, поставленного мной письмами моими от 5 и 24 [его нет] апреля. От некоторых смягчений резкости текста моих возражений я не откажусь, если причины ее, лежащие вне меня, будут устранены академиком А. А. Марковым и прочими авторами *Доклада* […], создавшими коллизию между органами Министерства народного просвещения и Академии наук.

Не только элементарная справедливость, но и статья 138 устава о печати требует, чтобы неточности были в достойной для лиц и учреждений форме исправлены предпочтительно на страницах того именно печатного органа, где правда была нарушена.

При печатании же моих возражений в *Ж М Нар. Просв.* пришлось бы объяснять причину, по которой они являются не в *Известиях* […], а это потребовало бы ссылки на письма мои г. Вице-Президенту и Вашему Превосходительству и оглашения этих писем, в коих указанная причина раскрыта в форме язвы в практических отношениях ординарного академика А. А. Маркова ко мне и к высоким учреждениям, коим мы имеем честь служить.

21. Непременный секретарь Академии наук С. Ф. Ольденбург П. А. Некрасову, 1 июня 1916 (Некрасов 1916а, с. 63 – 64)

Прошу Ваше Превосходительство извинить меня за промедление с ответом на письмо Ваше [предыдущее]. Тяжкие испытания, перенесенные Академией, потерявшей своего Вице-Президента П. В. Никитина и академика князя Б. Б. Голицына, лишили меня возможности ответить Вам ранее.

Конференция, заслушав письма Ваши на имя Вице-Президента от 5 и 24 [его нет] апреля, в которых Вы просите опубликовать применительно к ст. 138 Устава о цензуре и печати Ваши "Возражения на доклад […]", положила уведомить Вас, что она не признает, чтобы ст. 138 и 139 […] обязывали ее к напечатанию присланной Вашим Превосходительством статьи.

В письме от 12 мая [предыдущем] Ваше Превосходительство пишете мне о частных письмах академика А. А. Маркова. Каково бы ни было содержание этих писем, Академия не может принять на себя никакой ответственности, так как они пишутся и посылаются А. А. Марковым как частные письма, без всякого ведома Академии*.

Замечание Вашего Превосходительства о каком-то попустительстве Отделения физико-математических наук, поддерживающего будто бы частные и печатные выступления академика А. А. Маркова, является, очевидно, недоразумением. Отделению […] принадлежит право обсуждения вопросов, касающихся науки и просвещения, которые оно считает нужным обсудить, и, пользуясь этим правом, оно и избрало Комиссию по обсуждению некоторых вопросов, […] и напечатало доклад своей Комиссии […]. Полагаю, что к подобному образу действий Отделения […] не приложимо понятие попустительства[1].

* Это разъяснение весьма удовлетворяет меня в одном отношении, а именно в том, что частная деятельность академика А. А. Маркова не берется Физико-математическим отделением под свое авторитетное одобрение и ответственность. Обратное предположение я беру с удовольствием и с извинением назад. Однако, дерзаю думать, что равнодушное отношение высокого ученого сословия к частной деятельности своего сочлена, вождя молодых поколений, не считающегося с этикой в обращении с

остальными работниками в области науки и просвещения, роняет престиж сословия и важное дело, которому оно служит. П. А. Н.

** Название Комиссии […] не соответствует ее действиям и содержанию ее доклада. […] [В моей] жалобе главным предметом было не преподавание математики в средней школе, а личные столкновения мои и А. А. Маркова, приведшие к просьбе моей третейски решить два вопроса, поставленных в конце этой жалобы (см. выше). Доклад Комиссии есть именно результат суда ответчика А. А. Маркова и его партии над личностью истца П. А. Некрасова, поставившего определенные вопросы и подвергавшегося за эту постановку злословию в органе Имп. Академии наук, причем Физико-математическое отделение Академии не заметило этого явочного самовольного расширения вопросов, поставленных на суд Комиссии.

В разъяснение же по вопросам преподавания математики в средней школе доклад Комиссии, избранной по инициативе А. А. Маркова, не внес света, хотя […] вопрос этот крайне нуждается в разъяснении многих противоречий, внедрившихся в проект программы средней школы.

Я искал справедливого третейского суда у первенствующего ученого сословия Российской Империи, а получил отказ в справедливом решении спора.

22. П. А. Некрасов А. А. Маркову, 18 дек. 1898 (55 № 4)

Думаю, что не следует категорически говорить ни о полной годности, ни о полной негодности выводов, обосновывающих теорию способа наименьших квадратов, ибо теория вероятностей как основание этого вывода вообще оставляет место <u>неопределенному</u> точному [?] анализу.

Что я со своей стороны придаю неопределенность выводам, содержащимся в моей статье (1912 – 1914), – это А. А. М. легко усмотрит из подчеркнутых строк в прилагаемом оттиске этой статьи (стр. 6). В приложениях теоремы Чебышева [1887?] вообще необходимо à priori различение и исследование случаев законообразных [законосообразных], <u>нормальных</u>[1], и случаев незаконообразных, <u>парадоксальных</u>. Этим духом сомнения и исследования, или критицизмом, я отличаюсь и от Ярошенко (1893), и от Тихомандрицкого (1898), и от многих других.

При оговоренных в моей статье исключениях я не вижу причины, почему А. А. М. думает, что данные там рассуждения никуда не годятся. Кое-куда годятся!..

Теория вероятностей создает главным образом вспомогательные и посредствующие суждения и схемы, ценные и необходимые в совокупности или связи с другими данными и с выводами точного научного естествознания[2].

23. П. А. Некрасов А. А. Маркову, 14 янв. 1914 (55 № 7)

А. А. М. в декабрьском письме [отсутствует] берет под суд текст (см. стр. 4 статьи (1912 – 1914) [с. 231 в журнале]): “А чтобы это решение соответствовало наиболее высокому значению вероятности *P,* нужно, чтобы низший ее предел, отмеченный в неравенствах (9) величиной $K = 1 - (H/mt^2)$ был наибольшим" и видит в этом тексте ошибку г. Ярошенко и мою. Выясняя эту ошибку, А. А. М. уже от себя устанавливает какую-то связь между P и K и из приведенного текста стряпает "силлогизм русских мыслителей", именно: "Из того, что

$$1 > P_1 > 0.9, \text{ а } 1 > P_2 > 0.8 \qquad \text{(A)}$$

следует что

$$P_1 > P_2\text{''}. \qquad \text{(B)}$$

С таким силлогизмом, конечно, не может помириться не только "западный мыслитель", но и "русский". Однако же, из взятого под суд текста не следует, что между P и K существует функциональная связь, да еще монотонная. Напротив, между P и K нет по заданию никакой определенной функциональной зависимости. Следовательно, из неравенств (A) не может вытекать обязательного неравенства (B), здесь возможны и несовместные с (B) случаи $P_1 < P_2$ и $P_1 = P_2$.

В приведенном выше подсудимом тексте слово "наиболее" слишком лаконично, его надо бы заменить очевидным из контекста всей статьи речением, выражающим ту мысль, что неизвестная и неопределенная величина P должна быть поближе к 1 и стремиться к 1 при возрастании m до ∞.

24. П. А. Некрасов А. А. Маркову, 16 янв. 1914 (55 № 9)

Не надо возводить неправду на проф. Ярошенко и К°. А. А. М. приписывает Ярошенко (1893) такие силлогизмы, каких нельзя вычерпать из его трудов как необходимое их следствие. Ошибочно полагает А. А. М., считая труды несогласных с ним математиков преступлением против математики. Для различения преступлений и добродетелей нужны догма правосудия, суд, городовые и околоточные для привода в суд и пр., а математика в этом не нуждается.

Пусть А. А. М. объяснит, кто же играет роль судей и городовых от математики и где у нее судебная догматика. Думаю, что математика руководствуется логикой и критикой чистого разума, не нуждающегося в судебном приводе преступников и в поощрении добродетелей. Математика нуждается только в доказательствах и принципиальных определениях (аксиомах), предшествующих доказательству. Аксиомы же принимаются или не принимаются добровольно, без всякого принуждения и судебного аутодафе [буквально: оглашение приговора инквизиции; расширительно: публичное сожжение виновного на костре].

Поперек последних строк текста надпись *Глупо*

25. П. А. Некрасов А. А. Маркову, 26 февр. 1914 (55 № 10)

В статье [Марков 1914] на стр. 421 [с. 515 в изд. 1951 г.] значится:

Отсюда заключаем, что переход от формулы Моавра к вышеприведенной формуле Чебышева и к другим, более сложным формулам, выражающим приближенно вероятность интегралом, не может принести большой пользы.

Говоря о пользе приближенных формул, А. А. М – в переходит в прикладную математику, изменяя своему знамени чистого математика[1]. Впрочем, этому должно посочувствовать, но приходится поспорить, почему *переход к более сложным формулам не может принести большой пользы*? Напротив, переход этого рода полезен и необходим в тех случаях, когда кривая вероятности [вероятностей] проходит через минимум своей ординаты[2]. В этих примечательных случаях формула Моавра – Лапласа очевидно не годится как не имеющая минимумов.

Также не годятся и подобные ей формулы, что доказано на стр. 505 – 506 и 521 книги [Некрасов 1896/1912]. Этот ряд случаев совершенно особый. Однако же, статистика часто представляет эмпирические кривые этого рода (см. кривую смертности Пирсона на стр. 525 названной книги), а потому подходящие к этим обстоятельствам теоретические формулы полезны, они и необходимы для установления теории сложного явления, способной стать фундаментом для выражения его эмпирического закона. Не найдет ли А. А. М – в возможным и справедливым дополнить свою статью этими замечаниями, если он соглашается с ними?

2. Примыкающие письма

26. А. А. Марков К. А. Поссе, без даты (60 № 18)

Многоуважаемый Константин Александрович

Сегодня я получил Ваше письмо, на которое спешу ответить. Начну с того, что моей статье [1912] я придавал большое значение и писал ее не для одного Ляпунова. Я надеялся, что весьма многое в ней будет понятно и убедительно для весьма широкого круга математиков и даже нематематиков. Отмечу несколько пунктов, которые мне казались особенно ясными.

1. Указание на ложность заявления, что П. А. Некрасовым [1899b] впервые даны точнейшие способы оценки погрешностей. Здесь явно неясно само выражение *точнейшие*. То, что я говорю по этому поводу, не связано специально с теорией вероятностей.

2. Указание на то, что никто не сравнивал моих методов вычисления с некрасовскими, а мной была отмечена только ошибочность *единственного* найденного у него числового результата. Ошибка, по его словам ничтожная, им признана, но вычисление *и* до сих пор не исправлено. Заявление о ничтожности ошибки представляет только субъективное впечатление г. Некрасова.

Мне казалось, что выписки на стр. 8 и 9 [с. 221] моей *Отповеди* (1912) сами говорят за себя. Сейчас он [1911, с. 440] говорит, что величина R_1^m в моем примере не стремится к нулю, [а] между тем прежде он [1899a] этого как раз и не признавал, упрекая меня будто бы я ненадлежащим образом определил количество R_1.

4. [Пункт 3 отсутствует.] На Киевском съезде при формулировке той теоремы, которая интересует Чебышева, Ляпунова и меня, он специально отметил ненужность его разнообразных условий и таким образом высказал [конец письма отсутствует].

27. Э. Л. Радлов А. А. Маркову, 8 окт. 1915 (59 № 3)

На бланке Редактора Журнала Министерства Народного Просвещения

Многоуважаемый Андрей Андреевич

Ответ П. А. Некрасова К. А. Поссе [Некрасов (1915b)] был мной тщательно отредактирован и я старался устранить из него всё, что имело хотя бы малейшее отношение к Вам. Это был труд нелегкий и весьма неприятный. По-видимому он мне не удался.

О полемических приемах Некрасова говорит К. А. Поссе [см. Письмо № 68] и это дало повод П. А. Некрасову говорить о заразе. По совести должен признать, что в Вашей заметке не было никаких выпадов против П. А. Некрасова и что она касалась исключительно существа дела. Но что Вы поделаете с таким человеком, который желает во что бы то ни стало возражать и возражать без конца. Во всяком случае, указание на полемический стиль не имеет значения по существу и вряд ли заслуживает опровержения. Таково не только мое мнение, но мнение моих помощников, которых я спрашивал по этому поводу ради беспристрастия.

Что касается ссылки на Ваши литографированные лекции, то таковую я считаю не совсем удобной, ибо в полемике можно ссылаться лишь на печатные произведения, к каковым литографированные лекции не могут быть причислены. На этом основании я вычеркнул из ответа П. Некрасова всё, что он внес из Ваших писем к нему и из Ваших литографированных лекций.

Полемика с П. Некрасовым затянулась и так уже достаточно и мне очень не хотелось бы продолжать этот спор, который мне кажется совершенно бесполезным и неинтересным для читателей журнала. Мнения П. Некрасова не разделяются большинством математиков и, конечно, эти мнения не заслуживают подробного обсуждения. Думать, что математика из опытных наук [ср. Письмо № 17], что к ней применимо наблюдение, это значит совершенно не понимать принципов математического мышления, а именно на такой точке зрения стоит Ваш противник. Переубеждать его нет возможности, и по моему мнению совершенно напрасно заниматься этим делом, поэтому моя просьба к Вам – не поднимать новых споров, в которых, конечно, Вы правы. Искренне Вас уважающий Радлов

28. Э. Л. Радлов А. А. Маркову, 9 окт. 1915 (59 № 5)

На таком же бланке

Милостивый государь Андрей Андреевич,

Вопрос о помещении Вашего письма в ЖМНП[1] будет предложен мной на обсуждение в ближайшее редакционное заседание на будущей неделе и о решении нашем Вам будет сообщено немедленно. Прошу принять уверение в уважении.

29. А. А. Марков Э. Л. Радлову, 10 окт. 1915 (59 № 1)

Милостивый Государь Эрнест Львович!

При желании редакция Ж.М.Н.Пр. могла бы, как мне кажется, очень просто покончить с полемикой П.А.Н. Для этого нужно, во-первых, признать в журнале, что редакция сделала ошибку, допустив в последнем ответе П.А.Н. полемический выпад против меня, выразившийся в заявлении, что своим стилем П.А.Н. заразился от меня. И, во-вторых, чтобы читатели могли составить правильное понятие о ссылках П.А.Н. на математические общества, редакция могла бы сама привести постановление Мат. Московского Общ., которое напечатано на заглавном листе статьи П.А.Н.[1], и отметить, что Харьк. Мат. Общ. предоставило мне возможность возражать П.А.Н., буде я пожелаю.

Если такого рода указания будут сделаны (в ясной форме) редакцией, то они могут меня удовлетворить, хотя в моем письме сделано важное указание на Cauchy. Тогда я возьму свое письмо обратно, сожалея только, что один важный пункт для читателей Ж.М.Н.Пр. останется невыясненным. Должен заметить, что К. А. Поссе связал свою заметку с книгой далеко не классической. Книга г. Попруженко мне неизвестна[2] и данное в ней определение мне не очень-то нравится, о чем я и писал К. А. Поссе. В моем же письме я привожу несомненный математический авторитет, а о Попруженко забываю.

Придаю я значение и ссылке на свои лекции, где идея нуллизма уничтожена[3]. Я не говорю, что П.А.Н. должен знать мои лекции, но лекции ясно показывают, что неосновательно приписанное мне утверждение не могло быть мной сделано.

Надеюсь, что в той или иной форме Вы удовлетворите мое справедливое желание уничтожить клевету на меня, которой запачкал Ж.М.Н.Пр. П. А. Некрасов. Прошу принять уверения в совершенном уважении.

30. Э. Л. Радлов А. А. Маркову, 15 окт. 1915 (59 № 6)

На таком же бланке

Милостивый государь Андрей Андреевич,

Я крайне сожалею, что лишен возможности напечатать Ваш ответ П. Н. [!] Некрасову.

Статья К. А. Поссе (1915) была мной напечатана ввиду его заявления, что Вы отказываетесь от дальнейшей полемики в случае помещения статьи К. Поссе. Вы были поставлены в совершенно равные условия с Вашим противником: Вы поместили о нем заметку и он возразил на нее. Вопрос о том, кто у кого заразился полемическим стилем, значения не имеет. Поссе заговорил о стиле Некрасова и Некрасов возражает на это его замечание.

Кто интересуется постановлениями Московского и Харьковского [математических] обществ относительно полемики Вашей с Некрасовым, тот сам может найти эти постановления в изданиях означенных обществ. Ввиду сказанного я считаю полемику Вашу с

Некрасовым оконченной и напечатать Ваше письмо в Ж.М.Н.П. не могу, тем более, что в этом письме П. Некрасов найдет совершенно извинительный повод для возражений.

Прошу принять уверение в совершенном уважении.

31. Неизвестный А. А. Маркову, 23 апр. 1916 (27 № 4)[1]

Милостивый Государь Андрей Андреевич,

Ваша открытка и Ваше мнение о моем знакомом напомнили мне академические споры вообще и в частности известного Клейна с не столь известным М. Симоном[2]. Оба противника безусловно выдающиеся ученые, но оба обладают крайне выраженной индивидуальностью и горячим темпераментом. Спор дошел до личных оскорблений, т. е. принял форму далеко не соответствующую требованиям "научного объективизма". В настоящее время выяснилось, что оба ученые, горячо любившие свою Родину, были в одинаковой степени правы и виноваты.

Думаю, что и в данном случае наблюдается нечто подобное. Вы, конечно, не станете отрицать убожества преподавания математики в средней школе. Редкий преподаватель (а через мои руки прошло их немало) понимает основы своей науки. Популяризация основ математики со стороны людей науки крайне необходима. В противном случае мы никогда не приобщимся к народам европейски-развитым. То же самое сознает и Ваш противник. Расходитесь вы только в способах осуществления, и, благодаря горячности, топите в анализе бесконечно малых и в теории исчисления вероятностей плодотворнейшие идеи ПЕТРА ВЕЛИКОГО. Мы должны быть прежде всего математиками, чтобы освободиться от невежества, а, следовательно, и бедности. А для этого наша школа должна быть САМОДОВЛЕЮЩЕЙ (попросту утилитарной), оставив разработку научных вопросов лицам, интересующимся чистым знанием (не прикладным). Академии должны быть сохранены, но академии народные нам еще не под силу.

Вот для этих людей жизни практической необходимо дать общие сведения как по анализу, так и по исчислению вероятностей, которыми приходится всё время пользоваться в борьбе за существование. Мы пользуемся всякими графиками, говорим о функциональной зависимости, о бесконечно малых величинах, делаем займы, ведем страховые операции, словом живем "на началах высшей математики", а продолжаем учиться и учить как учили философы времен Фалеса Милетского. Спросите любого преподавателя средней школы (о счастливых исключениях не говорю), много ли он слыхал о Лейбнице, Бернулли, Лобачевском и прочих математиках нового времени. Он будет крайне смущен Вашим вопросом и в лучшем случае выложит Вам "новейшие познания", заимствованные из популярных книжек контрабандного характера …

Итак, не пора ли людям науки забыть спор теоретического характера и помочь средней школе пробраться к свету, а не предоставлять ее судьбы таким людям, которые открыто заявляют себя противниками математического образования и вводят какую-то эстетику, балалайку, пластические танцы и гимнастику. Когда я познакомился с “МАТЕРИАЛАМИ ПО РЕФОРМЕ”, то пришел в ужас от обилия галиматьи, в которой теперь разбирается съезд Киевских педагогов. Это какой-то конгломерат иррациональных обрезков научных и педагогических знаний, не объединенных общей идеей, – нечто вроде оффенбаховских опереток, помещенных рядом с теорией Дарвина[3].

Думается мне, что со многим из вышесказанного Вы согласитесь и пойдете навстречу людям, которые много лет поработали на жизненном поприще и довольно близко знакомы как с практической, так и теоретической наукой. В надежде, что Вы не посетуете на письмо, имею честь быть всегда готовым к услугам.

Подпись неразборчива

За неразборчивость моих писаний извиняюсь, […]

3. Другие материалы о А. А. Маркове

32. В. П. Максимович А. А. Маркову, без даты (12 № 1)

Милостивый Государь Андрей Андреевич

Примите мои поздравления по поводу Вашей одиннадцатициферной таблицы лапласова интеграла [1888], который следует почитать за самую важную функцию после самой экспоненциальной. Как любитель теории вероятности [!], я особенно был порадован замечательным разложением в ряд года два тому назад данного Чебышевым [1887?] кратного интеграла, приводящегося к сходящему [?] лапласову. Теперь Вы облагодетельствовали и самый интеграл, вычислив его с более чем достаточной полнотой и точностью.

Что касается до остаточного члена формулы Legendre’а равно как и Вашей новой формулы приближения, то они не представляют для меня никакой неожиданности, так как Вы разделяете с Вашим гениальным учителем репутацию первых знатоков вычисления по приближению. Но меня немало удивило, что Вы не поскучали вычислением таблиц на пользу общую, что представляет бескорыстное принесение на алтарь математической полезности, тем более чувствительная жертва [чувствительную и т. д.], что она исходила от математика, способного двигать теорию с большим успехом.

В этом отношении Лондонское Королевское общество являет похвальный пример щедрости и такта: Вам не безызвестно, что оно издает серию всевозможных математических таблиц, ассигнуя ежегодную внушительную сумму на наем калькуляторов по профессии, буггалтеров [!], статистиков, астрономов-наблюдателей и т. д. под руководством светил науки, кои таким образом избавлены от труда производить неблагодарную работу складывания и вычитания.

Особенно достойна похвалы Ваша точная проверка таблицы, но я лишь смутно понимаю, как Вы решали сомнительные случаи, означенные через (+) и (–). Не влияет ли это обстоятельство на разности? И почему Вы не сделали поправки, т. е. не произвели означенного сложения и вычитания?

Следует ли понимать, что в большинстве случаев и числа, означенные через (+) и (–), также de facto верны без того, чтобы можно бы это à priori утверждать вообще на теоретических основаниях? Единственное указание пути к разрешению к моему недоумению [разрешению моего и т. д.] представляет лишь то обстоятельство, что Вы указываете поправку, доставляющую точность, вычисленную на единицу предел погрешности долженствуя быть [?] $1/2x10^{12}$ вместо обыкновенного $1/2x10^{11}$. Я желал бы иметь разъяснения по этому обстоятельству.

Примите мои уверения о моем к Вам уважении. Владимир Максимович[1]

33. А. В. Васильев А. А. Маркову, 3 дек. 1897 (51 № 1)

Многоуважаемый Андрей Андреевич,

В то время, как по Вашей инициативе поднят был вопрос о плохой подготовке поступающих в Университет, некоторые члены нашего факультета обсуждали вопрос о роли, которую могли бы университеты играть в деле высшего технического образования. Результатом обсуждения явилась записка, которая на днях будет напечатана и экземпляр которой я пошлю Вам.

Целью нашей записки протестовать против практиковавшегося в нынешнем году в некоторых высших технических учебных заведениях отказа в приеме лицам, окончившим курс в университете и затем указать на вопиющие нужды учебно-вспомогательных учреждений нашего университета, на необходимость постройки новых зданий для химической лаборатории, физического каб. и др. учреждений. В эту записку мне очень хотелось вставить место о необходимости изменений в програме классических гимназий (в записке говорится о необходимости допущения реалистов), но мои коллеги нашли, что такая вставка повредит цели. При немного формальном направлении дела в нашем факультете (между провинцией и столицами в этом отношении большая разница) я не решаюсь поднять отдельно вопрос о подготовке гимназистов, но на случай буду собирать как можно больше материала по этому поводу. Не откажитесь переслать мне экземпляр мнения вашего факультета, если оно будет напечатано.

Благодарю Вас очень за пересылку мне работы Вашего безвременно погибшего брата[1]; остались ли после него еще другие работы ? Посылаю статейку о Конгрессе, на котором многие жалели, что Вы не приехали (Klein, Picard)[2].

Прошу принять уверения в глубочайшем уважении вполне преданного Вам А. Васильева. Прошу Вас покорнейше передать мой глубочайший поклон Вашей супруге.

34. А. А. Марков Б. Ф. Малешевскому, без даты (60 № 15)

Милостивый государь Болеслав Фомич!

Только что появившаяся книга С. Е. Савича (1900) заставила меня снова обратить внимание на теорию неспособности к труду. Я сравнивал Ваше изложение [1889 – 1900] с изложением Савича и, конечно, должен отдать предпочтение Вашему. В книге Савича я не нашел никаких указаний на основные работы по этому вопросу.

Мне особенно интересно было бы познакомиться с теми трудами, которые не вошли в составленный Вами список. Ни один из темных и сомнительных пунктов не разъяснен в книге Савича, так что в научном отношении она едва ли имеет какое-нибудь значение.

Обращаясь к Вашей книге, я позволю себе обратить Ваше внимание на коэффициент $\mu_t^{(a)}$ (том 2, часть 1, 421). Хотя Вы называете $\mu_t^{(a)}$ коэффициентом смертности для способного к труду в возрасте $x + t$ лет, но на стр. 422 $\mu_t^{(a)}$ представляет только часть u_t, быть может весьма небольшую часть всего коэффициента смертности. Действительно, на стр. 422 $\mu_t^{(a)}dt$ представляет вероятность умереть при сохранении способности к труду, а случаи такой смерти едва ли не следует считать исключительными. В тесной связи с $\mu_t^{(a)}$ находится другой коэффициент, $\mu_t^{(i)}$.

Этот коэффициент, как у Вас сказано, некоторые считают равным $\mu_t^{(a)}$. Если $\mu_t^{(a)}$ имеет вышеуказанное значение, обусловленное способностью к труду в момент смерти, то едва ли равенство $\mu_t^{(i)} = \mu_t^{(a)}$ может быть допущено даже как приближенное. При рассмотрении вероятности смерти неспособного к труду важно рассматривать не только возраст лица, но и промежуток времени с момента начала неспособности, так как коэффициент смертности неспособного к труду может сильно изменяться с изменением времени, протекшего с момента начала неспособности.

Можно даже и весьма естественно предполагать, что при начале неспособности этот коэффициент бесконечно велик. Итак, многоуважаемый Болеслав Фомич, позвольте спросить Вас, останавливались ли Вы когда-нибудь над этими вопросами и встречали ли их в литературе по страхованию.

Прошу принять уверения в глубочайшем уважении и преданности.

35. К. А. Андреев А. М. Ляпунову, 1901 (Гордевский 1955, с. 42)

Я испытал на себе всю неприятность иметь полемику с человеком, не любящим стеснять себя в резких на чужой счет выражениях. А. А. Марков почти обругал меня[1].

36. А. М. Ляпунов В. А. Стеклову, 1902 (Стеклов 1991, с. 28)

Несмотря на резкости Маркова, им очень дорожат в Академии […]

37. В. А. Стеклов А. М. Ляпунову, 1902 (там же, с. 29)

[Марков] несомненно человек, достойный всякого уважения.

38. А. А. Марков Президенту Академии Наук К. К. Романову, 22 февр. 1905 (60 № 27)

Ваше Императорское Высочество!

18-го февраля текущего года мной получена записка, которая была подписана Вашим Высочеством 4-го февраля[1]. Я не желаю подвергать эту записку критическому разбору, но подпись

Августейшего Президента Академии Наук вынуждает меня сделать несколько замечаний.

И прежде всего считаю необходимым заявить, что я не могу изменять своих убеждений по приказанию Начальства. Затем, как профессор университета, преподающий *Дифференциальное и Интегральное Исчисления* и *Теорию вероятностей*, я должен обратить благосклонное внимание Вашего Высочества на то, что высшие учебные заведения, вообще, не находятся в ведении Президента Академии Наук и что о способах преподавания того или иного предмета могут судить правильным образом только лица, вполне владеющие этим предметом.

Наконец, усматривая в записке предложение выйти в отставку, честь имею доложить Вашему Императорскому Высочеству, что я немедленно оставлю Академию как только Общее Собрание признает мое пребывание в ней излишним.

Вашего Императорского Высочества

всепреданнейший А. Марков

39. А. А. Марков, Открытое письмо, *СПб Ведомости* № 158, 1(14) июля 1905, с. 1[1]

Ввиду того, что Граф Шереметьев в числе участвовавших в составлении прочтенного им адреса упоминает о людях науки, честь имею предложить графу Шереметьеву назвать имена этих людей науки, предлагая также не только участвовавшим в составлении адреса, но и всем людям науки, солидарным с этим адресом, открыто выступить в печати.

Безыменное же упоминание о людях науки не имеет значения и не может умалить факт, что весьма многие ученые открыто присоединились к мнениям, которые согласовать с адресом графа Шереметьева невозможно. 28 июня 1905 г. Академик А. Марков

40. А. А. Марков, Письмо в редакцию. *СПб Ведомости* № 170, 16 (29) июля 1905, с. 1

Прошу редакцию констатировать, что стороны графа Шереметьева до сих пор не последовало ответа на мое предложение назвать солидарных с ним людей науки […] Из ученых же только двое заявили в *СПб Вед.* о своей солидарности с графом Шереметьевым. Полагаю, что в других газетах подобных заявлений не было; если ошибаюсь, то прошу исправить небольшую ошибку.

Впрочем, если группа, состоящая из одной только тысячи лиц, решается присвоить себе название *Союза русских людей*, то двух ученых более чем достаточно для образования Союза русских ученых.

14 июля 1905, А. Марков

41. Граф Павел Шереметьев. Письмо в редакцию. *СПб Ведомости*, 28 июля (10 авг.) 1905, с. 2

В одном из номеров *СПб Вед.* было помещено письмо академика А. Маркова, который “имел честь” предложить мне назвать людей науки, участвовавших в составлении адреса Государю Императору 21 июня. На это назойливое письмо я умышленно не отвечал.

Теперь академик Марков вновь поместил в вашей газете новое письмо, в котором просит читателей “констатировать” мое молчание. Советую г. академику Маркову обратиться за нужным ему для проверки [нрзб] в канцелярию Союза русских людей […]. Здесь доищется он, кто из людей науки участвовал в составлении адреса и кто из них вообще состоит в Союзе. […]

Гр. Павел Шереметьев

Редакционное примечание: нас поразил, да, вероятно, и всех поразит резкость тона гр. П. Шереметьева по отношению к академику Маркову

42. А. А. Марков Н. Я. Цингеру, без даты (60 № 9)

для выяснения закона Гаусса следовало взять как можно больше наблюдений, т. е. все. Обращаясь к примеру а) на стр. 67, я встретил большое затруднение для самостоятельной оценки его в том, что не указан средний рост ни для одной из групп < 34, 34 – 35, 35 – 36, и, вместе с тем, конечно, не указано распределение наблюденных чисел внутри этих групп[1].

У Вас сделана ссылка на *Военно-статистическое обозрение* Петербург. военного округа. Но я затрудняюсь достать это обозрение и кроме того полагаю, что оно не доставит мне желаемых результатов. С какой точностью производились эти измерения?

Затем, по поводу приведенных Вами примеров я просил бы Вас ответить мне: всегда ли Вы при обработке статистических данных и наблюдений, аналогичных приведенным Вами, получали такие же согласные с теорией результаты, как в указанных Вами случаях. Не случалось ли Вам довольно часто встречать и значительные отклонения от теоретических выводов, не объяснимые какими-либо особенностями данного случая. В моем примере, подобном приведенному Вами в § 34, дело идет о сумме 100 величин не совсем независимых друг от друга, так как я рассматриваю последовательные логарифмы[2].

[Письмо без начала и без конца.]

43. Н. Я. Цингер А. А. Маркову, 16 дек. 1908 (22 № 1)

Многоуважаемый Андрей Андреевич,

Извините прежде всего запоздалость моего ответа на Ваше письмо и на поставленные в нем вопросы; всю эту неделю меня отвлекали в сторону разные неотложные дела.

Вы замечаете, что для выяснения закона Гаусса на приводимом мной на стр. 67 – 68 примере[1] следовало бы не ограничиваться только 40 наблюдениями 1843 года, а взять и все относящиеся сюда остальные, давшие в среднем [склонение, см. ниже] $\delta_0 = 88° 28'58''.44$. Я вполне согласился бы с этим, если бы задавался целью исследовать возможные отступления от этого закона и объяснять их теми или другими причинами.

Мои же примеры, как и в других курсах и книгах, предназначаются лишь для наглядного представления всего того, что говорится в теории случайных ошибок; а для этого нет надобности ни брать многочисленные факты из действительной практики, ни указывать на случающиеся при этом значительные отступления от теоретических ожиданий, происходящие по большей части лишь от невыполнения при наблюдениях и опытах тех исходных идеальных положений, на которых строится самая теория.

Само собой разумеется, что было бы очень интересно и полезно при обсуждении всех таких отступлений входить в ближайшее рассмотрение их вероятностей, чтобы не приписывать их только по виду каким-нибудь другим причинам, кроме чистой случайности. Но это делается обыкновенно лишь для самых крайних по величине из происшедших в данном ряде ошибок.

И в приведенном мной примере закон случайных ошибок оправдывается далеко не в совершенстве, как то и должно быть: 1) на 40 ошибок приходится 18 отрицательных и 20 положительных, а куда причислить остальные две, равные 0, остается неопределенным. 2) Число ошибок, меньших по своей численной величине вероятной $\pm 0.''153$, выходит равно 22, а не 20, как то следовало бы по теории, и на это Вы сами указываете[2].

Но главное, о чем я должен сообщить Вам, заключается в следующем. Взяв этот пример для своей лекции уже очень давно, я при печатании их совершенно не заметил, что он уже устарел, и, хоть нельзя сказать, чтобы он уже совсем никуда не годился теперь, но во всяком случае нехорош потому, что на численные величины определявшихся склонений δ влияла постоянная причина, открытая лишь новейшими точнейшими наблюдениями.

Это 14-тимесячные периодические изменения широты всех мест на Земле[3], которых переменная амплитуда доходит иногда до $\pm\ 0.''25$. В сущности же характер ошибок Δ мало изменяется от этого обстоятельства, так как оно того же порядка, как и многие другие источники ошибок, действующих по своим неизвестным нам законам и вместе с ними складываются. То же замечание надо сделать и по отношению к классическим примерам определения закона Гаусса, которые берутся многими авторами у Бесселя[4] и которые можно найти напр. у Бертрана в его *Calcul des probabilités*, 1889 (p. 188 – 189).

Как Вы совершенно верно предполагаете, данные о росте новобранцев, взятые мной из *Военно-стат. обозрения* Пет. в. округа, для примера на стр. 67, в ближайшие подробности об измерениях этого роста не входят.

[Письмо не окончено.]

44. Н. Я. Цингер А. А. Маркову, 13 марта 1914 (22 № 3)

Статья Charlier'a (1906), в которой он прилагает свои несимметричные формы A и B кривой вероятностей к некоторым примерам из статистики, ботаники, зоологии и проч., была напечатана в 1906 г. в […] под заглавием […] .

На заглавном же листе этой статьи помечено, что ее можно найти также в […] и […] Н. Цингер

45. [Отец] Михаил А. А. Маркову, без даты (27 № 13)

Милостивый Государь г. профессор

Прежде, чем придет просимое Вами отлучение от православной церкви, будьте столь добры уделить несколько минут времени для прочтения настоящего к Вам моего письма![1]

Вы, как профессор высшей математики, оспариваете догматы православной церкви. Якобы, что передано преданием, то не подлежит вере? Хорошо сказано, но ведь и наука, которой Вы считаетесь высшим представителем, также по преданиям перешла к европейцам от ученого племени арабов – “магребов”[2]. Св. Евангелие передает верую жизнь Спасителя мира! В больших центрах мира – Лондоне, Риме и т. д. – хранятся найденные рукописи апостолов с текстом Евангелия, фактически доказывающих сущность последнего.

Для Вас, как для Ученого человека кажется хорошо известно, кем нарушаются все законы Христианства. Заповеди Бога нарушены, – “не убий” стало повседневным посмешищем в газетах “столько-то повешено и столько-то приговорено к смертной казни”. Далее, Спаситель Мира сказал при Пилате “Богу – богови, и Кесарю – кесарево”, т. е. точный смысл сих слов такой: “Не нарушайте законов Божеских законами человеческими”.

Всё это попрано Владыками земли, как светской, так и духовной власти[3]. Виноваты ли догматы христианской религии, если ими пользуются люди, чтобы жить всегда в довольстве и порабощении других, пугая их всё тем же Богом, что якобы Власть им дана от Бога. Это, если перевразировать, [!] то выходит разбойникам дана также власть грабить и убивать других тоже во исполнение законов христианской религии.

Если солдат принял присягу, он должен таковую исполнять свято, а если то же самое касается высшего лица, то тут уже присяга касается личного усмотрения этого лица. Не абсурд ли всё это? Если люди просят улучшить их материальный быт вследствие дороговизны продуктов, их расстреливают как собак[4] – и кто же те самые, кто причислены к православной церкви именуются христианами и действуют они якобы данной властью им от Бога! Всё прикрывается именем того, который их же создал и в благодарность за всё Его именем торгуют как на бирже!

Да совести у людей нет, они перестали признавать Великого Бога, отрицать истины, доходят до нахальства! Но пусть ученые мира изменют [!] законы мироздания, пусть они из семени березы произрастят дуб, или же из семени сосны вырастят клён! Пусть изменят слова Бога “из земли взят и в землю войдешь! В поте лица твоего будешь ты добывать хлеб свой. В болезнях будешь растить детей своих”[5]. В библии сказано: Бог создал Небо, Землю, Солнце, Луну и Звезды, зверей, птиц, рыб и других насекомых [!] и в конце разумного владетеля Земли, Человека. Вы всё это видите своими глазами и несмотря на это отрицаете истину всего?

Если граф Л. Толстой стал копировать великое учение “Спасителя”, вы все готовы целовать ему ноги – к чему это и почему??? Так все вы рабы предрассудка, а не душевной мысли собственного ума и собственных глаз! Да, это великий позор для христианства, что профессор высшей математики – раб предрассудка, а не здоровой мысли! Горе народу, когда его духовные вожди мысли рабы людского тщеславия и похоти, дальше действительно плыть кораблю некуда, ибо кормчий его сошел с ума (сумасшедший) и разрушение всего момент стихии.

Горячо скорблю о Вас, но помочь не могу. Я ниже в сто раз образованней, чем Вы. Михаил

46. А. А. Марков, Один эпизод из моей жизни, без даты (60 № 4)

Начало этого эпизода относится ко времени образования первой испытательной комиссии по уставу 1884 года. В то время в С. Петербургском университете было четыре профессора математики: А. Н. Коркин, Ю. В. Сохоцкий, К. А. Поссе и я, причем первенствующую роль играл А. Н. Коркин, а я был самым младшим.

Председателем нашей испытательной комиссии был назначен известный профессор Н. А. Любимов[1], которому надо было найти члена и экзаменаторов. Но мы относились отрицательно к испытательной комиссии, в особенности под председательством Н. А. Любимова, и все четверо решили в ней не участвовать. На это нам давал право и сам устав 1884 года, в котором испытательные комиссии совершенно отделены от университетов. Надо заметить, что Министерство особыми циркулярами объясняло профессорам, что они не судьи знаний студентов и что зачет полугодий в университете должен производиться по формальным признакам.

Для образования комиссии Н. А. Любимову прежде всего надо было найти члена ее. Он просил принять эту обязанность сначала А. Н. Коркина, затем Ю. В. Сохоцкого и, наконец, К. А. Поссе. Когда же все они, согласно нашему уговору, отказались, он, не желая получить отказ и от меня, самого младшего математика, снова обратился уже с настойчивыми требованиями к Ю. В. Сохоцкому.

Не знаю, посредством каких мер побуждений он вынудил Ю. В. Сохоцкого согласиться быть членом комиссии. Знаю только, что Ю. В. Сохоцкий сообщил нам, что он должен был уступить Н. А. Любимову и просил нас помочь ему в производстве экзамена и что К. А. Поссе обещал ему содействие.

Заручившись согласием Ю. В. Сохоцкого, председатель комиссии счел лишним церемониться с экзаменаторами и в свое время прислал К. А. Поссе и мне приглашения, имеющие характер приказа, явиться на экзамены по нашим предметам в определенные дни и часы. К счастью, в это время [с 1886 г.] я был уже адъюнктом Академии и потому на приказ Н. А. Любимова мог ответить решительным отказом принять участие в экзаменационной комиссии. По этому поводу я имел с ним любопытный разговор на лестнице в Университете, где мне пришлось случайно с ним встретиться.

В ответ на мое заявление, что обязанности службы по Академии наук препятствуют мне принять участие в экзаменационной комиссии, Н. А. Любимов возразил, что моя обязанность исполнять предписания начальства. Когда же я обратил его внимание на то, что он мне не начальник, он признал, что письмо не совсем правильно написано и предложил его заменить другим. Таким образом он обнаружил сделанную им оплошность и показал, что это письмо может быть мне полезно [?]. Конечно, я просил его не трудиться переписывать письмо, так как всё равно я не могу экзаменовать, а он заявил, что он прекрасно без меня обойдется и что не будет даже о моем отказе докладывать министру.

Прошло несколько лет, в течение которых я сохранял где-то спрятанным письмо Н. А. Любимова. В 1890 году Академия Наук избрала меня в экстраординарные академики. Проходит довольно

[Письмо не окончено]

47. Н. Е. Жуковский А. А. Маркову, 23 ноября 1912 (56 № 1)

Милостивый Государь Андрей Андреевич!

Я могу только подтвердить то, что Вам писал С. А. Чаплыгин. Вместе с докладом о Вашей статье [1912] я высказал мысль, что следует ожидать на нее ответ от П. А. Некрасова. Общество, которое несочувственно отнеслось к возникшей полемике, решило печатать только две статьи, – Вашу, в конце которой было написано, что Вы сказали достаточно, и ответную статью П. А. Некрасова. Согласно этому решению и была напечатана статья П. А. Некрасова [1912], к которой прибавлено замечание, что она печатается по упомянутому постановлению Общества[1].

В заседании 20 ноября сего 1912 года Математическое Общество единогласно подтвердило свое решение. В силу его на страницах *Математического сборника* полемика между Вами и П. А. Некрасовым продолжаться не может. Не могу не упрекнуть Вас за выражения Вашего письма относительно высокочтимого Сергея Алексеевича Чаплыгина, которые едва ли можно считать корректными.

С совершенным почтением Н. Жуковский[2]

48. К. А. Андреев П. А. Некрасову, 1915 (Шейнин и др. 1994, с. 132)

Одни, стараясь строить прочно на не подготовленной и еще зыбкой почве, принуждены […] расплываться в широковещательных объяснениях, в громоздких словесных формулировках и т. под. Это Ваш грех. Другие, не имея возможности оправдать [ошибочное] положение, что прогресс науки обуславливается недопущением расширения кругозора, прибегают к софистике и не удерживаются от соблазна уязвлять противника не научным, а публицистическим оружием. Это грех К. А. Поссе. […] Не будучи грешен ни в том, ни в другом, [Марков] […] до сих пор остается старым закоренелым грешником по части провокации споров[1]. Я уже давно понял это и нахожу, что единственное средство избавить себя от неприятности быть на удочке провокатора, это не реагировать ни на какие его выпады.

49. А. А. Марков, Открытое письмо профессору Духовной академии А. Бронзову, без даты (1 № 60)

Милостивый Государь

Ваше письмо в редакцию *Нового Времени* заставляет меня обратить Ваше внимание на одно хорошее правило: не говорить, и в особенности не писать о том, чего хорошенько не знаешь и не понимаешь. Всё Ваше письмо, к сожалению, основано на нарушении этого правила. Отмечу то, что ближе меня касается[1]

[Письмо не окончено]

50. А. А. Марков Его Сиятельству Министру народного просвещения, без даты (60 № 22)

Честь имею сообщить Вашему Сиятельству, что увольнение 50 учеников закрытых ныне учебных заведений послужило А. Н. Лебедеву, исправлявшему в последнее время обязанность директора этих заведений, для избирательного маневра на чрезвычайном общем собрании общества родителей в Петрограде для содействия воспитанию и образованию детей школьного возраста.

На повестке собрания в числе дел были указаны выборы директора. Мои указания на невозможность выбирать директора в общем собрании и указание, что при настоящем [письмо не окончено][1].

51. Д. А. Граве А. А. Маркову, 21 апреля 1916 (5 № 5)

Глубокоуважаемый Андрей Андреевич

[…] я думаю, что Вы за это время имели возможность выяснить, заслуживает ли мой прием внимания Академии Наук. Если заслуживает, то я мог бы изменить мое предисловие на основании Вашего письма, со справедливостью которого я должен согласиться[1].

[…] Васильев окончил работу вычисления пенсионной кассы для Саратова. Он упростил дело, взяв вместо всего персонала служащих одно лицо среднего возраста (как жизни, так и службы) со средним окладом жалованья со средней брачностью и семейственностью. Результаты получились близкие к результатам Ваших вычислений М. Ю.[2] [Министерства юстиции.]

Для пенсий трудоспособных пришлось составить таблицу увольняемости, которую он составил на основании данных различных земств. Эти пенсии оказались настолько дорогими, что Васильев в своей объяснительной записке стал на Вашу точку зрения нежелательности таких пенсий.

Мои хлопоты со страховым [нрзб] в Киевском Коммерческом Институте привели к неожиданному результату: меня выбрали деканом, чего я не добивался и, по правде сказать, не особенно желал. Это деканство будет отнимать время от научных занятий, но, с другой стороны, хорошая постановка преподавания страховых наук также важна для России. Я дал рекомендательное письмо к Вам моему ученику Жилинскому[3].

Получил “абракадабру” Некрасова, читал для развлечения моим ученикам. К нему нельзя серьезно относиться. […]

52. Д. А. Граве А. А. Маркову, 13 дек. 1916 (5 № 7)

Многоуважаемый Андрей Андреевич

[…] В последней книжке страхового журнала я нашел статью Березина, в которой автор указывает на удивительное разногласие Ваше с Малешевским. Скажите, считаете ли Вы излишне большие убытки черниговской пенсионной кассы в вычислениях Малешевского следствием недомыслия, или же можно предполагать с его стороны заднюю цель.

Я получил также роскошное издание новой таблицы смертности 9 русских страховых обществ. Я и не знал, что [нрзб] сделался профессиональным актуарием.

С совершенным почтением остаюсь преданный Д. Граве

53. В. И. Романовский А. А. Маркову 2 ноября 1916 (17 № 1)[1]

Глубокоуважаемый Андрей Андреевич,

Второй пример Ваш, как Вы и сами пишете в открытке, не опровергает моего утверждения. Первый же среди значений x заключает бесконечно большое значение (в нем $x = t/[1 - t\sqrt{2p/nq}\,]$ обращается в беск. при $t = \sqrt{nq/2p}$). Если исключить это значение x из рассмотрения и предположить, что всегда возможно, $p < q$, то можно обнаружить, что мат. ож. x^m имеет пределом

$$(1/\sqrt{\pi}) \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-x^2)x^m dx.$$

При этом такое исключение одного особенного значения x не влияет на выводы о вероятности $P(\alpha < x < \beta)$. Но меня эти соображения не удовлетворяли, и потому я сам стал искать опровергающих мое утверждение примеров. Ясно, что их, придерживаясь величины $t = (m - np)/\sqrt{2npq}$, нужно искать в форме $x = t + \varphi(n; t)$, в которой

$$\lim \varphi(n; t) = 0, n = \alpha$$

и в которой $\varphi(n; t)$ нельзя разложить в сходящийся ряд по цел. полож. значениям числа t (в случае возможности подобного разложения величина x удовлетворяет условию

$$\lim \mathrm{E}(x^m) = (1/\sqrt{\pi}) \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-x^2)x^m dx). \qquad (1)$$

Но в этом направлении я еще не подыскал хорошего подходящего примера и не могу также и прямо обнаружить верность моего утверждения.

Сомнения Ваши заставили меня пересмотреть свое доказательство необходимости условия (1). И здесь я встретился с таким обстоятельством. По существу мое доказательство приводится к положению: Если

$$A_1\theta_1(\alpha) + A_2\theta_2(\alpha) + A_3\theta_3(\alpha) + \ldots = 0 \qquad (2)$$

при любых α, причем $A_1, A_2, A_3, \ldots$ – некоторые коэфф., не зависящие от α, то $A_1 = A_2 = A_3 = \ldots = 0$. Напомню, что здесь

$$\theta_0(\alpha) = (2/\sqrt{\pi})\int_0^\alpha \exp(-x^2)dx \text{ и } \theta_k(\alpha) = d^k\theta_0(\alpha)/d\alpha^k,\ k = 1, 2, 3, \ldots$$

Верно ли это положение? Из условия (2) при всяком α получается беск. множество линейных однородных уравнений в [с неизвестными] $A_1, A_2, A_3, \ldots$, определитель которых бесконечен. Если взять первые n из этих ур. и удержать в них только члены, заключающие $A_1, A_2, \ldots, A_n$, то получится система, определитель которой равен $\pm\ 2^{n(n+1)/2}$, которая удовлетворяется только значениями $A_1 = A_2 = \ldots = A_n = 0$. Если рассматривать упомянутую бесконечную систему как предельную для подобных конечных систем, то мы придем к выводу, что высказанное выше положение правильно, а мое утверждение о необходимости известного условия верно, если только рассматриваемая величина x не заключает среди своих значений
$+\infty$ или $-\infty$. В этом последнем случае при помощи ряда, который указан в моей статье, конечно, ничего нельзя получить. Нужно еще исключить и тот случай, когда мат. ож. x^m безгранично возрастает (к этому случаю относится Ваш пример в открытке). Таким образом, выясняется необходимость некоторых ограничений для величины x, когда мы желаем, чтобы известное условие было и необходимым для сущ. равенства

$$P(\alpha < x < \beta) = (1/\sqrt{\pi})\int_\alpha^\beta \exp(-t^2)dt.$$

Я думаю, что ввиду Ваших сомнений и тех ограничений, о которых я сейчас писал, лучше всего пока отказаться от моего утверждения и выпустить его из моей работы. Остается еще задача Я. Бернулли[2]. Я думаю, что то решение, которое я дал ей, хотя и не окончательное, имеет некоторый интерес. В моем решении дано разложение вероятности

$$P(np + t_1\sqrt{2npq} < m < np + t_2\sqrt{2npq})$$

в ряд по целым полож. степеням числа $1/\sqrt{2npq}$, причем получается ряд, сходящийся при всех конечных t_1 и t_2. След., сумма первых k членов этого ряда дает тем более близкое к истинному значению приближенное значение, чем более число k.

Конечно, к этому факту нужно сделать для полного решения задачи Я. Бернулли важное дополнение: оценить степень приближения приближенного значения. Я этого не мог сделать, хотя и думал об этом. Может быть это и удастся когда-нибудь мне сделать. Во всяком случае, тот ряд, который я дал, может облегчить решение задачи об оценке приближения, и он для этой цели более годен, чем разложение Чебышева или Брунса[3], потому что коэффициенты его вычисляются проще, чем в этих разложениях.

Я очень желал бы знать Ваше мнение о возможности напечатать мою работу в *Известиях Ак. Наук* при условии, что в ней будет выпущено мое утверждение о необходимости известного условия и буду Вам очень благодарен за сообщение [представление?] его.
Искренне уважающий Вас В. Романовский

54. М. В. Птуха А. А. Маркову, 10 ноября 1916 (16 № 1)[1]

Глубокоуважаемый Андрей Андреевич!

Должен попросить у Вас извинения, ибо действительно после Вашего последнего письма я убедился и сам, что в моей книге есть несколько неточностей, которые всё же, как я надеюсь, вряд ли могут ввести сколько-нибудь опытного читателя в заблуждение относительно Ваших взглядов. Я не обратил достаточного внимания на Ваше беглое замечание, что формулу Пуассона (по-моему второй критерий при измерении устойчивости малых чисел)[2]. Вы не считаете возможным приложить к случаям Борткевича.

В заблуждение ввела меня 1-я страница Вашей заметки [1916, с. 55], где высказывается мнение о том, что Борткевич и Кауфман видят “закон малых чисел” в том, что коэффициент дисперсии для малых чисел не может быть большим. Это и послужило основанием того, что я недостаточно принял во внимание конец Вашей заметки, хотя всё же процитировал его полностью. Приняв за Ваше мнение воззрение, высказанное у Вас на странице 1-й, я и счел возможным подвергнуть Ваши соображения критике в той форме, как это сделано[3].

Следствием этого и являются мои утверждения (стр. 111 и 113) о том, что Вы полагаете, что закон малых чисел (в смысле Борткевича), или, что специальная устойчивость малых чисел, измеряемая коэффициентом дисперсии, не имеют ничего общего с теорией вероятностей, – утверждения, что это Ваш основной тезис, как мне и теперь кажется, вполне соответствует стр. 1-й Вашей заметки. Мой главный грех я вижу в том, что не оговорил специально Вашего взгляда о сфере приложения формулы Пуассона. К этому следует прибавить, что я недостаточно точно, ясно и определенно разделяю изложение Ваших взглядов и своих замечаний.

На Ваше последнее замечание я уже ответил Вам в своем последнем письме. Составление примеров я Вам не приписываю, а только указываю, что они имеют частный характер. Теперь же, после Вашего письма, я аргументировал бы следующим образом. Мне думается, что Ваши замечания в той же мере приложимы и к концепции Лексиса, поскольку она прилагается к социальной жизни. Я это бегло отметил уже в своей книге.

И при применении способа Лексиса имеют дело с двумя критериями: вычислением коэффициента дисперсии и законом случайных ошибок Гаусса. Если Вы, как мне думается, полагаете, что последний применяется в случае больших совокупностей однородных наблюдений, построения Лексиса становятся столь же дефектными, как и “закон малых чисел” (в смысле Борткевича). Коэффициент дисперсии, как я и указываю в своей книге, может быть приблизительно равен единице при самых разнообразных комбинациях, из которых почти все не имеют никакого отношения к теории вероятностей. В этом и состоит сущность моих замечаний относительно частных примеров Борткевича, с которыми Вы оперируете.

С моими личными экземплярами книги случилось что-то странное. Типография их мне на дом не высылает, а здесь у меня имеется только 1 несброшюрованный экземпляр пробных листов. Я уже хотел было выслать его Вам, но постеснялся. Писал редактору *Записок* проф. Ященко 2 раза и 2 раза секретарю совета профессоров просьбу послать Вам немедленно экземпляр моей книги. Не знаю, исполнили ли они это, – если нет, я смогу сделать это только по приезде в Петроград, т. е. в середине декабря. Мне чрезвычайно тяжело, что вышла такая неприятная история с посылкой Вам книги.

Еще раз приношу свои извинения за то, что у меня вкрались некоторые неточности в изложении Ваших взглядов. Искренне уважающий Вас Мих. Птуха

55. А. А. Марков неизвестному, без даты (60 № 33)

Милостивый государь Александр Христианович!

Спешу уведомить Ваше Превосходительство, что я выхожу из состава воспитательной комиссии, не желая принимать никакого участия в разыскании и разработке новых мер воздействия на учеников и их родителей. Покорнейше прошу Вас сообщить об этом и председателю родительского комитета.

Прошу принять уверения в совершенном почтении и преданности[1].

56. В. Г. Короленко, Письмо А. А. Маркову. *Русские ведомости* 4 мая 1917, с. 5

Глубокоуважаемый Андрей Андреевич.

Внимание, оказанное мне представителями точного знания и выразившееся в избрании меня в члены комитета *Свободной ассоциации положительных наук*, считаю для себя великой честью. Опасаюсь только, что оно мной не заслужено, так как я ничего не сделал в области точных знаний. Но если настоящие работники в этой области считают, что глубочайшее уважение к роли точных знаний в движении человечества к истине и справедливости, которое может быть сказалось в моей литературной работе, является достаточным цензом для избрания скромного писателя в вашу среду, то я принимаю эту честь с великой признательностью.

Прошу передать возникающему обществу пожелание заслуженного успеха, а Вас лично прошу еще принять выражение моего глубокого уважения. Вл. Короленко[1]

57. А. А. Чупров английскому статистику Л. Иссерлису, конец 1925 или начало 1926 г. (Шейнин 1990, с. 46)

Марков относился к Пирсону, можно сказать, с презрением. Характерец был у Маркова не легче, чем у Пирсона и малейших противоречий он также не переносил. Можете себе представить, как он воспринимал мои настойчивые указания на крупное научное значение трудов Пирсона[1].

58. А. Ферсман Карлу Пирсону, 31 июля 1926 (Pearson Papers, Univ. College London, 511)

На бланке Непременного секретаря АН СССР (написанном по-французски), № 5142

Monsieur le Professeur,

En réponse de Votre lettre du 15 juillet je m'empresse de Vous informer, que l'Académie des Sciences de l'URSS accueille avec un sentiment de vive satisfaction Votre proposition de publier les photographies de feu ses membres Tschebyschew et Markov dans Votre revue.

A sujet des dates de leur naissance et mort j'ai l'honneur de Vous faire connaître, que l'académicien Tschebyschew, né le 14 mai 1821, est mort le 26 novembre 1894 et l'académicien Markov, né le 2 juin 1856, est mort le 20 juillet 1922.

Veuillez agréer, Monsieur, l'assurance de ma haute considération.

A. Fersman

M-r le Professeur CHARLES PEARSON

[Господин профессор,

Отвечая на Ваше письмо от 15 июля, спешу сообщить Вам, что Академия Наук СССР с чувством глубокого удовлетворения воспринимает Ваше предложение поместить в Вашем журнале фотографии своих покойных членов, Чебышева и Маркова.

По поводу дат их рождения и смерти имею честь уведомить Вас, что академик Чебышев родился 14 мая 1821 г. и умер 26 ноября 1894 г., а академик Марков родился 2 июня 1856 г. и умер 20 июля 1922 г.

Прошу Вас, господин Пирсон, благосклонно принять уверение в глубоком почтении[1].

А. Ферсман

Господину профессору КАРЛУ ПИРСОНУ]

59. В. В. Голубев П. Я. Кочиной, 1953 (Кочина 1981, с. с. 191)

А. А. Марков с присущим ему стремлением критиковать во что бы то ни стало усмотрел в таком ограничении повод для существенной критики работы [С. В. Ковалевской] […] между тем, по моему мнению именно это ограничение и открывает основную идею работы[1].

4. Материалы о П. А. Некрасове

60. П. А. Некрасов А. И. Чупрову, 17 февр. 1899 (Шейнин 1995, с. 160)

Милостивый Государь Александр Иванович!

Сегодня Ваша лекция, как я слышал, не состоялась под давлением группы студентов, желающих препятствовать ходу учебных занятий. Так как есть другая группа студентов, добивающаяся противоположного, то усерднейше прошу Вас завтра на предстоящей у Вас лекции не делать уступок и по возможности осуществить ее. Без сомнения этим путем Вы повлияли бы в благоприятную сторону на прекращение студенческих беспорядков[1].

Прошу принять Вас уверение в моем уважении.

61. В. А. Стеклов А. М. Ляпунову, 1901. Стеклов (1991, с. 23)

Некрасов "известный русский стилист и умник".

62. Он же А. А. Маркову, 1915. Там же, с. 229

Некрасов "подленький идиот, трансфинитное ничтожество".

63. А. М. Ляпунов К. А. Андрееву, 1901. Шейнин (1989а, с. 307)

Некрасов "совершенно извращает истину и делает это с нахальством, превосходящим всякую меру"[1].

64. Он же (1901, с. 63)

Все возражения [П. А. Некрасова] основаны на различных недоразумениях; […]; одни суть не более как голословные заявления […], другие совсем не отвечают содержанию критикуемых статей или отличаются крайней неопределенностью.

65. К. А. Андреев А. М. Ляпунову, 1901. Гордевский (1955, с. 40)

Мыслит [Некрасов] вообще не ясно, хотя может быть и глубоко[1], а излагает свои мысли еще темнее. Удивляюсь только, что он так самонадеян. В его положении при такой массе административных тягостей нельзя, по-моему, иметь даже достаточно свободного времени, чтобы спокойно обдумывать глубокие научные вопросы, а потому лучше было бы за них вовсе не браться.

66. П. А. Некрасов, доктор чистой математики. Автограф 1910 г. (Staatsbibliothek zu Berlin, Haus 2, Handschriftenabteilung, H*1887, Nekrassow)

Спешу удовлетворить Вашу просьбу и высылаю для Вашего собрания автографов несколько строк по-русски и по-французски, в которых упоминаю свои наиболее важные труды. В своих научных трудах я всегда отдавал долг восхищения трудолюбивому немецкому духу (génie).

Моя профессорская деятельность протекла преимущественно в Московском университете (1883 – 1898). Потом я был попечителем Московского учебного округа (1898 – 1905). Переместившись в С. Петербург на должность члена совета министра народного просвещения, я преподаю в С. Петербургском Университете лишь небольшой приват-доцентский курс.

В томах 11 – 25 журнала *Математический Сборник*, издаваемого Московским Математическим Обществом, в томах 29, 31, 38 [дважды], 47 [1887, 1888, 1891, 1891, 1896] [и] журнала *Mathematische Annalen* (Лейпциг) и в 45-м томе *Известий Императорского Русского Географического Общества* (С.

Петербург) я опубликовал свои диссертации и множество трудов, из которых наиболее важные следующие (1885; 1900; 1900 – 1902; 1902; 1909)[1].

67. Секретное дело департамента общих дел Министерства народного просвещения. О члене Совета Министра народного просвещения П. А. Некрасове (Росс. гос. историч. архив, Ф. 740, оп. 43, ед. хран. 24, лист 2)

Конфиденциально. Н. Я Сонину, 1 мая 1910

М. Г. Николай Яковлевич. Член совета Мр[а] [Министра], тайн. советник Павел Некрасов обратился ко мне с ходатайством о включении в число членов комитета М[а] без содержания. […]. А. Н. Шварц [министр][1].

Н. Я. **Сонин А. Н. Шварцу 8 мая 1910**

Конфиденциально.

Милостивый государь, Александр Николаевич!

В ответ на письмо Вашего Высокопревосходительства относительно назначения Члена совета Министра П. А. Некрасова членом Ученого комитета без содержания имею честь доложить, что в составе двух, находящихся под моим председательством отделов Ученого комитета, есть достаточное число (3) математиков, вполне знакомых как с теорией, так и с практикой преподавания в высших, средних и низших учебных заведениях. Таким образом, в назначении нового члена – специалиста по математике – не представляется ни малейшей надобности.

В частности, назначение г. Некрасова может повести к весьма нежелательным конфликтам в заседаниях Ученого комитета по поводу существующих программ математики. Под резкой (правильнее, грубой) формой скрывающие отсутствие содержания его заявления в Совете министра о том, что будущие программы математики должны составлять г.г. Янжул, Озеров и т. п., т. е. экономисты, известны членам Ученого комитета, равно как и очень многим петербургским математикам и вызывают к себе пренебрежительно-отрицательное отношение.

При таких условиях назначение г. Некрасова в составе членов Ученого комитета я вынужден признать совершенно нежелательным.

Покорнейше прошу Ваше Высокопревосходительство принять уверения в совершенном уважении и глубокой преданности. Ваш покорнейший слуга Н. Сонин

68. К. А. Поссе (1915)

[Некрасов] любит поражать своего оппонента фразами, на вид очень глубокомысленными, а на деле весьма туманными […], и […], цитируя слова своего оппонента, он иногда их изменяет и приписывает ему то, чего тот нигде и никогда не говорил (с. 71).

П. А. Некрасов делает попытку дискредитировать в глазах учителей и учеников средней школы целую школу математиков, представителями которой являются все петроградские профессоры (да и не только петроградские), и направить преподавание математики в средней школе на ложный путь (с. 72).

69. П. С. Юшкевич (1915/1993, с. 207)

[Некрасов] не только математик. Наряду с этим он большой охотник до философии, до “любомудрия”. Но любомудрие почтенного ученого носит совершенно особенный […] характер. Это какая-то диковинная смесь глубокомыслия гоголевского Кифы Мокиевича с нудным пустословием и сухословием щедринского Иудушки, подпавшего под власть своих собственных бредней. […] приведу один, но типичный отрывок из его книги *Вера, знание, опыт* [1912 г.] […]:

Во всех рядах формул исторического оборота мы встречаем включенный промежуточный член, промежуточное комбинированное третье. Оно делает разрыв ясности во взгляде на будущее и разрыв определенности суждения. – Эти включения, комбинаторные триангуляции и разрывы определенности суждения вызывают к жизни необходимость индуктивного метода и символического связывания явлений; вызывают необходимость символического мышления и параллельных этому мышлению материальных символических мнемонических (напоминающих) средств завязывания и развязывания узлов истории и установления исторической юридической ассоциации между мысленным владением и материальным – ассоциации посредством символизированных (условных) достоверностей, т. е. юридически активных вероятностей. Историческая генетическая и символическая триангуляция стоит хлопот, как и геодезическая[1] (с. 112).

70. Д. М. Синцов А. А. Маркову, 11 ноября 1916 (58 № 3)

[…] По обыкновению, П. А. Некрасов свой взгляд на события считает за абсолютную истину и полагает, что если он кому-нибудь ее высказал, то и убедил бесповоротно. […]

71. П. А. Некрасов П. В. Флоренскому, 1916 (письма, хранящиеся или хранившиеся в семье Флоренского)

2 ноября. Марков в своем руководстве выступил против Буняковского [1846] и “злонамеренно создает антихристианское умонастроение[1] […]”.

7 дек. А. Н. Крылов, […] ныне избран в ординарные академики, несмотря на его научное безграмотство [!]. Он безграмотно перевел книгу Ис. Ньютона *Математические начала* […] и снабдил этот тенденциозно выполненный перевод примечаниями в духе панфизизма, т. е. в том же духе, в каком лжетолкованиями академика А. А. Маркова извращены принципы классического труда академика В. Я. Буняковского[2] […].

[…] куда ведет нас Академия Наук, подбирающая в первенствующее ученое сословие столь недвусмысленный, определенный состав панфизистов, марксистов и прочих ницшеанствующих сверхчеловеков? Впрочем, я не отрицаю заслуг этих людей в специальных областях математики, физики, механики, техники. Но светочами на жизненном пути учителей и служителей нашего отечества эти люди, с погасшими светильниками в душе, быть не могут.

13 дек. М. О. Меньшиков [*Новое время*, 11 дек.] теперь вплотную соединился с нашими антиподами, с А. А. Марковым и К° […] панфизизму А. А. Маркова и К° мы еще в 1902 – 1904 году [видимо, 1902; 1904] противопоставили математический панлогизм и философию общего дела и цельного знания[3]. Верхом бессовестности считаю повторение М. О. Меньшиковым […] основной неправды (навета) А. А. Маркова, что я будто бы "смешиваю" (а не примиряю логично, правильно и правомерно […]) математику с религией и политикой.

4 авг. […] школа А. А. Маркова направляет подготовку учителей в духе панфизизма с антихристианской окраской, как это подтверждается его руководством […].

2 ноября. Для будущего нашей родины необходимо поднять в средней школе математическое образование, но предохранить его от умонастроения А. А. Маркова и К° теми наставлениями, эмблемами и упражнениями, кои входят в родное наше слово и в арифметику Магницкого, в аритмологию Бугаева, в теорию вероятностей Буняковского, Чебышева, Менделеева и мою[4].

11 ноября. Вашим попыткам преподавать в Духовной Академии математическую энциклопедию […] вполне сочувствую. Из Ваших рук она получится иная, нежели энциклопедия А. А. Маркова и К°, внушенная из Берлина; она внесет в дело центральную "жемчужину" (веру), которую нулист А. А. Марков ценит ни во что[5] […]

15 ноября. Московская школа выдвинула принципы языка христианской науки и дает отпор языку в стиле К. Маркса, А. А. Маркова, Линцбаха. Сравнение книг Линцбаха, Маркова, Рабиновича и, с другой стороны, книг главных представителей московской философско-математической школы ясно говорит о распутье, на которое толкает нас немецко-еврейская культура и литература[6].

7 дек. "По известной чисто еврейской оценке поэта Гейне" ученые лавры не годятся даже в суп.

72. С. Урицкий. Профессор Павел Алексеевич Некрасов. *Известия*, 24 дек. 1924, с. 7

В Москве 20 декабря на 73-м году жизни умер от воспаления легких крупный математик, Павел Алексеевич Некрасов. Будучи всего 15 лет отроду, он уже обнаруживает исключительное дарование и интерес к математике, уходя по уши в ее изучение. На коллоквиуме при вступлении в Московский университет он поражает проф. Н. В. Бугаева своей подготовкой и эрудицией. Его диссертация [1884] удостаивается премии Академии наук.

Обладая крупным творческим талантом и ведя совершенно отшельнический образ жизни, П. А. Некрасов в течение 80-х и первой половины 90-х годов создает десятки математических трудов и монографий. П. А. Некрасов сразу попадает в поле зрения крупных заграничных математиков. Знаменитый Клейн сам переводит некоторые его труды. П. А. Некрасов принимает участие в спорах между заграничными математиками и своими открытиями дает перевес и исход этим спорам.

Оставаясь чистым математиком, П. А. Некрасов обнаруживает редкую для специалистов такой отвлеченной области способность всё время подходить к реальным вопросам, выдвигавшимися жизнью. Механики, физики, электротехники неоднократно прибегали к его помощи для разрешения выдвигавшихся задач о движении тяжелого твердого тела, закрепленного в неподвижной точке[1]. Впоследствии знаменитый Н. Е. Жуковский [1897] дал геометрическое истолкование этого решения. Задачи эти приобрели теперь актуальное значение при изучении гироскопических свойств аэроплана[2].

Наступает революция. П. А. решает весь свой талант, все свои богатейшие знания бросить на служение пролетариату. Он определенно стремится воспринять марксистскую систему. Он дал еще ряд новых монографий, в коих методы математики применяет для анализа общественных явлений[3]. Ряд коммунистов-математиков решил взять на себя задачу окончательного освобождения трудов П. А. Некрасова от метафизической оболочки, чтобы сделать понятной всю их ценность.

За несколько дней до смерти, захворав воспалением легких, уезжая в больницу, П. А. Некрасов успел написать мне свою последнюю записку, в коей он просит меня принять участие в образовании ученого марксистского кружка для изучения и использования его трудов. Свое письмо П. А. Некрасов заканчивает словами: "Прошу Вас принять все меры, чтобы раз открытые математические истины, ценные с точки зрения марксизма, не затерялись с моей смертью, теперь уже недалекой"[4]. Эту предсмертную просьбу мы должны выполнить.

5. Переписка А. А. Маркова с Б. М. Кояловичем и А. М. Ляпуновым

73. Б. М. Коялович А. А. Маркову, 25 сент. 1893 (10 № 1)

Глубокоуважаемый Андрей Андреевич!

Я получил Ваше письмо и благодарю Вас за внимание, которое Вы уделили моим лекциям [1893][1]. Я лично смотрел на них как на работу спешную и написанную только для того, чтобы дать в руки студентам какое-нибудь руководство для припоминания моих лекций. Этим и объясняются иные их особенности.

Мне весьма прискорбно, что мои лекции произвели на Вас такое впечатление, но еще прискорбнее то, что в Вашем письме мне почувствовался такой взгляд на меня, который для меня был крайне неожиданным и с которым я никак не могу согласиться, потому что считаю его незаслуженным и несправедливым.

Такое, например, впечатление получилось у меня от того, что Вы говорите об употреблении мной формулы Стирлинга. Неужели Вы, Андрей Андреевич, и вправду думаете, что мне неизвестен истинный смысл этой формулы? Всё дело в том, что я предполагаю формулу Стирлинга известной читателю и потому без всякого опасения за ошибку могу для краткости речи и вычислений заменить точное равенство

$$\text{пред } \frac{1\cdot 2 \ldots x}{\sqrt{2\pi x}\, e^{-x}x^{x}} = 1 \text{ при } x = \infty \text{ условным } 1 \cdot 2 \ldots \cdot x = \sqrt{2\pi x}\, e^{-x}x^{x},$$

подразумевая, что во второй части отброшены члены низших порядков. Прибавлю еще, что всё это было подробно объяснено студентам на лекциях и не вошло в курс только потому, что я считал доказательство формулы Стирлинга не относящимся к теории вероятностей.

Вы говорите в конце письма, что согласны произвести некоторый обмен мыслей [мыслями]. Пользуясь этим Вашим согласием, позволю себе предложить некоторые объяснения на Ваши замечания. Начну по порядку. О том, насколько мне удалось разъяснить понятие о вероятности, судить, конечно, не мне[2]. Остановлюсь только на том примере сосуда, содержащего 50 бел. шар., 25 черн. и 25 кр., против которого Вы возражаете.

Мне кажется, что тут происходит какое-то недоразумение. Возможны две постановки вопроса: одна, когда появление белого шара противополагается появлению шара небелого – всё равно черного или красного – и другая, когда появление белого шара противополагается появлению черного или красного шара в отдельности. В первом случае Вы правы, хотя и тут Ваше возражение можно было легко устранить, увеличив только число белых шаров – но мне кажется, что у меня достаточно ясно сказано, что речь идет не об этом, а о том, которое из трех событий, – (1) появление белого шара; (2) черного; (3) красного, – представляется нам более вероятным. Полагаю, что в этом последнем случае и Вы согласитесь, что появление белого шара наиболее вероятно.

Что касается до фразы на стр. 6: принимается за достоверное и проч., то она объясняется очень просто из того общего воззрения на теорию вероятностей, которое составилось у меня, я думаю, так: представление о вероятности находилось уже в человеческом уме гораздо раньше, чем появились какие-нибудь другие способы изложения.

Мне оставался выбор между двумя способами: либо опираться на понятие о вероятности ошибки, либо избрать путь, основанный на рассмотрении суммы величин, случайно взятых, как делал Чебышев на своих лекциях, рукописные записки которых я имел[3]. Второй из этих способов, которому я, конечно, отдаю предпочтение, был для меня невыполним по недостатку времени, поэтому я был вынужден ограничится первым.

К этому прибавлю следующее. Мне кажется, что при всяком изложении способа наим. квадр. придется опираться на более или менее произвольные допущения. Этого, по моему мнению, избегнуть нельзя, да и не нужно, потому что речь идет не о построении отвлеченной математической теории, а о практическом способе для обработки наблюдений. Я далек от мысли как-нибудь доказывать способ наим. квадр., почему и употребил выражение *обосновать* (стр. 55), а не *доказать*. По-моему, это две вещи совершенно разные[4].

Замечу еще, что из тех гипотез, которые всё равно придется делать для изложения способа наименьших квадр., гипотеза о свойствах вероятности ошибки во всяком случае наиболее естественная[5], хотя мне очень хорошо известны трудности, которые с ней связаны.

После этих общих замечаний обращаюсь к частностям. Результаты способа наим. квадр. я назвал вполне достоверными, потому что, насколько я знаю, таковы все главнейшие численные результаты наших естественных наук, физики и астрономии. Вы говорите, что если данные хороши, то результаты будут всегда хороши, даже без способа наименьших квадр. Совершенно согласен, но среди этих хороших результатов могут всё-таки одни быть лучше других, смотря по тому, как мы будем комбинировать наблюдения.

Что касается до вопроса о литературе, то я вовсе не имел в виду ставить работы Слешинского [1892] и Ярошенко [1893] в связь с работами Чебышева. Для меня общего в них было только одно: что они излагают способ наим. квадр. иначе, чем Гаусс и в этом смысле я их и цитировал. Весьма сожалею, что мне были неизвестны Ваши работы и извиняюсь за опущение указаний на них[6]. Неизвестными они оказались для меня потому, что нигде я не встретил указаний на них, и в личных беседах, сколько помню, Вы о них не упоминали. Одна из работ Чебышева – не помню, какая именно – была у меня в руках, но на такое короткое время, что я не успел подробно ознакомиться с ней. Для моей цели было достаточно видеть, что способ наим. квадр. изложен иначе, чем у Гаусса.

По поводу функции, обозначенной у меня $\varphi(\Delta)$, позволю себе обратить Ваше внимание на следующее. Представим себе ряд величин

$$-n\varepsilon, \ldots, -2\varepsilon, -\varepsilon, 0, \varepsilon, 2\varepsilon, \ldots, \Delta, \Delta+\varepsilon, \ldots, \Delta+n\varepsilon, \qquad (*)$$

причем вначале предположим, что ε – конечная, хотя весьма малая величина. Если мы допускаем, что ошибка наблюдения имеет только значения, указанные в ряду (*), то понятие о ее вероятности вполне ясно, каково бы ни было ε.

Если мы теперь будем неопределенно уменьшать ε, то наша гипотеза будет сколь угодно близко подходить к гипотезе о непрерывности ошибки. Вместе с тем, ε обратится в дифференциал величины Δ. Функция, которая у меня обозначена через $\varphi(\Delta)$, и выражает вероятность теории вероятностей. Цель теории вероятностей заключается не в том, чтобы понятие о вероятности создать заново, а в том, чтобы это понятие разъяснить и сделать доступным измерению. Назвав вероятностью известное отношение, мы не разъясняем затруднения, а только отстраняем себя от такого разъяснения, почему я и не счел возможным так поступить[7].

Два случая, о которых я говорю на стр. 5, разъяснены на стр. 9. Вопроса об изменении вероятностей при изменении данных я касался на лекциях, но не счел нужным помещать его в курс[8].

Насчет того, что кость после многих бросаний должна измениться, могу заметить, что она предполагается неизменной. Не упомянуто же об этом потому, что тогда пришлось бы упоминать и об усталости того, кто бросает кость и об изменении стола или доски, на которую бросают и т. д.

Понятие о равновозможных случаях я понимаю так: сказать, что какие-то случаи равновозможны, это значит сказать, что мы ничего не знаем об их возможности. Признание случаев равновозможными и признание нашего незнания об их возможности – одно и то же. Этим и объясняется моя фраза на стр. 25: эти случаи и т. д. Что же касается до известных случаев очевидно равновозможных, то я предпочел бы избегнуть этого, ибо весьма легко принять за очевидные вещи весьма неочевидные, как то и сказано в задаче на стр. 16 – 17.

Относительно понятия об испытаниях зависимых и независимых я вполне согласен с Вами, что тут у меня пропуск, хотя из дальнейшего изложения ясно видно, о каких испытаниях идет речь. Помню живо, что на лекции я об этом говорил, а в курс это не попало по недосмотру. Обращаюсь теперь к главному пункту наших разногласий: к способу наименьших квадратов. Вы упрекаете меня за то, что, будучи Вашим учеником, я уклонился от принятого Вами изложения способа наименьших квадратов.

Верьте, Андрей Андреевич, что из числа Ваших учеников едва ли найдется много таких, которые уважали бы Вас больше, чем я, но и при всем этом уважении я сохраняю за собой право свободного выбора в делах науки и от этого права не могу отказаться ни под каким видом. Едва ли и Вам самим было бы приятно, если бы Ваши ученики ограничивались слепой передачей Ваших лекций. Причины же, по которым я избрал иное изложение способа наим. квадр., следующие.

1. Я считаю, что Ваше изложение способа наим. квадр. будет слишком трудно для моих слушателей[9].

2. В этом изложении есть один пункт, которого я никогда не мог уяснить себе ни сам, ни из бесед с Вами. Пункт этот следующий[10]. На стр. 159 Ваших лекций (издание 1891 г.) Вы говорите:

Введем кроме того сообразно предыдущему величины

$$x', x'', \ldots, x^{(n)},$$

представляющие возможный результат, соответствующий первому, второму, …, n-му измерению.

Этого места я и не мог понять. Что такое эти возможные результаты измерений? При каких условиях они возможны и чем отличаются друг от друга? Я не мог разобраться в этом не вводя опять понятия о вероятности ошибки и потому предпочел остановиться на ошибке, равной Δ, в предположении, что $\varepsilon = d\Delta =$ беск. малому.

Таким образом, функция $\varphi(\Delta)$ не только не является бессмысленной, но даже представляет ту большую выгоду, что устраняет необходимость вводить в изложение способа наим. квадр. понятие о плотности вероятности.

Мое заявление о возможности устранения постоянных ошибок я основывал на тех сведениях, какие имел об устройстве и употреблении астрономических снарядов. Мне кажется, что самый характер постоянных ошибок обуславливает возможность их устранения[11].

Надеюсь, что эти мои объяснения послужат к устранению возникших между нами недоразумений и разногласий. Примите уверение в совершенном моем уважении и преданности.

74. А. А. Марков Б. М. Кояловичу, без даты (60)[1]

Вы обратили мое внимание на то обстоятельство, что случай нечетных функций представляет особые затруднения. Это затруднение по-видимому происходит от перестановки коэффициентов p и q.

Рассматривая Ваши рассуждения, относящиеся ко второму случаю, я не нашел в них полного устранения всех затруднений. А именно, я не нашел доказательства теоремы VII.

75. Б. М. Коялович А. А. Маркову, 2 окт. 1893 (10 № 8)

Глубокоуважаемый Андрей Андреевич!

Прежде всего прошу Вас извинить меня за промедление в ответе [с ответом], вызванное недостатком свободного времени.

Что в моем курсе есть много недостатков, которые должны быть впоследствии устранены, – это мне очень хорошо известно и я говорил об этом своим знакомым тотчас по выходе в свет моих лекций. Сознаю вполне, что ни одна человеческая работа не свободна от недостатков и за помощь при устранении их буду Вам искренно благодарен.

Вы пишете: “Всё равно нельзя писать $1 \cdot 2 \ldots \cdot x = \sqrt{2\pi x}\, e^{-x} x^x$, так как это равенство не верно”. Отвечаю: я писал это равенство, подразумевая, что во второй части отброшены члены низших порядков и в этом предположении оно верно.

Относительно примера на стр. 4 – 5 Вы пишете, что, увеличивая число белых шаров, мы получим другой пример. Отвечаю: справедливо, но

1. Этот новый пример всё-таки подтверждает справедливость моих слов.

2. У меня ясно сказано, что дело идет только о выборе события наиболее вероятного, а событие остается наиболее вероятным, как бы ни была мала его вероятность, если только она превосходит вероятности остальных событий. Незначительная величина вероятности (события наиболее вероятного) указывает только на недостаток наших сведений, но не влияет на порядок событий, расположенных по их вероятностям.

Вы пишете, что я стараюсь затемнить как это понятие (о равновозможных случаях), так и понятие о вероятности. Я считаю себя вправе протестовать против такого обвинения, потому что оно весьма странно звучит по адресу человека, который всё-таки по мере своих сил стремится к раскрытию истины. Я могу затемнять истину невольно, но не могу <u>стараться</u> затемнить истину, ибо это последнее предполагает такие побуждения, которых Вы не можете предполагать во мне[1].

И, чтобы доказать, что я имел основание войти в рассуждения, которые, как Вы говорите, затемняют дело, прошу Вас обратить внимание на следующие затруднения, которые, как мне кажется, естественно возникают при Вашем взгляде на вещи. Вы пишете: Почему мы в теории не можем называть вероятностью известного отношения? Отвечаю: без сомнения можем, как и вообще можем назвать вероятностью всё, что угодно, но для кого будет обязательна и интересна подобная теория? Не будет ли всякий иметь право сказать: какое мне дело до теории, в которой Вы оперируете над понятиями, выдуманными Вами самими и которые быть может не имеют никакого объекта в действительности?[2] Не обратится ли вся эта теория в *Übungen für den Verfasser* [упражнения для автора] по выражению, кажется, Вейерштрасса?

Таким образом, Андрей Андреевич, уничтожая мой кажущийся произвол, не подставляете ли Вы вместо него свой собственный произвол, столь же мало доказанный, как и мой? А ведь я сам говорю, что имею возможность представить объяснения для своего произвольного допущения и не делаю этого только потому, что этот вопрос уже соприкасается с философией, в которой я не компетентен. Таким образом, Вы вероятно согласитесь, что я имею основание сказать, что мы только отстраняем от себя трудности, а не разрешаем их, когда говорим, что вероятность есть известное отношение.

По поводу теоремы на стр. 7 Вы пишете: “Если это действительно теорема, то где же ее доказательство?” Отвечаю: по моему мнению, доказательством называется сведение доказываемого положения к положениям основным, принятым за достоверные, причем совсем не затрагивается вопрос о достоверности этих последних. Поэтому я и считаю, что теорема на стр. 7 у меня действительно доказана.

Задача о нахождении числа и сравнительного значения шансов в указанных на стр. 9 двух случаях у меня решена. Именно, в первом случае она решается на основании положения, приведенного на стр. 5, во втором же – на основании обратной теоремы Бернулли во второй главе, на что и имеется ссылка (стр. 10).

По поводу моего примера о четырехгранной кости Вы пишете, что мои пояснения указывают его несостоятельность. Так ли это, Андрей Андреевич? Не указывают ли мои пояснения совсем другого? Именно, что при решении задачи нужно принимать в расчет только те условия, которые упомянуты в задаче?[3] В задаче говорится о четырехгранном тетраэдре и ни слова не сказано про его изменяемость. Поэтому нечего и принимать эту последнюю в расчет.

Обращаюсь теперь к способу наименьших квадратов. С изложением Лапласа я, конечно, знаком и вполне соглашаюсь с Вами, что следовало указать на него. У меня были известные мотивы, по которым я упомянул про Слешинского и Ярошенко, которых, особенно первого, я сам ставлю весьма невысоко, но эти мотивы субъективного характера и ни для кого, кроме меня, не обязательны.

Вы пишете, что усматриваете, что работы Чебышева и проч. мне вовсе незнакомы. Меня это очень удивляет. Ведь я же имел эти работы в своих руках и читал их. Или Вы мне не верите? Относительно Вашего изложения способа наименьших квадратов позволю себе заметить следующее. Что на стр. 159 есть ссылка на предыдущие объяснения (вероятно стр. 157), это мне, конечно, известно, не упомянул же я об этом потому, что, по моему крайнему разумению, ни на стр. 157, ни в других местах ничего не объяснено. Даже Ваше последнее разъяснение, за которое я, конечно, Вам искренно благодарен, не разъяснило мне моего главнейшего недоумения, именно:

Насколько я Вас понял, Вы рассматриваете каждое отдельное наблюдение как одно из значений возможного результата[4]. Таким образом, для каждого измерения возможен ряд результатов

$$a_1, a_2, a_3, \ldots, \qquad \text{(A)}$$

один из которых осуществляется на деле. Всё это я готов понять для одного измерения, но когда их имеется, напр., два, то я не могу понять, чем отличается ряд возможных результатов (A) первого наблюдения от ряда возможных результатов (B) второго измерения. Вопрос, конечно, сейчас же решается, если Вы скажете, что вероятность одной и той же ошибки в этих рядах различна, но ведь Вы вероятно не захотите вводить понятие о вероятности ошибки в Ваше изложение[5].

Вы пишете [спрашиваете], что это за выражение “ε обратится в дифференциал Δ”. Отвечаю: это следует из того, что бесконечно малое приращение независимой переменной Δ и есть ее дифференциал.

Я никогда не говорил, что <u>все</u> численные результаты физики и астрономии достоверны, а говорил, что достоверны все <u>главнейшие</u> результаты. Это ведь большая разница. Если астроном на основании численных данных о движении земли и луны предсказывает затмение с точностью до секунды, то разве нельзя признать эти данные достоверными?

Я полагаю, что достоверность результатов математики и достоверность результатов естественных наук – две вещи совсем различные, и нельзя – и не нужно – предъявлять ко второй тех требований [те требования], которые мы предъявляем к первой.

По вопросу о постоянных ошибках мне начинает казаться, что мы думали одно и то же, а только говорим разное. Напр., Вы пишете: ясно, что их (т. е. постоянные ошибки) нельзя устранить вполне. Кто же тогда сомневался в этом и кто, говоря об устранении постоянных ошибок, подразумевал что-либо иное, кроме уменьшения их влияния до степени ошибок случайных?

Далее, Вы пишете: едва ли кто-нибудь скажет, что эту (личную) ошибку можно вполне устранить. Совершенно согласен, но кто же относил когда-нибудь эту ошибку к категории ошибок постоянных? Мне кажется, что все недоразумения происходят от того, что, говоря о вопросах, касающихся естественных наук, я употреблял различные понятия в том смысле, как они понимаются в этих науках[6].

Простите, что писал так неразборчиво: я очень торопился, чтобы поскорее ответить Вам. Примите уверение в совершенном уважении и преданности, с которыми имею честь быть [имеет честь быть] Ваш покорный слуга Б. Коялович

76. А. А. Марков Б. М. Кояловичу, 5 марта 1897 (149)

Милостивый Государь Борис Михайлович

Ваши рассуждения требуют существенных дополнений, так как указанные Вами основные идеи сомнительны. Вы имеете три уравнения

$$\eta = \Phi(x; y), \qquad (1)$$
$$\eta = k + \lambda x + \mu y, \qquad (2)$$
$$\eta^2 = \alpha x^2 + 2\beta xy + \gamma y^2, \qquad (3)$$

из которых первое должно выполняться при всех значениях x и y и не содержит произвольных постоянных. Остальные же два, при постоянных значениях

$$k, \lambda, \mu, \alpha, \beta, \gamma \qquad (4)$$

выполняются только для некоторых значений x, y.

Мы знаем только, что для каждой системы значений x, y можно подобрать (4) так, что уравнения (2) и (3) будут выполнены и что можно изменять x, y без изменения (4). Выражения (4) появляются у Вас в качестве постоянных, зависящих от трех произв. постоянных только в силу дифф. уравнений движения. Ниоткуда не следует, что уравнение (1) должно представлять результат исключения из уравнений (2) и (3) вышеупомянутых произвольных постоянных.

Уравнение (1) должно быть выполнено и только. Поэтому Ваше рассуждение об агрегате едва ли может быть признано правильным. Далее, нельзя признать правильными и Ваши положения

$$x = 0; y = 0.$$

Надо помнить, что все Ваши постоянные в действительности вовсе не постоянные, а функции x и y. Попробуйте устранить намеченные трудности не одними голословными утверждениями, и Вы вынуждены будете признать, что все Ваши выкладки представляли только затемнение вопроса и отвлекали нас от сути дела[1].

Примите уверение в совершенном уважении и преданности.

А. Марков

Ваш путь, конечно, может привести Вас к удаче, так как Вы можете вернуться назад, пока же Вы зашли в дебри туманностей.

77. Б. М. Коялович А. А. Маркову, 5 февр. 1909 (10 № 14)

Милостивый Государь Андрей Андреевич:

Что Вы не читали не только моей книги, но и оглавления к ней, ясно из найденного Вами важного пробела (“ни слова нет о непрерывности функций нескольких переменных”). Этот мнимый пробел восполняет § 47, стр. 73 – 74.

Прежде, чем советовать мне справляться в общеизвестных учебниках и напрасно успокаивать К. А. Поссе, нужно было посмотреть его курс интегрального исчисления 1891 г., стр. 128 – 189. Не могу также не заметить, что я не уполномочивал Вас показывать мое письмо К. А. и причинять ему этим совершенно ненужное огорчение. По существу же дела прибавлю, что достигнуть определенности символа $F(b) - F(a)$ можно не только условием непрерывности, но и другими способами, напр., заданием <u>одного и того же</u> выражения $F(x)$ для всех x, что и сделано у меня.

Мое определение понятия о функции едва ли введет в заблуждение того читателя, который не ограничится стр. 35, а прочтет также и II примечание на стр. 39 – 40.

В заключение мне остается только недоумевать, зачем мне прислано Ваше письмо от [?] и просить Вас на будущее время уволить меня от сообщения деталей Вашей переписки с г. г. Шапошниковыми[1].

С совершенным почтением Б. Коялович

78. А. М. Ляпунов А. А. Маркову, 10 апреля 1893 (11 № 1)

Милостивый Государь, Андрей Андреевич,

Ни о каком касающемся Вас постановлении Московского Математического Общества пока мне не известно, так как последняя книжка XVI тома *Мат. Сборника* здесь до сих пор еще не получена. Присланные Вами выдержки из Ваших писем к проф. Некрасову прочитал и по поводу их имею сказать следующее.

С основательностью Вашего первого возражения, – сводящегося к тому, что из одного сравнения показателей первых членов известных рядов нельзя выводить заключения

$$n_1 = n_2 = n_3 = 1,\ m_1 = m_2 = m_3 = 2, - \qquad (1)$$

конечно нельзя не согласиться, и само собой разумеется, что возражение это статьей г. Аппельрота [1892] нисколько не опровергается[1]. Что же касается Вашего второго возражения, что при рассмотрении уравнений, служащих для определения коэффициентов p_m, q_m, r_m, f_m, g_m, h_m по предшествующим, С. В. Ковалевская ничего не говорит о возможности случаев, когда не одно, а несколько из этих уравнений делаются следствиями остальных, – то я не вижу, на чем оно основано. Ведь требование равенства нулю известного определителя, составляемого С. В. Ковалевской, не исключает, а напротив заключает в себе подобные случаи. Вот предлагаемое ей решение уравнений, от которых зависят p_0, q_0, r_0, f_0, g_0, h_0, допускает известное возражение.

Переходя к Вашему второму письму, я должен сказать, что под первым его впечатлением признал Ваше возражение вполне основательным, ибо полагал, как, вероятно, и Вы полагаете (иначе я не могу себе объяснить Вашего возражения), что С. В. Ковалевская желает ввести в свои ряды пять постоянных произвольных (вместо шести, требуемых общим интегралом), имея в виду геометрическое значение функций γ, γ', γ'' и подчиняя их, вместо общего интегрального уравнения

$$\gamma^2 + \gamma'^2 + \gamma''^2 = \text{Const},$$

частному

$$\gamma^2 + \gamma'^2 + \gamma''^2 = 1. \qquad (1)$$

Но пересмотревши второй мемуар С. В. Ковалевской (*Acta Math.*, t. 14), я пришел к иному выводу. Само собой разумеется, что особенные точки функций p, q и т. д. не фиксированы. Но именно поэтому-то С. В. Ковалевская и вводит в свои ряды пять, а не шесть постоянных произвольных. Уравнением же (1) она вовсе не пользуется, а если бы захотела им воспользоваться, то в ее рядах осталось бы не пять, а четыре постоян. произв.

Вследствие этого с Вашим заключением, что утверждение С. В. Ковалевской единственности известных трех случаев, в которых p, q и т. д. выходят однозначными функциями времени, ни на чем не основано, – я могу согласиться лишь настолько, насколько могу сомневаться в верности ее вычислений и вычислений г. Аппельрота, которых не проверял.

Что касается этих вычислений, то до Вашего письма я и не имел намерения приниматься за их проверку, ибо считал и считаю такую работу совершенно бесполезной, – не потому, конечно, чтобы я не сомневался в правильности их, а только потому, что самый вопрос, которому посвящена статья г. Аппельрота и второй мемуар С. В. Ковалевской, считаю не заслуживающим внимания. Я, разумеется, не хочу утверждать, чтобы не имела значения та механическая задача, решение которой сводится к интегрированию дифф. уравнений, трактуемых в указанных сейчас мемуарах. Я хочу только сказать, что решение того вопроса, которому посвящены эти мемуары, не может, по моему мнению, содействовать успеху решения названной задачи. Какая, в самом деле, польза знать, будут ли функции p, q и т. д. в каких бы то ни было случаях однозначными или не будут? Ведь С. В. Ковалевской удалось получить известные положительные результаты (я говорю о первом, а не о втором ее мемуаре) вовсе не потому, что в открытом ей случаи функции p, q и т. д. выходят однозначными, а потому, что ей удалось найти четвертый интеграл, благодаря которому принцип “последнего множителя” позволил выполнить интегрирование при помощи квадратур. А если бы этого интеграла ей не удалось найти, то однозначность функций p, q и т. д. не послужила бы ни к чему.

Вот на этом-то основании я считаю исследование рассматриваемых здесь дифф. уравнений с точки зрения второго мемуара С. В. Ковалевской и статьи г. Аппельрота не представляющим никакого интереса.

Из изложенного, надеюсь, достаточно выяснился мой взгляд на вопрос, поведший к Вашей полемике с московскими математиками.

Надеюсь также, что для Вас совершенно понятно, почему я не находил нужным подвергать подробному пересмотру вычисления г. Аппельрота. Тем не менее, согласно Вашему желанию я возьмусь за эту работу и постараюсь к ближайшему заседанию Математического Общества приготовить свои заключения, которые главным образом будут касаться упоминаемого Вами оригинального приема. Но прежде считаю нужным просить у Вас разъяснения одного непонятного для меня места в Вашем письме. Вы говорите: "Если будете подробно рассматривать статью г. Аппельрота, то подумайте внимательно над следующим вопросом: почему нельзя считать $\mu = 1$?"

Разве г. Аппельрот утверждает, что нельзя делать такого предположения? Как мне кажется, он старается, напротив, доказать (хотя вследствие ошибки, указываемой им самим в конце статьи, и не доказывает), что $\mu = 1$ есть единственно возможное предположение, в котором и производит свои выкладки, начиная с 18-й стр.

Что касается присланных Вами извлечений из Ваших писем к проф. Некрасову, то, согласно Вашему желанию, в ближайшем заседании Математического Общества сделаю предложение о их напечатании в *Сообщениях* [*Харьковского математического общества*]. Будучи вполне уверен, что Вы имеете в виду одно лишь выяснение истины, считаю долгом сказать, что я со своей стороны вполне готов по мере возможности содействовать Вам в этом. С этой готовностью остаюсь глубоко уважающий Вас А. Ляпунов

79. А. М. Ляпунов А. А. Маркову 14 мая 1893 (11 № 6)

Милостивый Государь Андрей Андреевич,

В понедельник 10 мая состоялось заседание Мат. Общества, в котором я изложил свои заключения о работе Г. Г. Аппельрота [1892]. Я заявил, что Ваши возражения, касающиеся приема, которым пользуется Г. Г. Аппельрот, признаю вполне основательными, и с моим мнением согласились все присутствующие члены Мат. Общ., в том числе и проф. Бугаев.

В этом же заседании я прочитал присланные Вами извлечения из Ваших писем к проф. Некрасову и заявил, что Вы желаете их напечатать в *Сообщениях*. Решили: передать это дело на рассмотрение распорядительного Комитета, от которого зависит решение вопроса о печатании чего бы то ни было в *Сообщениях*. Комитет же, признавая Ваши возражения вполне основательными и весьма ценными в научном отношении, и находя весьма желательным дать им место в *Сообщениях* [*Харьковского математического общества*], вместе с тем не нашел удобным печатать их в виде извлечений из писем к проф. Некрасову и потому постановил просить Вас прислать Ваши возражения им в отдельной статье или в письме к одному из членов нашего Мат. Общества. В том и другом случае Вы, конечно, можете, если признаете нужным, заметить, что эти самые возражения были Вами высказаны тогда-то в письме к проф. Некрасову, но не касаясь, конечно, Ваших личных отношений к кому бы то ни было.

Считаю нужным сообщить, что недавно, пересмотревши первый мемуар С. В. Ковалевской (*Acta Math.*, t. 12), я убедился в основательности и второго Вашего возражения, заметив на стр. 183 указанного сейчас тома *Acta Math.* (10-я строка снизу) следующую фразу: “ … s’évanouissa pour cinq valeurs différentes de *m* …” [исчезают при пяти различных значениях *m* …]

Таким образом, мое предположение о причине нашего разногласия вполне оправдалось. Я основывался только на втором мемуаре С. В. Ковалевской, и, чтобы уничтожить мое возражение, Вам достаточно было сослаться на указанную сейчас фразу ее первого мемуара.

Что же касается Вашего замечания, что значение второй части Вашего первого письма к проф. Некрасову должно было бы для меня вполне выясниться, если бы я обратил внимание на § 3 статьи Г. Г. Аппельрота, то я не нахожу его основательным. Содержание этого параграфа мне было очень хорошо известно и в то время, когда я писал Вам последнее письмо, и гораздо раньше, а между тем значение Вашего второго возражения для меня всё-таки оставалось неясным и выяснилось только после того, как я нашел в первом мемуаре С. В. Ковалевской указанную выше фразу.

Обстоятельство, на которое Вы обращаете мое внимание, что С. В. Ковалевская пропустила случай, когда $f_0 = g_0 = h_0 = 0$ (в котором известное алгебраическое уравнение обладает кратным корнем 2), не служит доказательством неполноты предлагаемого ей определения коэффициентов p_n, q_n, r_n, f_n, g_n, h_n по предшествующим, а указывает только на неполноту предлагаемого ей определения коэффициентов p_0, q_0, r_0, f_0, g_0, h_0. На это обстоятельство я намекал уже в первом своем письме к Вам, где Вы можете встретить следующую фразу: “Вот предлагаемое ей решение уравнений, от которого зависят p_0, q_0, r_0, f_0, g_0, h_0, допускает известные возражения”. Здесь я имел в виду как пропуск случая, указываемого Г. Г. Аппельротом, так и то обстоятельство, что С. В. Ковалевская не обращает достаточного внимания на случаи, когда одно или несколько из уравнений, определяющие p_0, q_0 и т. д., делаются следствием остальных.

Определение первых коэффициентов p_0, q_0 и т. д. и определение каких-либо из следующих p_n, q_n, и т. д. ($n > 0$), когда все предшествующие уже найдены, представляют две различные задачи, которые, по моему мнению, нельзя смешивать. Для первой задачи С. В. Ковалевская не дает общего решения, но останавливается на одном из решений этой задачи. [Она также] дает общее решение второй (*Acta Math.*, t. 14) и только приведенная выше фраза ее первого мемуара заставляет думать, что если бы она остановилась на другом решении первой задачи (напр., на том, которое указывает Аппельрот), то не дала бы общего решения для второй.

С глубочайшим уважением и преданностью остаюсь готовым к Вашим услугам А. Ляпунов

80. А. М. Ляпунов А. А. Маркову, 14 марта 1895 (11 № 10)
Многоуважаемый Андрей Андреевич,

Благодарю Вас за присылку Ваших мемуаров, а также последнего мемуара П. Л. Чебышева и списка его сочинений. Последний мне теперь весьма полезен, так как я составляю подобный список для готовящейся к выпуску книжке *Сообщений* [Харьковск. математич. общ.] и свой список могу теперь дополнить несколькими мемуарами, которые мне были неизвестны. Я должен, однако, заметить, что и список, присланный Вами, неполон. Между прочим, он не содержит двух следующих мемуаров, публикованных в изданиях Академии:

1. Sur un nouveau théorème relatif aux nombres premiers contenus dans les formes 4n + 1 et 4n + 3 и

2. Sur une nouvelle formule (заметка, на которую ссылается П. Л. Чебышев на первой странице своего мемуара Sur l'interpolation par la méthode des moindres carrés [1859 г.]).

Указание на первый из этих мемуаров я нашел в сочинении проф. Григорьева *Имп. С.-Петерб. Унив. в течение первых 50 лет его существования*, где приведен список сочинений П. Л. Чебышева, публикованных до 1862 г. Список этот содержит также и мемуар Sur une formule d'Analyse, который я предполагаю, может быть, впрочем, неосновательно, тожественным со вторым из указанных выше[1]. Проверить этого я, однако же, не мог, так как библиотека нашего университета не имеет многих академических изданий.

В заключение позвольте обратить Ваше внимание на следующее обстоятельство: февральская книжка *Известий Акад. Наук* содержит список телеграмм, полученных Академией по случаю понесенной ей утраты в лице П. Л. Чебышева. Но в списке этом нет телеграммы от Харьк. Мат. Общества, которую (за подписью К. А. Андреева, моей, М. А. Тихомандрицкого и В. Л. Кирпичева) была отправлена одновременно с телеграммой проф. К. А. Андреева, находящейся в списке. Интересно было бы знать, была ли телеграмма эта получена Академией?

Прошу Вас принять уверение в моем глубоком уважении и преданности. А. Ляпунов

81. А. М. Ляпунов А. А. Маркову, 28 окт. 1895 (11 № 12)

Милостивый Государь Андрей Андреевич,

Находя весьма желательным, чтобы сочинения Чебышева были изданы в возможно скорейшем времени, я готов принять участие в этом деле, конечно насколько позволят другие занятия, которых у меня теперь немало. Должен, однако, сказать, что при моем довольно поверхностном знании французского языка я боюсь браться за переводы с русского на французский[1]. Что же касается до переводов с франц. на русский, то за них я мог бы взяться, хотя этого рода переводам и не вполне сочувствую: по моему мнению, все сочинения Чебышева следовало бы издать на франц. языке, причем издание их еще на русск. языке являлось бы излишней роскошью, ибо, полагаю, всякий математик в состоянии читать по-французски[2]. […] Я готов взяться за перевод всякого [мемуара] за исключением мемуаров по практической механике. Впрочем, и от последних не отказываюсь окончательно. […]

82. А. М. Ляпунов А. А. Маркову, 4 ноября 1895 (11 № 16)

Милостивый Государь Андрей Андреевич,

Вчера я виделся с М. А. Тихомандрицким и сообщил ему о Вашем предложении принять участие в издании трудов Чебышева. Так как он выразил готовность содействовать этому делу, то я предложил ему сделать перевод мемуара Sur l'interpolation par la méthode des moindres carrés, 1859. Переводы же четырех остальных указанных Вами мемуаров я предполагаю сделать сам. Когда они будут готовы, вышлю на Ваше имя.

Примите уверения в моем глубоком уважении и преданности. А. Ляпунов

83. А. М. Ляпунов А. А. Маркову, без даты (11 № 25)[1]

Многоуважаемый Андрей Андреевич

Благодарю Вас за представление моей статьи [1900] в Академию. Некоторая сложность моих вычислений обуславливалась моим желанием получить выражение для высшего предела дополнительного члена. Если же иметь в виду только доказательство теоремы, то можно было бы значительно упростить вычисления.

Замечу, что тем же приемом можно доказать более общую теорему, состоящую в следующем. Пусть δ означает какое-нибудь положительное число, не превосходящее 1 и $L^{2+\delta}$ – наибольшее из математических ожиданий величин

$$|x_1|^{2+\delta},\ |x_2|^{2+\delta},\ \dots,\ |x_n|^{2+\delta}.$$

Если по-прежнему

$$A = (a_1 - \alpha_1^2 + \dots + a_n - \alpha_n^2)/n,$$

то всякий раз, когда число $(L^2/A)n^{-\delta/(2+\delta)}$ с беспредельным возрастанием n стремится к нулю, вероятность известных неравенств будет в то же время стремиться к пределу

$$(1/\sqrt{\pi})\int_{z_1}^{z_2} \exp(-z^2)dz.$$

При этом можно не предполагать существования мат. ожиданий степеней выше 2 + δ. Что касается числа δ, его можно выбрать сколь угодно малым, но очевидно нельзя предполагать равным нулю.

Я заметил распространимость своего приема на этот общий случай уже после того, как отправил Вам рукопись и указанное обобщение думаю опубликовать в небольшой заметке в *Comptes rendus.* Случай δ = 1, рассматриваемый в моей статье, я считаю, однако, наиболее важным, так как в нем налагается на A наименее стеснительное условие.

Вы спрашиваете, уверен ли я, что Глэшер первый ввел в исчисление вероятностей разрывный множитель. На это могу только ответить, что Лоран, пользующийся тем же приемом, опубликовал свою книгу в 1873 году, а Глэшер опубликовал свой мемуар в 1872 году. Раньше же 1872 года мне неизвестно, чтобы кто-либо пользовался в рассматриваемом вопросе приемом разрывного множителя[2]. Если не считать Коши, который, по словам Слешинского [1892], предполагал воспользоваться этим приемом, но. сколько знаю, не развил своей идеи[3].

Очень рад, что наш доклад[4], несмотря на все его недостатки, произвел на Вас *хорошее* впечатление. Я, кажется, Вам уже писал, что [конец письма отсутствует].

84. А. М. Ляпунов А. А. Маркову, без даты (11 № 23)

Милостивый государь Андрей Андреевич,

Премного благодарен Вам за любезную присылку статьи Слешинского [1892]. Я ее просмотрел и теперь возвращаю. В этой статье я не нашел ничего, что могло бы так или иначе отразиться на моей работе.

Что касается работы Pizzetti, то о ней довольно трудно составить какое-либо представление по тому краткому отчету, который помещен в *Jahrbuch* [*über d. Fortschritt d. Math.*]. Из этого отчета не видно даже, чтобы теорема о пределе вероятности служила предметом исследования Pizzetti. Достать же самую статью я не имею возможности.

Свою статью я уже начал, причем убедился в возможности значительно расширить условия теоремы. Теперь я уже не делаю предположения, что вероятности выражаются интегралами. Думаю, что возможны и дальнейшие обобщения. Но, чтобы не затягивать дела и не увеличивать объема статьи, остановлюсь пока на том, что мной уже сделано и займусь теперь окончательной обработкой статьи. Надеюсь, что через неделю буду в состоянии послать Вам рукопись.

Прошу Вас принять уверение в моем глубоком уважении и преданности. А. Ляпунов

P. S. Сейчас получил Ваше письмо. Статью Вашу[1] доложу в ближайшем заседании, но боюсь, что не скоро придется ее печатать. Зильберберг, у которого мы печатаем наши издания, с некоторых пор начал очень небрежно относиться к нашим заказам и вот уже около шести месяцев под разными предлогами ничего для нас не печатает[2].

Параграф 27-й универс. устава действительно находится в противоречии с действующими правилами о полукурс. экзаменах. Надо будет обратить внимание факультета на это обстоятельство. Как отнесся Петербургский университет к министерскому предложению о введении “подробных программ для испытаний на ученые степени магистра и доктора”? У нас это предложение обсуждалось на всех факультетах (кроме медицинского) и все высказались безусловно против введения какой-либо регламентации в это дело. Важно, чтобы и другие университеты высказались против этого нелепого предложения[3].

85. А. М. Ляпунов А. А. Маркову, 24 марта 1901 (11 № 17)

Многоуважаемый Андрей Андреевич,

Посылаю Вам список моих статей. Если к ним прибавить статью о Чебышеве [1895], критическую заметку по поводу известной статьи Аппельрота и две ученические работы по гидростатике [1881a; 1881b], то этим все будет исчерпано.

Вы спрашиваете, не ссылались ли на мои работы иностранные ученые. Если это Вам необходимо знать[1], то я должен указать на

Poincaré (*Comptes rendus* 1887; *Revue générale des sciences*; *Bulletin astron.* 1900);

Picard (*Traité d'analyse*, t. 3; *Revue générale des sciences*, 1897);

Appell (*Traité de Méc. rat*., t. 3);

Tisserand (*Traité de Méc. cél*., t. 2);

Radau (*Bulletin astron*. 1885, 1889, 1892);

Painlevé (*Comptes rendus* 1897);

Hadamard (*Journ. de math*. 1897);

Levi-Civita (*Atti del R. Istituto Veneto di Scienze*, t. 8, 1897; *Comptes r.* 1900);

C. Neumann (*Math. Annal*., Bd. 54);

A. Korn (*Lehrbuch der Potentialtheorie*. Berlin, Bd. 1, 1899; Bd. 2, 1901).

Ссылался ли где-нибудь на мои работы Клейн, не знаю.

Когда будет произведена баллотировка, и как скоро, в случае благоприятного исхода ее, может решиться вопрос окончательно? Это мне необходимо знать заранее, чтобы устроить свои дела и решить вопрос о квартире. Этот последний вопрос по условиям харьковской жизни может представить большие затруднения. Квартирой здесь приходится запасаться на год. Срок моей квартиры кончается 1-го сентября. Но ввиду того, что в конце мая я, как всегда, уезжаю из Харькова на всё лето, мне нужно будет решить вопрос о квартире в мае. Если я не буду избран, а также, если мой переезд в Петербург может состояться не раннее, как через год, я должен буду в мае заключить квартирный контракт еще на год, т. е. до 1-го сентября 1902 г.

Хотелось бы выяснить еще один важный вопрос. В университете я имею 20 лет службы (включая сюда 3 года стипендиатства). Таким образом, оставаясь в университете, я мог бы через 10 лет получить полную пенсию. Важно было бы знать, будут ли в случае перехода в Академию зачтены 20 лет университетской службы и получил ли бы я через 10 лет академической службы право на пенсию.

Прошу Вас принять уверение в моем глубочайшем уважении и преданности. А. Ляпунов

Примечания

1.1. Вот позднейшее утверждение Некрасова (1900b, с. 384):

… я безгранично высоко ставлю его [Чебышева] *мемуар (1867), внесший один из величайших вкладов в науку, а мемуару его (1887), содержащему то, что было достаточно строго доказано гораздо раннее* […]*, я придаю значение* <u>*второстепенное*</u>*. Этот последний мемуар интересен лишь как одно из удачных применений*

гениальных изобретений [гениальной изобретательности] *П. Л. Чебышева к вопросам, уже исчерпанным*.

Здесь же Некрасов ссылается на Лорана (Laurent 1873, pp. 144 – 165), который на самом деле посвятил ЦПТ лишь с. 144 – 145, и создается впечатление, что ошибка Некрасова была умышленной. Позднее Некрасов (1916b, с. 26) заявил, что указанная теорема являлась у Чебышева *постулатом*, см. также Шейнин и др. (1994, с. 141, прим. 14).

3.1. См. Прим. 25.2.

3.2. *Судить* можно, разрешается и опровергать, если в формулировках что-то явно ошибочно. Не возбраняется и доказывать то, что было указано без обоснования, но со ссылкой. Именно так Марков (1884) и сделал, доказав *неравенства Чебышева* (1874). Много позже, узнав от А. А. Чупрова, что математическое ожидание коэффициента дисперсии (в теории устойчивости статистических рядов) равно единице, Марков поспешил доказать и опубликовать это. Он, однако, сослался на Чупрова, а затем представил написанную Чупровым статью об этом же в *Известия АН*, см. Шейнин (1990, с. 103).

Можно еще привести вежливую ссылку Ляпунова (1901b/1954, с. 152):

Рассмотренный вопрос [доказательство ЦПТ] *в другом направлении был также предметом работ П. А. Некрасова, который еще не опубликовал своих исследований, но уже ознакомил с полученными им результатами. Условия, при которых ведет свое исследование П. А. Некрасов, совершенно другого характера, чем в данной заметке*.

В дальнейших письмах Некрасов неоднократно продолжал требовать, чтобы вплоть до публикации доказательств Марков перестал критиковать его.

3.3. В то время Некрасов был *попечителем* Московского учебного округа (Аноним 1898), т. е. ведал его учебными заведениями.

3.4. Это объяснение неудовлетворительно. К достаточно длинному печатному тексту вполне можно было присоединить несколько ссылок.

7.1. *Плохое качество* видимо означало, что Марков не сослался на Некрасова, и это объясняет смысл *гласного протеста*.

8b1. Гауссов, т. е. классический метод наименьших квадратов, в противоположность лапласовскому, не зависит от реализации нормального распределения (хотя и приводит в этом случае к наилучшим в некотором смысле оценкам), а потому и не требует большого числа наблюдений. Примечательно, что кроме обработки наблюдений Чебышев не упомянул никаких иных приложений ЦПТ, хотя можно было вспомнить и о физике.

8b2. На *неприличные* письма Некрасов жаловался и позднее (Письмо № 18). Шесть писем или открыток Маркова 1915 – 1916 гг. Некрасов (1916a) опубликовал, выпустив ругательства, Граве (1993, с. 226) же засвидетельствовал, что открытки Маркова содержали "совершенно нецензурные слова", так что почтальоны "не решались передавать их по адресу".

8b3. Таков был один из принципов Маркова, самый яркое применение которого проявилось в его отношении к Пирсону. Даже в посмертном издании (1924) своего *Исчисления вероятностей* Марков явно недостаточно описал результаты биометрической школы, а на Пирсона сослался лишь один раз, в подстрочном примечании (с. 349), но не в списках литературы к отдельным главам. Ни слова он, например, не сказал о системе кривых Пирсона, хотя и признавал, что в прикладной математике "нельзя совершенно отказаться и от приближенных формул, остающихся […] без оценки их погрешностей" (Предисловие к изданию 1908 г. той же книги), позднее же он (1915, с. 32) прямо указал, что эмпирические формулы Пирсона не требуют теоретического доказательства.

Е. Е. Слуцкий совсем иначе относился и к Пирсону, и, видимо, к нестрого доказанным, но полезным предложениям. Вот что он писал Маркову в 1912 г. (Шейнин 1999, с. 132):

Недостатки изложения теории корреляции у Пирсона – временные, такого же порядка, как […] *недостатки математики 17 и 18 века* [веков]. *Строгий фундамент под работу гениев был подведен только post factum, то же будет и с Пирсоном.* […]

Менее заметный пример – отказ Маркова от употребления давно уже вошедших в научный обиход терминов *коэффициент корреляции*, *нормальное распределение*, и *случайная величина*, – ср. заглавие статьи Максимович (1888). По поводу последнего термина он указал Чупрову в 1912 г. (Ондар 1977, Письмо № 53), что "повсюду, где только возможно, исключ[ит] ничего не определяющие слова *случайно* и *наудачу*" […]. Но ничего лучшего Марков так и не придумал; его *неопределенная величина* явно никуда не годилась, плохим было и полное отсутствие прилагательного (величина X и т. д.).

Второй принцип Маркова сомнителен. В письме 1910 г. Чупрову он (Ондар 1977, Письмо № 44) разъяснил, что "ни на шаг не выйд[ет] из той области, где компетентность [его] не может подлежать сомнению". И Марков так и не привел ни одного примера на приложение своих *цепей* к естествознанию, хотя легко мог бы, например, объяснить равномерность распределения астероидов вдоль эклиптики гораздо проще, чем это сделал Пуанкаре.

8c1. Мемуар Маркова (1899a) был составлен из его писем А. В. Васильеву; впрочем, из текста мемуара в *Избранных трудах* (1951) соответствующие строки с датами изъяты. Следующая фраза Некрасова ("Считаю долгом …") пожалуй свидетельствует, как ни странно, о его излишней щепетильности; следовало бы добавить, что не в доказательствах дело.

10.1. В Казанском обществе Марков опубликовал свой мемуар (1899a).

10.2. Марков был избран в Общество в 1892 г. и в том же году послал указанное письмо Некрасову, вице-президенту Общества с1891 г. О критике Бугаева мы не можем сообщить ничего; о В. Г. Имшенецком (который умер опять же в 1891 г.) см. Шейнин и др. (1994, с. 135 и соответствующее примечание). Наконец, по поводу Ковалевской см. ниже письма Ляпунова №№ 78 и 79. Здесь мы только добавим, что к 1896 г. Марков вышел из Московского математического общества, видимо в связи с затеянной им самим полемикой, см. Письмо № 11 и Демидов и Токарева (2005, с. 157, прим. 7).

10.3. Дело Дрейфуса, конечно же, было известно в России, но вот при чем оно в данном контексте? Интересно, что в то время Некрасов, видимо, еще не был антисемитом, ср. письмо № 71.

13.1. Некрасов видимо имел в виду с. 248 – 249 мемуара Марков (1899a).

15.1. Марков (1910) заявил, что "никаких открытий Некрасова никогда не подтверждал и подтвердить не мо[жет]". См. также Письмо № 16.

16.1. Эта заметка не была опубликована.

16.2. См. Доклад академической комиссии (Марков и др. 1916) и книгу Некрасов (1916b).

16.3. Некрасов напрасно ввел термин *нормальный случай*, который вряд ли имел отношение к нормальному распределению.

16.4. В. М. Бехтерев (1857 – 1927), психиатр и невропатолог.

17.1. См. письмо № 20.

17.2. Это утверждение бессмысленно.

17.3. Математика неизменно отрывалась всё дальше и дальше от действительности (но тем самым оказывалась всё полезнее и полезнее), а теория вероятностей после своей аксиоматизации стала отраслью *чистой* математики.

18.1. Стиль этих математических начал *аритмологический* в смысле классической формулы *арифметика – царица математики*. (Позднейшее примечание Некрасова (1916a, с. 55.)) Об Имшенецком и Бугаеве см. А. П. Юшкевич (1968, особо с. 429 – 431 и 484 – 485), а о Бугаеве см также Петрова (2006, с. 137 – 138 и 142 – 144).

18.2. Мы нашли это утверждение в лекциях Маркова (1901, с. 45). Представляется, что свою оговорку он привел чуть раньше и в Письме № 29 ("идея нуллизма уничтожена"), однако в Докладе академической комиссии (Марков и др. 1916, с. 72) четко (и слабо) сказано, что определение Маркова (соавтора доклада!) было вызвано лишь соображениями удобства.

18.3. И с этим отличием связан выбор (см. выше) о причислении нуля к значениям бесконечно малой. (Суть позднейшего разъяснения Некрасова (1916a, с. 56). Там же он поясняет, что термин *дерево науки* воспринял от Пирсона и описал его применение несколькими авторами.)

18.4. Определения могут быть целесообразными или нет, противоречащими раннее принятым или нет, но *истинными*?

18.5. См. Марков и др. (1916).

19.1. Этот опус (иначе не скажешь) очень сложен по композиции (экономика перемешана с математикой), математика же сама по себе крайне неприятна ввиду множества рассматриваемых случаев и вариантов второго порядка, что было характерно и для более ранних работ Некрасова (Соловьев 1997). На первой странице опуса помещено упомянутое Некрасовым редакционное примечание о разрешении Маркову и Некрасову опубликовать по одной статье.

19.2. В Письме № 20 Некрасов назвал их, – действительно заслуженных деятелей науки. Но там же он сослался на *заветы истории* и это лишний раз подтверждает, что по его мнению одно из главных положений Буняковского (остальные названные им ученые не имеют к этому отношения) был его отказ от проверки библейских преданий.

21.1. Вся брошюра Некрасова (1916а) является его ответом на Доклад (Марков, Ляпунов и др. 1916), см. ее подзаголовок. В частности, он сообщил:

А) В 1901 – 1902 гг. учебный отдел Министерства финансов принял новую программу математики для коммерческих училищ, включив в нее элементы теории вероятностей (Некрасов, с. 45 – 46).

Б) Математическая комиссия Министерства народного просвещения под руководством К. А. Поссе, "расколовшаяся внутри себя", опубликовала свои *Материалы* (1915) о реформе средней школы (с. 50). Неясно, обсуждали ли они введение теории вероятностей или нет.

Далее, Некрасов (с. 52 – 53) излагает историю нападок Маркова на В. Г. Имшенецкого и С. В. Ковалевскую и (с. 53) характеризует свой доклад 1898 г., который " обнови[л] чебышевскую систему дифференцирования вероятностей оборота различных естественных и технических расходуемых фондов истории"...

22.1. См. Прим. 16.3.

22.2. Вряд ли можно считать это целесообразным определением целей теории вероятностей.

25.1. Здесь Некрасов грубо ошибся: вычисления всегда были сильной стороной Маркова. Таблица Маркова (1888) интеграла показательной функции отрицательного квадрата, вместе с позднейшей таблицей (1898) другого автора, оставалась наилучшей до 1930-х годов (Шейнин 1989b, с. 359), см. также Письмо № 34.

Далее, Марков активно сотрудничал с пенсионными учреждениями, аккуратно и скрупулёзно вникая во все детали, т. е. и в вычисления (Шейнин 1997), см. также Письмо № 75, и, наконец, он (1899b, p. 30) четко, хоть и косвенно, высказался по поводу вычислений:

Многие математики видимо полагают, что выход из поля абстрактных рассуждений в сферу эффективных вычислений унизителен.

25.2. Некрасов упоминает так называемые антимодальные кривые плотности (которых Марков никогда не рассматривал) и мог бы вспомнить о системе кривых Пирсона, который (1898) применил свою теорию к исследованию подобных кривых в метеорологии.

Известно, что Некрасов занимался статистикой, и Соловьев (1997, с. 12) уверенно заявил, что работы Некрасова по ЦПТ "были стимулированы [его] многолетними занятиями математической статистикой". Но где же результаты этих исследований? Вот письмо Е. Е. Слуцкого 1912 г. Маркову (Шейнин 1999, с. 132) по поводу книги Некрасова (1896/1912): "Он даже не изучил как следует соответствующей литературы" [относящейся к работам биометрической школы]. А вот свидетельство А. А. Чупрова, который в 1896 г. "подал" свое кандидатское сочинение (не опубликовано) Некрасову, см. Борткевич и Чупров (2005, с. 31, письмо Чупрова Борткевичу того же 1896 г.): Некрасов

Настолько мало смыслит в этих вопросах, что, увидев в сочинении слово дисперсия, с некоторым страхом спросил меня: "Вы что это, теорию вероятностей к дисперсии света прилагаете?"

28.1. Письмо Марков поместил в газете *День* (Шейнин 1993).

29.1. И постановление, и согласие на ответную статью Маркова он процитировал в одной из своих газетных статей (Шейнин 1993, с. 202 – 203). Там же, без перевода на русский, Марков привел (в газетной статье!) определение бесконечно малой по Коши.

29.2. Ну зачем было сообщать Радлову о книге Попруженко?

29.3. См. Прим. 18.2.

31.1. Судя по его содержанию, это письмо вполне мог бы написать К. А. Поссе, см. Письмо № 26 и брошюру Сергеева (1997), но слова Неизвестного "когда я познакомился с МАТЕРИАЛАМИ …" заставляют отказаться от этого предположения. См. Прим. 21.1, Пункт Б.

31.2. Макс Симон (1844 – 1918) опубликовал работы по нескольким отраслям математики, в основном по геометрии.

31.3. См. *Материалы* (1915). О положении в тогдашней средней школе см. Беспамятных и Киро (1967).

32.1. Максимович опубликовал одну статью (1888) о приложении теории вероятностей к учебному процессу.

33.1. Ожигова и др. (1978, с. 136) упоминают две работы В. А. Маркова по теории чисел, 1893 и 1897 гг.

33.2. Первый международный математический конгресс в Цюрихе (А. П. Юшкевич 1968, с. 320).

35.1. Андреев видимо имел в виду одну из заметок Маркова 1894 г. (Шейнин и др. 1994, с. 129, прим. 1).

38.1. Записка Президента была, возможно, вызвана протестом Маркова против отмены выборов А. М. Горького почетным академиком (Марков младший 1951, с. 604 – 606), но при чем здесь тогда преподавание в университете?

39.1. Здесь и в двух последующих письмах речь идет о черносотенной организации, *Союзе русских людей*, соучредителем которого весной 1905 г. был граф Павел Дмитриевич Шереметьев. *Союз* просуществовал до весны 1906 г., но многие его члены перешли в печально знаменитый *Союз русского народа*, возникший в октябре 1905 г.

42.1. Рост указан в вершках, что легко обосновать, потому что 1 вершок = 44.45*мм*. Кроме того, Марков упоминал те же данные в письме 1916 г. А. А. Чупрову (Ондар 1977, Письмо № 73) с указанием единиц измерения (аршины и вершки).

42.2. Этот пример нам неизвестен, но вот Чупров (1918, с. 15 – 17) описал аналогичное неопубликованное исследование своего ученика, Я. Мордуха.

43.1. Единственная известная нам книга Цингера – его курс (1898) не содержит на с. 67 – 68 ни соответствующих наблюдений, ни обсуждения среднего роста (см. предыдущее письмо).

43.2. Странно, что Цингер посчитал существенными столь незначительные уклонения (не от несуществующего закона случайных ошибок, т. е., очевидно, от нормального распределения, а от следствий из свойств "обычных" случайных ошибок).

43.3. Цингер имел в виду колебания широт, вызванные движением полюса по кривой, близкой к окружности с периодом примерно равным 1.2 года. Эту периодичность проверял, в частности, Ньюком в 1892 г. (Шейнин 2005, с. 200).

43.4. Изучая работы Бесселя, мы (2000) с удивлением обнаружили, что он допустил большое количество ошибок в самых элементарных арифметических и алгебраических вычислениях и непонятным образом сделал нелепые выводы. В частности, названный Цингером классический пример на самом деле свидетельствовал об уклонении наблюдений от нормального закона.

45.1. Эпизод с несостоявшимся (см. ниже) отлучением Маркова от православной церкви описал Марков младший (1951, с. 608 – 609). Он указал, что к отцу был прислан "для наставления и увещания" протоиерей (старший священник) Орнатский, с которым, однако, Марков отказался разговаривать.

В своем заявлении в Синод 12 февраля 1912 г. Марков (там же) оспаривал неявное утверждение Буняковского (1846) о том, что догматы веры не подлежат критике и добавил, что не усматривает существенного различия между "иконами и идолами" и "не сочувствует всем [никаким] религиям, которые, подобно православию, поддерживаются огнем и мечом и сами служат им".

Марков сослался на отлучение Толстого (1901),который умер в 1910 г. В последние дни его жизни Синод обсуждал, не следует ли вновь принять его "в лоно святой церкви", однако решил, что Толстой останется отлученным (газета *Речь*, 8 ноября 1910 г., с. 3, анонимная заметка *Священный Синод и Л. Н. Толстой*). Можно думать, что в 1912 г. этот эпизод хорошо помнили.

Емелях (1954, с. 408) уточнил, что Марков не был отлучен: Синод посчитал его "отпавшим" от церкви, а покойный Л. Н. Большев, член-корреспондент АН СССР, быть может в 1975 г., не указав, правда, источника, сообщил нам, что Синод счел, что отлучение было бы для Маркова слишком большой честью.

Приводимое ниже письмо написано малограмотно и почти не относилось к существу дела. Да был ли его автор протоиереем?

45.2. Магриб, а не магреб, по-арабски *запад*, – регион в Африке, западная часть мусульманского мира на этом континенте. Ученого племени арабов мы не нашли.

45.3. Ссылка на духовные власти звучит в этом контексте весьма необычно.

45.4. Возможно, Михаил имел в виду Ленский расстрел 4 (17) апреля 1912 г., виновником которого был преступно-ретивый жандармский ротмистр.

45.5. Вольная переделка из Библии (Бытие 3: 19 и 3: 16).

46.1. Физик Николай Алексеевич Любимов (1829 – 1897), член Совета Министра народного просвещения, см. Граве (1993, с. 234 – 235 и 242). О разговоре Маркова с ним на лестнице (см. ниже) Граве (с. 235) сообщает так (правда, неясно, откуда это стало ему известно). Любимов: "Вы должны исполнять требования начальства". Марков: "Ха-ха-ха! Какое же Вы мне начальство!". И Граве продолжает: "Нагрубив […] Любимову, Марков сам пошел к министру жаловаться на грубости Любимова".

47.1. См. Прим. 29.1.

47.2. Жуковский (1890/1949, с. 639) благодарил Некрасова за помощь в решении одного математического вопроса.

48.1. См. Письмо № 35.

49.1. В письме 4 августа 1916 г. П. В. Флоренскому Некрасов указал, что в своей статье <u>Академия наук и наука</u> (*Нов. Время* №№ 14 356 и 14 366 1916 г.) Борзов "подчеркнул, что академики стараются отстоять "научность" марксизма, тогда как П. А. Некрасов выявил ошибочность самой арифметики марксизма и иллюзорность их <u>реализма</u>". О письмах Флоренскому см. наше Письмо № 71.

50.1. Письмо было написано после 18 (31) августа 1914 г., даты переименования Петербурга. До своей смерти 26 ноября (9 декабря) 1914 г. министром народного просвещения был Л. А. Кассо, однако приводимое нами письмо было быть может написано позже этого.

51.1. Граве весьма успешно занимался теорией чисел и алгеброй.

51.2. О работе Маркова в пенсионных кассах см. Шейнин (1997).

51.3. Е. Л. Жилинского упоминают Граве (1993, с. 242) и А. П. Юшкевич (1968, с. 549, 551, 552), оба – в весьма достойных контекстах.

53.1. Во всяком случае, письмо Романовского не имеет ничего общего с его ранней брошюрой (1912). Публикация, соответствующая данному письму (см. его конец), нам неизвестна.

53.2. Марков сам опубликовал мемуар о задаче Якоба Бернулли, см. также Письмо № 25.

53.3. Романовский очевидно имел в виду мемуар Чебышева 1887 г. Брунс (H. Bruns) опубликовал большое число статей в 1886 – 1912 гг., притом Марков несколько раз упоминает его в своих исследованиях зависимых величин, см. его *Избранные труды* (1951).

54.1. Гродзенский (1987, с. 130) обсуждает это письмо и указывает, что речь в нем идет о магистерской диссертации Птухи (1916), к которой Марков сделал ряд замечаний.

54.2. В настоящее время закон малых чисел отождествляется с распределением Пуассона, хотя сам Борткевич категорически настаивал на различии между указанными двумя понятиями. См. наше примечание об этом законе (Борткевич и Чупров 2005, с. 288 – 291).

54.3. Вот соответствующие места из статьи Маркова (1916, с. 159), о которых пишет Птуха здесь и чуть ниже (и в первом случае приводит ошибочную ссылку):

Коэффициент дисперсии может быть близким к единице для весьма разнообразных комбинаций, никакого отношения к теории вероятностей не имеющих, и […] *малость его для малых чисел ничего особенного не представляет*.

Применение “замечательной формулы Пуассона” к малым числам

Может считаться основательным при условии, что рассматривается большая совокупность однородных рядов наблюдений; иначе, оно представляет только искусную игру числами.

55.1. Возможно, что речь шла о школе в Зарайске, в которой Марков преподавал зимой 1917/1918 года (Марков младший 1951, с. 611).

56.1. Ассоциация была учреждена в марте 1917 г. по инициативе А. М. Горького, а в апреле был сформирован ее организационный комитет, в который вошли, в числе прочих, сам Горький, Марков и Короленко. Марков кроме того был почетным председателем первого собрания Ассоциации. См. Гродзенский (1987, с. 114).

57.1. См. также Прим. 8b3.

58.1. В журнале *Биометрика*, который долгие годы редактировал Пирсон, помещались портреты выдающихся ученых-статистиков (к которым относился и Марков и, косвенно, Чебышев). В этом же журнале вскоре после смерти А. А. Чупрова появился и его портрет (в томе 18, 1926, на ненумерованной странице перед с. 233).

59.1. См. письма №№ 78 и 79.

60.1. В это время Некрасов был уже не ректором Московского университета, а попечителем Московского учебного округа.

63.1. Это сказано по поводу (оттиска?) статьи Некрасова (1901). В связи с этим и с последующим Письмом № 64 имеет смысл привести выдержку из письма Некрасова Ляпунову 16 марта 1901 г. (Цыкало 1988, с. 84), которое быть может свидетельствует о тогдашней субъективной честности Некрасова:

По моему глубокому убеждению в Ваших теоремах, как и в теоремах Чебышева, есть ошибки. […] *Если Вы эти теоремы еще обобщаете в том же направлении, то ошибки от этого еще усилятся.* […] *Почему Вы так спешите с выпуском в свет статей по вопросам, которые для Вас еще очень новы и в которых так много тонких осложнений, ускользающих при первом знакомстве*?

В чебышевском доказательстве ЦПТ действительна была если не ошибка, то неточность, и первым ее заметил именно Некрасов. Он (1901) также посчитал, что Ляпунов просмотрел трудности приложения разрывного множителя Дирихле, Ляпунов (1901) же заявил, что этого множителя он фактически не применял. См. также статью Кузьмин (1934).

65.1. Ярким примером служит попытка Некрасова доказать ЦПТ для случая больших уклонений, см. наше Предисловие.

66.1. Автограф был написан по просьбе Людвига Дармштедтера (1846 – 1927), химика и собирателя автографов. В той же библиотеке хранится и рукопись одной заметки уже умершего к тому времени П. Л. Чебышева, присланные Марковым через А. В. Васильева. Автографов ни у Маркова, ни у Ляпунова Дармштедтер очевидно не просил (их в библиотеке нет), Некрасова же в Германии должны были хорошо знать ввиду его немецких публикаций (перечисленных выше).

Некрасов прислал автограф и по-русски, и по-французски (с несколькими ошибками), но первый абзац, до фразы “Моя … деятельность …”, в русском варианте отсутствовала, и мы выше перевели ее с французского. В число своих “наиболее важных” работ Некрасов назвал обширнейшую статью (1902), которую Борткевич (1903) нещадно раскритиковал. Он заметил в статье *елейность* (с. 215), *реакционные вожделения* (с. 216) и стремление обосновать *принципы твердой власти и самодержавия* при помощи теории вероятностей (с. 219). Мало того, Борткевич указал, что Некрасов не был даже знаком с литературой о своем герое (Кетле) и изрядно понапутал в своих философских изысканиях. Ср. Прим. 22.2.

67.1. Материалы в указанной описи относятся к неблагонадежным профессорам и преподавателям высших учебных заведений (сообщение А. Л. Дмитриева, Петербург, который и прислал нам приводимое ниже письмо), Да, Некрасов тоже был неблагонадежен, но только не политически, а математически!

69.1. Подобных бессмысленных нагромождений можно было бы привести немало, но П. С. Юшкевич кажется выбрал наиболее характерное. Триангуляция (и особенно геодезическая) появилась у Некрасова не случайно: он несколько лет читал лекции *по совместительству* в Московском межевом институте.

71.1. См. Прим. 45.1.

71.2. О Буняковском см. Прим. 19.1, а о переводе *Математических начал* см. Шейнин и др. (1994, с. 143, прим. 38). Там же мы заметили, что *панфизистом* был и Лаплас.

71.3. А. В. Андреев (1999, с. 103) со ссылкой на Некрасова (1896/1912) напомнил, что по терминологии религиозного философа В. С. Соловьева и славянофильской школы *цельное знание* было основано на союзе веры, обыкновенного знания и опыта веков. Напрасно, однако, Андреев в связи с этим хвалит Некрасова, который, в частности из-за подобных умонастроений, почти полностью обесценил свои теоретико-вероятностные исследования.

71.4. “Наставления …, кои входят …”: смысла нет никакого, притом у Менделеева не было не только теории вероятностей, но даже и теории ошибок. Чуть раньше, в 1915 г., в письме К. А. Андрееву (Шейнин и др. 1994, с. 130), Некрасов столь же нелепо противопоставил школы Брашмана – Давидова – Бредихина – Имшенецкого – Бугаева – Цингера и Поссе – Маркова.

71.5. Математической энциклопедией в то время назывались введение в анализ и дифференциальное исчисление (А. П. Юшкевич 2006, с. 21). Упоминать в приведенном контексте Берлин, столицу страны, воевавшей в то время с Россией, было и нелепо, и отвратительно. О *нулисте* (см. чуть ниже) см. Письмо № 18 и Прим. 18.2.

71.6. Снова отвратительная нелепость. Я. Линцбах опубликовал в 1916 г. книгу о философском языке, но ни религии, ни марксизма не обсуждал. Про Рабиновича мы не можем ничего сказать, но полагаем, что Некрасов упомянул обоих лишь в качестве противников истинно-русского. Недаром же он чуть ниже вспомнил, что Гейне был евреем.

Взятые в целом, эти письма Некрасова бросают заметную тень на Флоренского: не стал бы Некрасов изливать ему свою душу, не будь Флоренский его единомышленником. Сам Некрасов, в письме 2 ноября, благодарил Флоренского за сочувствие своим идеям только лишь о “вероятности в суждениях”, т. е. за поддержку мнения Буняковского, а вот о своем восхищении трудолюбивым немецким духом (Письмо № 53) Некрасов позабыл.

72.1. Вряд ли что-нибудь известно о подобных консультациях.

72.2. Вторую половину некролога, начиная со следующей строки, перепечатал Половинкин (1994), разумно усомнившийся в ее правдивости.

72.3. Известна лишь одна заметка (Некрасов 1923).

72.4. Повторим (см. Прим. 72.2), что трудно сказать, насколько это соответствует действительности, см., например, Прим. 49.1. Некрасов, правда, употреблял такие весьма нелестные выражения по поводу капитализма, как “мировая ложь всемирного капитализма” (Некрасов 1912, с. 403) и “мировой спрут” (Половинкин 1994, с. 112), а А. В. Андреев (1999, с. 105) заметил, что “экономическая концепция” Некрасова была одинаково враждебна и капиталистическим, и социалистическим принципам. В любом случае, в послереволюционные годы Некрасов был уже стар, немощен, и, видимо, сломлен. Вот соответствующее высказывание Бескина (1993, с. 168 – 169), относящееся к лекциям Некрасова по теории вероятностей в Московском университете, по контексту – в 1921 г.:

Он просто читал вслух свою книгу (не знаю какую [видимо (1896)]*) и, по некоторым признакам, не вникал в смысл читаемого. Этот курс оказался совершенно бесполезным.*

Подобную картину нарисовал и Люстерник (1967 – 1970, 1967, № 2, с. 222), который, однако, указал, что Некрасов стал ректором университета после 1903 – 1905 гг. (на самом деле – был ректором до 1898 г.) и намекнул, что тот (умерший в 1924 г.!) перестал посещать научные заседания во второй половине 1920-х годов. Вот его слова по существу:

В первой половине 20-х годов П. А. Некрасов еще бывал на заседаниях ММО [Московского математического общества] *и даже иногда выступал с докладами. Странная тень прошлого: он казался дряхлым, – и физически, и умственно, – и понять его было трудно. Один раз он выступил с заявлением, что в его прежних "работах" была допущена ошибка – взят не тот знак перед квадратным корнем; заменив знак противоположным, он берется доказать необходимость социальной революции … Этот жалкий старик был похож на облезлую сову*.

Люстерник явно не поверил Некрасову, но какая-то доля правды в его словах была (см. выше), а кроме того он (1916b, с. 23) упомянул почти все основные задачи не существовавшей в то время теории катастроф – и употребил сам термин *катастрофа.*

73.1. И эта фраза, и некоторые письма, приведенные нами ниже свидетельствуют, что Марков по всей видимости стремился знакомиться со всей отечественной литературой по теории вероятностей и статистике. Борис Михайлович Коялович (1867 – 1941), "мой талантливый ученик", как написал о нем Марков в 1913 г. Стеклову (Стеклов 1991, с. 220); см. о нем *Новый энц. словарь* и Добровольский (1967, с. 415). Он занимался несколькими отраслями математики, а также аналитической механикой, но к теории вероятностей относился только его упомянутый выше курс лекций. См. также Письмо № 54.

73.2. Вплоть до аксиоматизации теории вероятностей никто не мог разъяснить понятие вероятности. Исключением, не вполне, правда, удачным, была точка зрения Мизеса.

73.3. Мы можем лишь сказать, что Чебышев (1936, с. 214) упоминал сумму [случайных] величин, "имеющих одинаковые вероятности", а математическую обработку наблюдений рассматривал, начиная со с. 224.

73.4. Термин Кояловского безупречен. Сам Марков (1899a) позднее неоднократно писал *вывод способа наименьших квадратов*, что представляется худшим, но по крайней мере в конце жизни он воспринял *обоснование* (1924, с. 323).

Далее. Зачем вообще надо *выводить* или *обосновывать* метод наименьших квадратов, если (Марков 1899a, с. 246) заявил, что он вообще условен и не обеспечивает ни вероятнейших, ни благонадежнейших результатов? Этим утверждением Марков, кстати сказать, обесценил свою защиту (1899a) второго гауссова обоснования метода. См. также чуть ниже возражение Кояловича против точки зрения Маркова.

73.5. Коялович видимо имел в виду первое гауссово обоснование.

73.6. В библиографии работ Маркова в его *Избранных трудах* (1951) до 1893 г. упомянуты лишь соответствующие литографированные курсы его лекций (1884 – 1891). Непонятно также, о каких работах Чебышева, кроме как о его лекциях, неудачных с точки зрения обработки наблюдений (Шейнин 2005, с. 238 – 239), мог думать Марков.

73.7. Если Коялович вообще отказался от классического определения вероятности, то, пожалуй, напрасно.

73.8. Марков возможно имел в виду задачу, подобную той, которую он постепенно усложнял (Марков 1924, с. 5 – 9) новыми данными, т. е. поступал в духе Лапласа, полагавшего необходимым постоянно совершенствовать гипотезы (Шейнин 2005, с. 117).

73.9. Вспомним слова самого Маркова из его письма А. А. Чупрову 1910 г. (Ондар 1977, Письмо № 15) по поводу метода наименьших квадратов: "Мне часто приходилось слышать, что у меня изложено недостаточно ясно".

73.10. Далее Коялович непонятным образом отделяет $\varphi(\Delta)$ от кривой плотности. Важнее отметить, что Марков ставил в соответствие каждому наблюдению лишь один возможный результат. Правда, в Письме № 75 сказано нечто иное, однако Марков иногда именно так и делал (1924, с. 323 и 327).

73.11. Это явно слишком сильное утверждение.

74.1. Место этого письма в переписке непонятно. Лишь упоминание теоремы VII позволило считать, что оно предшествует Письму № 75, в котором, правда, говорится о теореме 7.

75.1. Вряд ли здесь применимо утверждение Граве (1993, с. 227) о том, что Марков "враждебно" встречал начинающих ученых; скорее, он следовал своей обычной манере письма.

75.2. Неудачное пояснение. Математика не обязана иметь "объект в действительности". Ср. Прим. 17.3.

75.3. Если Марков и не придирался, то обращал внимание на ненужные подробности.

75.4. См. Прим. 73.10.

75.5. Неясно, ни почему ряды должны были характеризоваться различными распределениями, ни почему Марков не захотел бы и т. д. Не ссылался ли Коялович на какие-то устные указания своего учителя?

75.6. Под личной ошибкой в астрономии обычно понимается так называемое личное уравнение, которое у хороших наблюдателей оставалось примерно постоянным в течение полевого сезона.

76.1. Ср. Прим. 75.1.

77.1. Некоторые сведения о Н. А. Шапошникове приведены в книге Штокало (1967), см. ее Именной указатель.

78.1. Вот примыкающие строки из письма Маркова Некрасову, написанное уже после смерти Ковалевской, т. е. в 1891 г. или позже (Кочина 1981, с. 187 – 188):

Вот подлинные слова ее, которые считаю неосновательными: "Легко убедиться, сравнивая показатели первых членов в левых и правых частях рассматриваемых уравнений, что должны иметь [место равенства (1)]*". Итак, мое возражение сводится к тому, что из одного сравнения показателей первых членов нельзя вывести заключения. Я сомневаюсь, как Вы видите, и может быть слышали от меня и раньше, не в самом случае, найденном С. В. Ковалевской, а только в единственности его.*

Кочина (с. 188) также указывает, что в Архиве РАН хранятся три письма Маркова Ляпунову на ту же тему (очевидно, в фонде Ляпунова № 257, который мы не видели). Она (с. 187 – 191), естественно, описывает тот же эпизод, приводит текст письма В. В. Голубева (см. Письмо № 59), а на с. 290 и 299 сообщает выходные данные обоих мемуаров Ковалевской и их русских переводов 1940 г. и нескольких статей на ту же тему, в том числе Некрасова 1892 г. Наконец, по поводу заявлений Маркова Московское математическое общество приняло в 1892 г. постановление, опубликованное в следующем году и приведенное Кочиной (с. 191):

Так как голословные заявления, каковы заявления проф. А. А. Маркова относительно трудов С. В. Ковалевской, В. Г. Имшенецкого, Н. В. Бугаева и Г. Г. Аппельрота, бесполезны для науки, и суждения о таковых заявлениях лишь бесплодно отвлекают Общество от его занятий, то впредь не принимать к обсуждению в Обществе никаких голословных и резких суждений.

См. также Михайлов и др. (1985), которые четко и сжато описывают дискуссию и мнения ее участников. Они подробнее останавливаются на заслугах Некрасова и на применении Жуковским геометрических методов и моделей в механике вообще.

80.1. Первая и третья работы Чебышева это, в переводе, О новой теореме, относящейся к числу простых чисел вида $4n + 1$ и $4n + 3$ (1853), и Об одной формуле анализа (1855). Названия второй работы мы не нашли, но есть Об одном новом ряде (1859). Все они включены в *Полное собрание сочинений* Чебышева, т. 5. М. – Л., 1951, с. 697 – 698, 701 – 702 и 381 – 384.

81.1. Цыкало (1988, с. 75) заметил, что Ляпунов (всё же) перевел один мемуар Чебышева на французский язык.

81.2. Времена изменились …

83.1. Содержание этого письма составило основу публикации Ляпунова (1901b).

83.2. О применении при доказательстве ЦПТ разрывного множителя Дирихле см. также Прим. 63.1. Здесь мы добавим, что в теории вероятностей первым его применил А. Ю. Давидов (Ондар 1971).

83.3. Вот соответствующее опубликованное замечание Ляпунова (1900/1954, с. 126): Слешинский использовал идеи Коши, но

Делал слишком ограничительные предположения, и его анализ не представляется возможным распространить на более общие случаи.

83.4. Доклад был, очевидно, посвящен разработке нового университетского устава, см. Письмо № 84.

84.1. В библиографии работ Маркова, в его *Избранных трудах* (1951), числятся два мемуара, о которых мог бы упоминать Ляпунов, – № 34, 1892 г., и № 44, 1894 г.

84.2. *Сообщения Харьковского университета* печатались в типографии М. Зильберберг и Сыновья. О трениях между редакцией и этой типографией Ляпунов сообщил в письме Андрееву 1901 г. (Шейнин 1989a, с. 307). Эта дата, кстати сказать, позволяет думать, что и данное письмо было написано в том же году.

84.3. Об университетских уставах см. письма №№ 37 и 74, а также работу Глинский (1990) (ее мы не видели), Цыкало (1988, с. 80 – 81 и 93 – 98) и Шейнин (1989a, с. 307).

85.1. Не необходимо, а желательно в связи с предстоявшим избранием Ляпунова в действительные члены Академии наук.

Библиография

Сокращения:

ЖМНП = *Ж. Министерства народного просвещения*

ИМИ = *Историко-математич. исследования*

МСб = *Математич. сборник*

А. А. Марков, A. A. Markov

(1880), О бинарных квадратичных формах положительного определителя. *Успехи математич. наук*, т. 3, № 5 (27), 1948, с. 7 – 51. Магистерская дисс.

(1884), Доказательство некоторых неравенств П. Л. Чебышева. В книге автора *Избр. тр. по теории непрерывных дробей.* М. – Л., 1948, с. 15 – 24.

(1884, 1885, 1888, 1891), *Теория вероятностей.* Литогр. издания. СПб.

(1888), *Table des valeurs de l'intégrale* … Pétersbourg.

(1895), О предельных величинах интегралов. *Изв. АН*, 5-я сер., т. 2, № 3, с. 195 – 203.

(1898 франц., 1948 русск.), О корнях уравнения … В книге автора (1951, с. 253 – 269).

(1899a), Закон больших чисел и способ наименьших квадратов. Там же, с. 231 – 251.

(1899b), Приложение непрерывных дробей к вычислению вероятностей. *Изв. Физ-математич. общ. Казанск. унив.*, 2-я сер., т. 9, № 2, с. 29 – 34.

(1899c), Ответ. Там же, с. 41 – 43.

(1900), *Исчисление вероятностей*. Последующие издания 1908, 1913 и посмертное: М., 1924.

(1901), *Дифференциальное исчисление*. Литогр. издание. СПб.

(1910), Исправление неточности. *Изв. АН*, т. 4, № 5, с. 346.

(1912), Отповедь П. А. Некрасову. МСб, т. 28, с. 215 – 227.

(1914), О задаче Я. Бернулли. В книге автора (1951, с. 509 – 521).

(1915), О проекте П. С. Флорова и П. А. Некрасова преподавания теории вероятностей в средней школе. ЖМНП, № 5, с. 26 – 34 раздела *Современная летопись.*

(1916), О коэффициенте дисперсии для малых чисел. *Страховое обозрение*, № 2, с. 55 – 59.

(1951), *Избранные труды.* Б. м.

Марков А. А., Ляпунов А. М. и др. (1916), Доклад Комиссии по обсуждению некоторых вопросов, касающихся преподавания математики в средней школе. *Изв. АН*, т. 10, № 2, с. 66 – 80.

П. А. Некрасов, P. A. Nekrasov

(1884), Исследование уравнений вида $x^n - px^m - q = 0$. МСб, т. 11, с. 1 – 173.

(1885), Ряд Лагранжа и приближенные выражения функций весьма больших чисел. МСб, т. 12, с. 49 – 188, 315 – 376, 483 – 578, 643 – 724.

(1896 – 1912), *Теория вероятностей*. М., изд. 1-е. СПб, изд. 2-е.

(1898), Общие свойства массовых независимых явлений в связи с приближенным вычислением функций весьма больших чисел. МСб, т. 20, с. 431 – 442.

(1899a), По поводу статьи А. А. Маркова (1899a) и моего сообщения (1898). *Изв. Физ.-математич. общ. Казанск. унив.*, 2-я сер., т. 9, № 1, с. 18 – 26.

(1899b), Пределы погрешностей приближенных выражений вероятности Р, рассматриваемой в теореме Я. Бернулли. МСб, т. 20, с. 485 – 534, 535 – 548.

(1900a), Исчисление приближенных выражений функций весьма больших чисел. МСб, т. 21, с. 68 – 334.

(1900b), По поводу “Ответа” Академика А. А. Маркова [1899c]. МСб, т. 21, с. 379 – 386.

(1900 – 1902), Новые основания учения о вероятностях сумм и средних величин. МСб, т. 21, с. 579 – 763; т. 22, с. 1 – 142, 225 – 238, 323 – 498; т. 23, с. 41 – 462.

(1901), По поводу простейшей теоремы о вероятностях сумм и средних. МСб, т. 22, с. 225 – 238.

(1902), Философия и логика науки о массовых проявлениях человеческой деятельности. Пересмотр оснований социальной физики Кетле. МСб, т. 23, с. 463 – 600.

(1904), Московская философско-математическая школа и ее основатели. МСб, т. 25, XI – XIV + 3 – 249.

(1909), Математическая статистика, хозяйственное право и финансовые обороты. *Изв. Русск. географич. общ.*, т. 45, с. 333 – 398, 565 – 612, 811 – 896.

(1910), Статистические концентрации и свободная причинная связь. ЖМНП, № 5.

(1911), К основам закона больших чисел, способа наименьших квадратов и статистики. МСб, т. 27, с. 433 – 451.

(1912), Общий основной метод производящих функций в приложении к исчислению вероятностей и к законам массовых явлений (четвертый ответ А. А. Маркову). МСб, т. 28, с. 351 – 460.

(1912 – 1914), Лапласовская теория способа наименьших квадратов, упрощенная при помощи одной теоремы Чебышева. МСб, т. 28, с. 228 – 234; т. 29, с. 190 – 191.

(1915a), По поводу статьи академика А. А. Маркова о проекте преподавания теории вероятностей в средней школе. ЖМНП, № 7, с. 1 – 17 4-й пагинации.

(1915b), Ответ на возражения К. А. Поссе. Там же, № 10, с. 97 – 104 4-й пагинации.

(1915c), Об учебных особенностях двух направлений математического курса средней школы. *Доклады, читанные на 2-м Всероссийском съезде преподавателей математики в Москве* [в 1913 – 1914 гг.]. М., с. 83 – 93. Также в книге Желтухин А. Н. (1915), *Математика и физика во французских лицеях.* Одесса.

(1916a), *Средняя школа, математика и научная подготовка учителей. По поводу Доклада Комиссии при Физико-математическом Отделении Императорской Академии наук по обсуждению некоторых вопросов, касающихся преподавания математики в средней школе.* Пг.

(1916b), *Принцип эквивалентности величин в теории пределов и последовательном приближенном исчислении.* Пг.

(1923), *Новые периодические функции*. Самара, Самарский Госиздат. Упомянуто в *Книжной летописи*.

(2004), *Theory of Probability.* Berlin. Сборник переводов статей А. М. Ляпунова, А. А. Маркова и П. А. Некрасова и дополнительных материалов, в том числе памфлета Борткевича (1903) на с. 109 – 124, – частично его перевода, частично первоначального русского текста, – и писем из переписки Маркова и Некрасова. Также www.sheynin.de

Другие авторы

Андреев А. В. (1994), Теоретические основы доверия (штрихи к портрету П. А. Некрасова). ИМИ, вып. 4 (39), с. 98 – 113.

Аноним (1898), Новый попечитель Московского учебного округа. *Моск. Ведомости*, 13 (25) марта, с. 2 – 3, 15 (27) марта, с. 2.

Аппельрот Г. Г. (1892), По поводу § 1 мемуара С. В. Ковалевской Sur le problème […]. МСб, т. 16, с. 483 – 507, 592 – 596.

Бескин Н. М. (1993), Воспоминания о московском физмате начала 20-х годов. ИМИ, вып. 34, с. 163 – 184.

Беспамятных Н. Д., Киро С. Н. (1967), Преподавание математики в средней школе и учебная литература. В книге Штокало (1967, с. 550 – 556).

Борткевич В. И. (1903), Теория вероятностей и борьба с крамолой [по поводу Некрасова (1902)]. *Освобождение* (Штуттгарт), кн. 1. с. 212 – 219, только в части тиража. Подпись *Б.* Автор назвал себя в ЖМНП, 1910, № 2, с. 353 2-й пагинации. См. также аннотацию к Nekrasov (2004) в этой библиографии.

Борткевич В. И., Чупров А. А. (2005), *Переписка (1895 – 1926).* Берлин. Составитель О. Б. Шейнин. Также www.sheynin.de.

Бугаев Н. В. (1868), Математика как орудие научное и педагогическое. МСб, т. 3, с. 183 – 216 второй пагинации.

--- (1904), Математика и научно-философское миросозерцание. МСб, т. 25, с. 349 – 369. Перепечатка: *Вопр. философии и психологии*, т. 45, 1989, с. 697 – 717.

Буняковский В. Я. (1846), *Основания математической теории вероятностей.* СПб.

Глинский Б. Б. (1990), Университетские уставы. *Историч. Вестник*, № 2, с. 718 – 742.

Гордевский Д. З. (1955), *К. А. Андреев – выдающийся русский геометр.* Харьков.

Граве Д. А. (1993), Автобиографические записки. ИМИ, вып. 34, с. 219 – 246.

Гродзенский С. Я. (1987), *А. А. Марков.* М.

Демидов С. С., Токарева Т. А. (2005), Формирование советской математической школы. ИМИ, вып. 10 (45), с. 142 – 159.

Добровольский В. А. (1967), Математика в высших технических и специальных военных учебных заведениях. В книге Штокало (1967, с. 408 – 419).

Емелях Л. И. (1954), Дело об отлучении от церкви академика А. А. Маркова. *Вопр. истории религии и атеизма*, т. 2, с. 397 – 411.

Жуковский Н. Е. (1890), О форме судов. *Собр. соч.*, т. 2. М. – Л., 1949, с. 627 – 639.

--- (1897), Геометрическая интерпретация рассмотренного С. В. Ковалевской случая движения тяжелого твердого тела около неподвижной точки. МСб, т. 19, с. 45 – 93.

Кочина П. Я. (1981), *С. В. Ковалевская.* М.

Коялович Б. М. (1893), *Теория вероятностей. Лекции 1892/1893 г.* СПб. Литография.

Кузьмин Р. О. (1934), О методе Ляпунова в теории вероятностей. *Тр. Ленинградск. инст. пром. строит.*, № 2, с. 49 – 64.

Люстерник Л. А. (1967 – 1970), Молодость Московской математической школы. *Успехи математич. наук*, т. 22, № 1, с. 137 – 161, № 2, с. 199 – 239, № 4, с. 147 – 185; т. 25, № 4, с. 189 – 196.

Ляпунов А. М. (1881a), О равновесии тяжелых тел в тяжелой жидкости, содержащихся в сосудах определенной формы. *Ж. Русск. физ.-химич. общ.*, физич. отд., т. 13, № 5, с. 197 – 238; № 6, с. 273 – 307.

--- (1881b), О потенциале гидростатических давлений. Там же, №; 8, с. 349 – 376.

--- (1895a), Несколько слов относительно статьи Г. Г. Аппельрота (1892). *Сообщ. Харьк. математич. общ.*, 2-я сер., т. 4, № 5 – 6, с. 292 – 297.

--- (1895b), Пафнутий Львович Чебышев. В книге Чебышев П. Л. (1946), *Избр. математич. труды*. М. – Л., с. 9 – 21.

--- (1900, франц.), Об одной теореме теории вероятностей. *Собр. соч.*, т. 1. М., 1954, с. 125 – 151.

--- (1901a), Ответ П. А. Некрасову. *Зап. Харьк. унив.*, т. 3, с. 51 – 63.

--- (1901b, франц.), Об одной теореме теории вероятностей. *Собр. соч.*, т. 1, с. 152 – 154.

--- (1975), О формуле Гаусса для оценки меры точности наблюдений. ИМИ, вып. 20, с. 319 – 328. Публикация рукописи.

Максимович В. П. (1888), О законе вероятностей случайных величин и применении его к одному вопросу учебной статистики. *Унив. изв.*, год 28-й, № 1, с. 1 – 21.

Малешевский Б. Ф. (1889 – 1890), *Теория и практика пенсионных касс*, тт. 1 – 3. СПб.

Марков А. А., младш. (1951), Биография [Маркова старшего]. В книге Марков (1951, с. 599 – 613).

Материалы (1915), *Материалы по реформе средней школы.* Пг.

Михайлов Г. К., Степанов С. Я. (1985), К истории задачи о вращении твердого тела вокруг неподвижной точки. ИМИ, вып. 28, с. 223 – 246.

Ожигова Е. П. при участии А. П. Юшкевича (1978), Проблемы теории чисел. В книге *Математика XIX века*, [т. 1]. Ред. А. Н. Колмогоров, А. П. Юшкевич. М., с. 123 – 183.

Ондар Х. О. (1971), О работах А. Ю. Давидова по теории вероятностей и его методологических взглядах. *История и методология естеств. наук*, вып. 11, с. 98 – 109.

---, редактор (1977), *О теории вероятностей и математической статистике. Переписка А. А. Маркова и А. А. Чупрова*. М.

Петрова С. С. (2006), Из истории преподавания математики в Московском университете с 60-х годов XIX до начала XX в. ИМИ, вып. 11 (46), с. 130 – 147.

Половинкин С. М. (1994), Психо-аритмо-механик (философские черты портрета П. А. Некрасова). *Вопр. истории естествознания и техники*, № 2, с. 109 – 113.

Поссе К. А. (1891), *Курс интегрального исчисления*. СПб. 2-е изд., 1895 г.

--- (1915), Несколько слов о статье П. А. Некрасова. ЖМНП, № 9, с. 71 – 76 третьей пагинации.

Птуха М. В. (1916), Очерки по теории статистики населения и моральной. *Зап. юрид. фак. Петроградск. унив.*, вып. 4.

Романовский В. И. (1912), Закон больших чисел и теорема Я. Бернулли. *Протоколы заседаний Общ. естествоиспытателей Варшавск. унив.* за 1911, № 4, с. 39 – 63.

Савич С. Е. (1900), *Элементарная теория страхования жизни и трудоспособности.* СПб.

Сергеев А. А. (1997), *К. А. Поссе*. М.

Слешинский И. В. (1892), К теории способа наименьших квадратов. *Зап. математич. отд. Новоросс. общ. естествоиспытателей*, т. 14, с. 201 – 264.

Соловьев А. Д. (1997), П. А. Некрасов и центральная предельная теорема теории вероятностей. ИМИ, вып. 2 (37), № 2, с. 9 – 22.

Стеклов В. А. (1991), [Переписка и воспоминания]. *Научное наследство*, т. 17. Л.

Тихомандрицкий М. А. (1898), *Курс теории вероятностей*. Харьков.

Цингер Н. Я. (1898), *Курс высшей геодезии*. СПб.

Цыкало А. Л. (1988), *А. М. Ляпунов.* М.

Чебышев П. Л. (1867), О средних величинах. *Полн. собр. соч.*, т. 2. М. – Л., 1947, с. 431 – 437.

--- (1874), О предельных величинах интегралов. Там же, т. 3. М. – Л., 1948, с. 63 – 65.

--- (1887), О двух теоремах относительно вероятностей. Там же, с. 229 – 239.

--- (1936), *Теория вероятностей*. Лекции 1879/1880 г. по записи А. М. Ляпунова. М. – Л.

Чупров А. А., Tschuprow A. A. (1918), Über normal stabil Korrelation. *Skand. Aktuarietidskrift*, Bd. 1, pp. 1 – 17.

Шейнин О. Б., Sheynin O. B. (1989a), Письма А. М. Ляпунова

К. А. Андрееву. ИМИ, вып. 31, с. 306 – 313.
--- (1989b), Markov's work on probability. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 39, pp. 337 – 377.
--- (1990a), *А. А. Чупров. Жизнь, творчество, переписка*. М.
--- (1990b), Отзыв А. А. Маркова об одной статье Б. Б. Голицина. ИМИ, вып. 32 – 33, с. 451 – 455.
--- (1993), Публикации А. А. Маркова в газете *День* за 1914 – 1915 гг. ИМИ, вып. 34, с. 194 – 209.
--- (1994), Переписка П. А. Некрасова и К. А. Андреева. ИМИ, вып. 35, с. 124 – 147. Соавтор М. В. Чириков.
--- (1995), Переписка П. А. Некрасова и А. И. Чупрова. ИМИ, вып. 1 (36), № 1, с. 159 – 167.
--- (1997), А. А. Марков и страхование жизни. ИМИ, вып. 2 (37), с. 22 – 33.
--- (1999), Е. Е. Слуцкий: к 50-летию со дня смерти. ИМИ, вып. 3 (38), с. 128 – 137.
--- (2000), Bessel: some remarks on his work. *Hist. Scientiarum*, vol. 10, pp. 77 – 83.
--- (2003), Nekrasov's work on probability: the background. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 57, pp. 337 – 353.
---, переводчик (2004), *Probability and Statistics. Russian Papers*. Berlin. Также www.sheynin.de
--- (2005), *Теория вероятностей. Исторический очерк*. Берлин. Также www.sheynin.de.
--- (2006a), О взаимоотношениях П. Л. Чебышева и А. А. Маркова. ИМИ, вып. 11 (46), с. 148 – 157.
--- (2006b), Markov's work on the treatment of observations. *Hist. Scientiarum*, vol. 16, pp. 80 – 95. Русский вариант статьи принят к публикации в *Историко-математических исследованиях.*
Штокало И. З., редактор (1967), *История отечественной математики*, т. 2. Киев.
Юшкевич А. П. (1968), *История математики в России.* М.
--- (2006), Годы учения. ИМИ, вып. 11 (46), с. 9 – 48.
Юшкевич П. С. (1915), Об одной ученой полемике. ИМИ, вып. 34, 1993, с. 207 – 209.
Ярошенко С. П. (1893), К теории способа наименьших квадратов. *Зап. Новоросс. унив.*, т. 58, с. 193 – 208 2-й пагинации.
Charlier C. V. L. (1906), Researches into the theory of probability. *Meddelanden fran Lunds astronomiska observatorium*, ser. 2, No. 4. Также в *Lunds Univ. Arsskrift*, N. F., Afd. 2, Bd. 1, No. 5; *Kgl. Fysiografiska Sällskapets Handlingar*, N. F., Bd. 16, No. 5.
Glaisher J. W. L. (1872), On the law of facility of errors of observation and on the method of least squares. *Mem. Roy. Astron. Soc.*, vol. 39, pt. 2, pp. 75 – 124.
Laurent H. (1873), *Traité du calcul des probabilités.* Paris.
Pearson K. (1898), Cloudiness. *Proc. Roy. Soc.*, vol. 62, pp. 287 – 290.
Seneta E. (1984), The central limit theorem and linear least squares in pre-revolutionary Russia. *Math. Scientist*, vol 9, pp. 37 – 77.

Именной указатель к данному разделу

Ни Марков, ни Некрасов, разумеется, не включены. Номера относятся к письмам, а не к страницам